

# Physique : DM4

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

## Partie A : De la cuisson des œufs

Cette partie a pour objet l'étude d'un cuiseur à œufs.



**Figure 4** Vue de profil, vue de dessus, vue de dessus sans la cloche (laissant voir la grille)

Cet appareil cuit des œufs (au nombre de 1 à 7) grâce à la vapeur d'eau qui se forme par ébullition de l'eau placée dans le fond du cuiseur.

Les œufs à cuire selon différents degrés de cuisson (coque, mollet, dur) sont placés sur une grille percée de 7 trous circulaires et de 6 trous périphériques permettant la circulation de la vapeur d'eau dans l'enceinte de cuisson.

Des orifices sont percés au sommet de la cloche métallique pour permettre à la vapeur de s'échapper.

La puissance électrique consommée par l'appareil est :  $\mathcal{P} = 350 \text{ W}$ . On considèrera que cette puissance est intégralement consommée par la résistance chauffante.

La quantité d'eau placée dans le cuiseur est mesurée à l'aide d'un gobelet gradué selon le nombre d'œufs à cuire et le type de cuisson désirée (voir figure 6). Le fond est bombé à cause de la présence d'une pique sous la base du gobelet permettant le perçage du sommet de l'œuf lors de la cuisson afin d'éviter la rupture de la coquille.

### Problématique

On voit sur les graduations du gobelet que la quantité d'eau nécessaire à la cuisson est d'autant plus grande que le nombre d'œufs à cuire est faible, ce qui est à priori étonnant. Les sous-parties qui suivent vont permettre d'analyser ce phénomène.

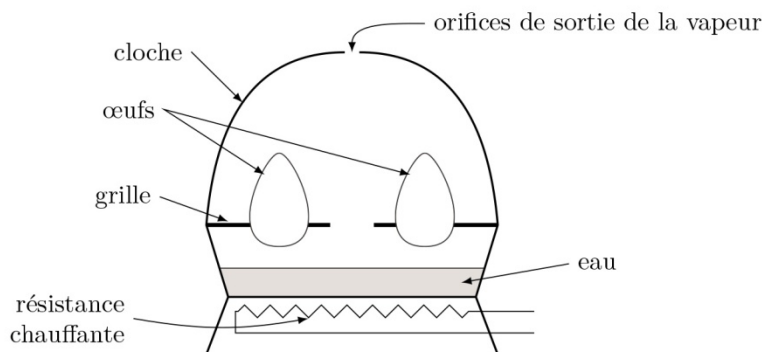


Figure 5 Schéma général du cuiseur

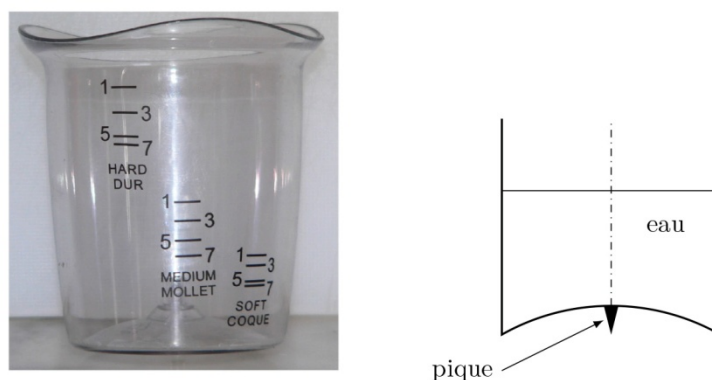


Figure 6 Photo et schéma du gobelet

### Fonctionnement du cuiseur

Le volume d'eau nécessaire à la cuisson d'un seul œuf dur est de 120 mL. Les œufs à la température initiale  $T_0 = 20\text{ °C}$  sont placés dans le cuiseur et la masse d'eau  $m_0$  contenue dans le gobelet (à la même température initiale  $T_0$ ) est versée sous les œufs. Cette eau est portée à ébullition sous  $p = 1\text{ bar}$ , puis évaporée. Le cuiseur s'arrête quand toute l'eau s'est évaporée.

Notons  $c$  la capacité thermique massique de l'eau liquide,  $T_{\text{eb}}$  sa température d'ébullition dans les conditions de l'expérience,  $h \approx 1200\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  le coefficient de transfert conducto-convectif (eau $\leftrightarrow$ œuf) et  $m(t)$  la masse d'eau contenue dans le cuiseur à l'instant  $t$ .

Soient  $\Delta t_1$  la durée de chauffage de l'eau de  $T_0$  à  $T_{\text{eb}}$  et  $\Delta t_2$  la durée de la cuisson des œufs, qui correspond à l'évaporation totale de l'eau. Pendant cette deuxième phase, on supposera que la vapeur d'eau est à la température  $T_{\text{eb}}$  sous la pression  $p = 1\text{ bar}$ .

### II.A – Chauffage de l'eau

**II.A.1)** Soit  $m_c$  la valeur en eau du cuiseur (on rappelle que la valeur en eau d'un objet est la masse d'eau ayant même capacité thermique que cet objet). En supposant la transformation adiabatique pendant le chauffage, exprimer  $\Delta t_1$  en fonction des données.

**II.A.2)** On place dans le cuiseur une masse d'eau  $m_0 = 125\text{ g}$ . On mesure alors une durée de chauffage  $\Delta t_0 = 150\text{ s}$  avant de parvenir à l'ébullition. En déduire la valeur en eau du cuiseur.

### II.B – Détermination de la durée de cuisson $\Delta t_2$

#### II.B.1) Mécanisme de la cuisson des œufs

Un œuf est composé de trois parties :

- une coquille très mince ;
- le blanc d'œuf constituant les deux tiers de l'œuf. C'est un liquide composé à environ 90% d'eau et 10% de protéines, sels minéraux et vitamines ;
- le jaune d'œuf est composé à moitié d'eau, de 15% de protéines et de 30% de lipides.

Lors de la cuisson (type œuf dur) les protéines se déroulent partiellement et se lient pour former un réseau qui piège l'eau : c'est un gel. Les œufs caoutchouteux sont ceux qui ont perdu trop d'eau ; c'est aussi la sur-cuisson du jaune qui le fait devenir sableux. Quand un œuf est cuit à  $100\text{ °C}$ , la masse diminue progressivement à mesure que l'eau est éliminée du gel formé. Quand un œuf est cuit à une température peu

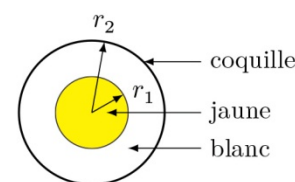


Figure 7 Structure interne d'un œuf

supérieure à la température de coagulation de ses protéines, il coagule en conservant son eau, gage de moelleux. Le jaune d'œuf commence à épaissir à 65 °C. Il coagule totalement à une température de 85 °C.

Justifier l'existence de la pique sous le fond du gobelet.

### II.B.2) Modélisation et établissement de l'équation de la chaleur

Pour déterminer le temps de cuisson, il est nécessaire de résoudre l'équation de la chaleur en régime dépendant du temps. On modélise un œuf comme un ensemble de deux sphères concentriques de rayons  $r_1$  et  $r_2$  limitant le jaune et le blanc (figure 7).

Afin de simplifier l'étude, on va négliger l'influence de la coquille et considérer l'intérieur de l'œuf comme homogène et ayant les propriétés thermodynamiques de l'eau : masse volumique  $\mu$ , capacité thermique massique  $c$  et conductivité thermique  $\lambda$ .

a) Établir l'équation de la chaleur en coordonnées sphériques, en faisant un bilan énergétique sur une couche sphérique de rayon  $r$  et d'épaisseur  $dr$ .

b) On introduit les variables réduites :  $\rho = r/r_2$  et  $\tau = t/\theta$ . Exprimer  $\theta$  en fonction de  $\mu$ ,  $c$ ,  $r_2$  et  $\lambda$  pour que l'équation de la chaleur s'écrive :

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho^2 \frac{\partial T(\rho, \tau)}{\partial \rho} \right) = \frac{\partial T(\rho, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{II.1})$$

Commenter la dépendance de  $\theta$  par rapport à  $r_2$ .

### II.B.3) Résolution de l'équation de la chaleur

a) Afin de résoudre cette équation *en régime dépendant du temps*, on pose dans un premier temps

$$T(\rho, \tau) = T_{\text{eb}} + f(\rho)g(\tau)$$

En utilisant l'équation de la chaleur, montrer que la composante temporelle  $g(\tau)$  vérifie l'équation

$$\frac{1}{g(\tau)} \frac{dg(\tau)}{d\tau} = -A^2$$

où  $A$  est une constante réelle positive, inconnue à ce stade de la résolution.

Donner l'expression de  $g(\tau)$  à une constante multiplicative près et justifier le signe  $-$  figurant devant  $A^2$ .

b) Pour trouver la composante spatiale de  $T(\rho, \tau)$ , on pose  $f(\rho) = \frac{F(\rho)}{\rho}$ . Montrer alors que  $F(\rho)$  est solution de l'équation

$$\frac{d^2 F(\rho)}{d\rho^2} + A^2 F(\rho) = 0$$

En déduire l'expression de  $f(\rho)$ .

c) Montrer alors que la solution générale de l'équation II.1 peut s'écrire sous la forme

$$T(\rho, \tau) = T_{\text{eb}} + \sum_i \frac{\beta_i \sin(A_i \rho)}{\rho} \exp(-A_i^2 \tau) \quad (\text{II.2})$$

Quelles sont les différentes conditions qui permettent théoriquement de calculer les coefficients  $\beta_i$  et  $A_i$  ?

### II.B.4) Détermination des constantes dans l'approximation de Fourier

Dans le cadre de l'approximation de Fourier, on ne conserve dans l'expression II.2 que le terme associé à la constante de temps la plus longue, donc celui correspondant au coefficient  $A_i$  le plus petit (qui sera noté  $A$  dans la suite), car les autres termes sont rapidement amortis au cours du temps :

$$T(\rho, \tau) \approx T_{\text{eb}} + \frac{\beta \sin(A\rho)}{\rho} \exp(-A^2 \tau)$$

a) On suppose que les échanges thermiques au niveau de la coquille sont donnés par la loi de Newton  $\vec{j}_{\text{th}} = h(T(\rho = 1, \tau) - T_{\text{eb}})\vec{u}_r$ . En écrivant deux expressions permettant d'exprimer le flux thermique entrant dans l'œuf, montrer que  $A$  est solution de l'équation

$$\frac{A}{1 - r_2 h / \lambda} = \tan A$$

b) Pour un œuf moyen, on a  $r_2 = 2,5$  cm. Montrer que dans ces conditions, on peut prendre  $A \approx \pi$  comme première solution de l'équation précédente dans  $\mathbb{R}^{+*}$ . Évaluer l'erreur commise.



c) Exprimer alors  $T(\rho, \tau)$  avec la valeur de  $A$  précédente. Quelle conséquence peut-on en tirer sur la température à la surface de l'œuf? Montrer que cela revient à considérer une des grandeurs caractéristiques du problème comme infinie.

d) Calculer  $\beta$  en exprimant la température au centre de l'œuf à  $t = 0$ .

### II.B.5) Calcul de la durée de cuisson $\Delta t_2$ pour un œuf dur

a) Exprimer en fonction de  $\theta$  et des autres données du problème la durée de cuisson  $\Delta t_2$  à l'état dur d'un œuf de rayon  $r_2$ , pour lequel la température au centre doit atteindre  $T_c = 80^\circ\text{C}$ .

b) Calculer  $\Delta t_2$  pour un œuf de rayon  $r_2 = 2,5\text{ cm}$ . Commenter le résultat obtenu.

## II.C – Détermination de la masse d'eau à placer dans le cuiseur

### II.C.1) Détermination approchée de l'énergie de cuisson d'un œuf dur $\mathcal{E}_d$

a) En faisant un bilan énergétique très simple entre l'état final et l'état initial, donner une borne inférieure  $\mathcal{E}_{d\min}$  de l'énergie de cuisson  $\mathcal{E}_d$  d'un œuf dur. Faire l'application numérique.

b) De la même façon, donner une borne supérieure  $\mathcal{E}_{d\max}$  de l'énergie  $\mathcal{E}_d$ . Faire l'application numérique.

c) Dans la suite, on adoptera comme valeur de l'énergie  $\mathcal{E}_d$  la moyenne arithmétique de  $\mathcal{E}_{d\min}$  et  $\mathcal{E}_{d\max}$ . Calculer numériquement cette valeur.

**II.C.2)** Pendant la phase de cuisson, on peut considérer l'eau contenue dans le cuiseur comme un système ouvert en écoulement permanent, admettant en entrée de l'eau liquide à la température  $T_{\text{eb}}$  et en sortie de la vapeur d'eau à  $T_{\text{eb}}$  (noter que, dans cette modélisation, les œufs font partie de l'extérieur du système).

Soit  $\mathcal{P}$  la puissance thermique fournie par la résistance chauffante,  $\mathcal{P}_f$  la puissance associée aux pertes thermiques dans les différentes parties du cuiseur (socle, cloche...).

On note :

- $D_m$  le débit massique de vapeur en sortie ;
- $n$  le nombre d'œufs dans le cuiseur ;
- $\ell_v$  la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau liquide à  $100^\circ\text{C}$ ,  $\ell_v = 2,26 \times 10^6\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$  ;
- $\mathcal{E}(t)$  l'énergie cédée à un œuf entre le début de sa cuisson et l'instant  $t$  ;

- $\mathcal{E}_X$  l'énergie nécessaire à la cuisson d'un œuf dans l'état  $X \equiv \begin{cases} d : & \text{dur} \\ m : & \text{mollet} \\ c : & \text{coque} \end{cases}$ .

En appliquant le premier principe au système ouvert en régime permanent pendant la durée  $dt$ , établir la relation entre  $D_m$ ,  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{P}_f$ ,  $\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}$  et le nombre d'œufs  $n$ .

**II.C.3)** On introduit dans le cuiseur une masse  $m_0$  d'eau liquide, qui va donc être vaporisée pendant la phase de cuisson de durée  $\Delta t_2$ . Montrer que

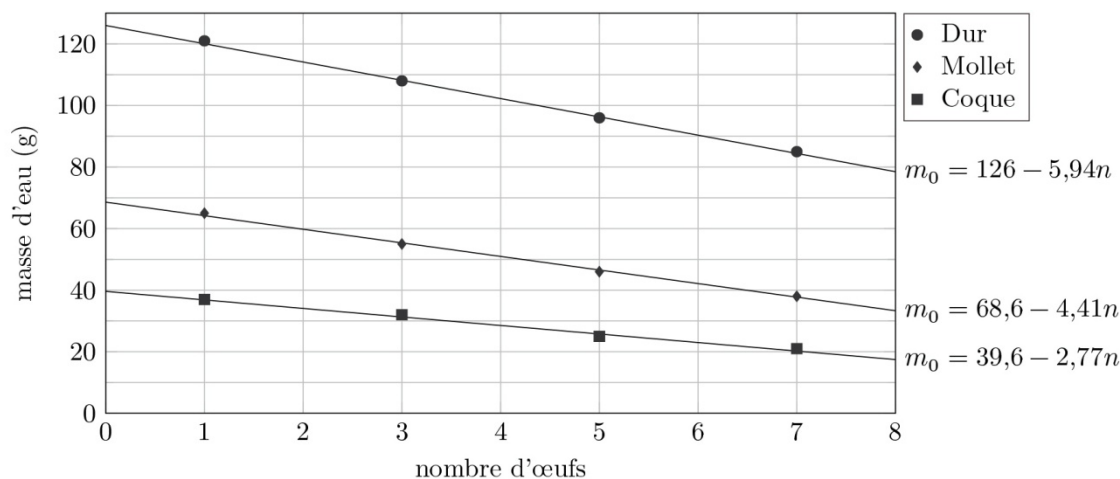
$$m_0 = \frac{(\mathcal{P} - \mathcal{P}_f)\Delta t_2 - n\mathcal{E}_X}{\ell_v}$$

Justifier alors les graduations du gobelet.

**II.C.4)** Exprimer la puissance thermique minimale que doit fournir la résistance électrique pour pouvoir cuire 7 œufs durs. Faire l'application numérique en considérant  $\mathcal{P}_f \approx 0$  et en prenant  $\mathcal{E}_d = 19\text{ kJ}$  pour un œuf de  $2,5\text{ cm}$  de rayon dont le temps de cuisson est d'environ 10 minutes. Comparer à la puissance du cuiseur et commenter.

**II.C.5)** On donne figure 8 la représentation graphique de la masse d'eau  $m_0$  contenue dans le gobelet en fonction du nombre d'œufs pour les trois degrés de cuisson ( $d, m, c$ ). Analyser ces courbes à la lumière des résultats précédents. En particulier :

- déterminer la taille des œufs (c'est-à-dire leur rayon) qui ont servi à « étalonner » le gobelet ;
- le temps de cuisson d'un œuf dur vous semble-t-il conforme aux résultats obtenus plus haut ?



**Figure 8** Masse d'eau à introduire dans le cuiseur en fonction du nombre d'œufs, pour les différents choix de cuisson

## Données

Données à 298 K.

*Extrait du tableau périodique* (masses molaires en  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

Numéro atomique	1	6	7	8	11	12	17
Symbole	H	C	N	O	Na	Mg	Cl
Masse molaire	1,01	12,0	14,0	16,0	23,0	24,3	35,5

*Rayons ioniques*

$$\text{Na}^+ = 97,0 \text{ pm}$$

$$\text{Cl}^- = 181 \text{ pm}$$

*Potentiels standards*

$$\text{Na}^+_{(\text{aq})}/\text{Na}_{(\text{s})} = -2,71 \text{ V}$$

$$\text{H}^+_{(\text{aq})}/\text{H}_{2(\text{g})} = 0 \text{ V}$$

$$\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_{2}\text{O}_{(\text{g})} = 1,23 \text{ V}$$

$$\text{Cl}_{2(\text{g})}/\text{Cl}^-_{(\text{aq})} = 1,36 \text{ V}$$

*Couple acide/base* :  $\text{HClO}/\text{ClO}^-$

*Données sur NaCl*

$$K_s(25^\circ\text{C}) = 36,0$$

$$\text{solubilité à } 100^\circ\text{C} : 391,2 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$\text{température de fusion} : 801^\circ\text{C}$$

*Données sur HCl(g)*

$$\text{enthalpie standard de formation} : -92,3 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\text{capacité thermique molaire standard} : 29,1 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

*Données sur l'eau*

$$\text{masse volumique} : 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$\text{capacité thermique massique} : 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\text{conductivité thermique} : 0,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\text{chaleur latente massique de vaporisation} : 2,26 \times 10^6 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$$

$$\text{produit ionique} : K_e = 10^{-14}$$

$$\text{température d'ébullition sous 1 bar} : 100^\circ\text{C}$$

*Constantes*

$$\text{Constante d'Avogadro} \quad N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Constante de Faraday} \quad F = N_A e = 96,5 \times 10^3 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\text{Constante des gaz parfaits} \quad R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\text{Charge élémentaire} \quad e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{On prendra } \frac{RT}{F} \ln x \approx 0,06 \log x \text{ et } T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273.$$

# Partie B – Vidange d'une citerne

## D / Ecoulement parfait

La citerne est munie d'un orifice par lequel le gazole peut s'écouler.

On suppose que toutes les conditions sont réunies pour qu'on puisse appliquer la relation de Bernoulli entre un point A de la surface libre du gazole et un point B au niveau de l'ouverture (voir figure ci-après) :

$$\frac{1}{2}\rho(V_B^2 - V_A^2) + \rho g(z_B - z_A) + (p_B - p_A) = 0$$

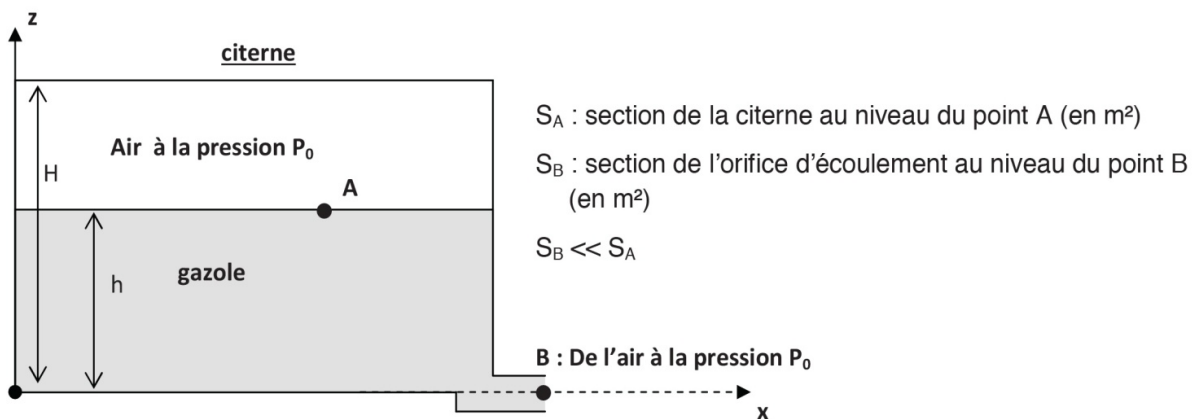
où

$\rho$  est la masse volumique du gazole,

$V_A$  (respectivement  $V_B$ ) correspond à la vitesse moyenne (encore appelée vitesse débitante) de l'écoulement supposée constante au niveau de la section  $S_A$  (respectivement  $S_B$ ),

$p_A$  (respectivement  $p_B$ ) correspond à la pression de l'écoulement supposée constante au niveau de la section  $S_A$  (respectivement  $S_B$ ),

$g$  est l'intensité du champ de pesanteur.



**D1.** Quelles sont les conditions d'application de la relation de Bernoulli ?

**D2.** Comment se traduit la conservation de la masse lors de l'écoulement ?

En déduire une relation entre les vitesses moyennes en A et B.

**D3.** Sachant que la section en A est nettement plus grande que celle en B, exprimer la vitesse moyenne  $V_B$  de l'écoulement en B à l'aide de  $h$  et  $g$ .

**D4.** La citerne est initialement pleine.

Exprimer le temps nécessaire  $T$  pour la vidanger complètement, à l'aide de  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $H$  et  $g$ .

Calculer  $T$ .

## E / Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau du convergent (rétrécissement de section sur la ligne de courant AB), on constate une zone de perturbation caractérisée énergétiquement par une « perte de charge singulière » : le bilan d'énergie se traduit par une perte d'énergie mécanique volumique modélisable par la formule suivante :

$$\frac{1}{2}\rho(V_B^2 - V_A^2) + \rho g(z_B - z_A) + (p_B - p_A) = -\frac{1}{2}K_C\rho V_B^2 \text{ avec } K_C \approx 0,55 \text{ (sans dimension)}$$

**E1.** Déterminer une nouvelle expression de  $V_B$  en tenant compte de la perte de charge singulière.

**E2.** Exprimer à nouveau le temps nécessaire  $T'$  pour vidanger complètement la citerne, à l'aide de  $T$  et  $K_C$ .

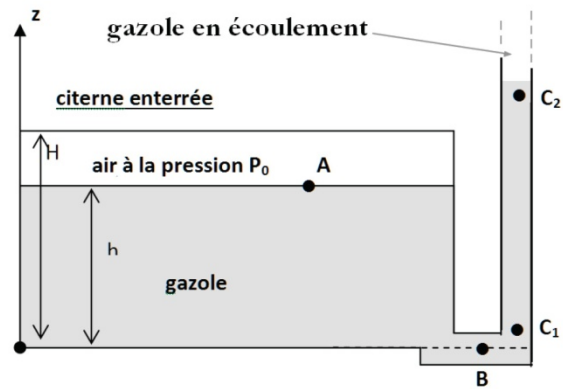
Calculer  $T'$ . Commenter.

### F / Prise en compte d'une perte de charge régulière

On accroche au niveau de B une conduite cylindrique verticale de grande longueur et de diamètre  $d = 2a$ . La figure ci-contre ne représente qu'une portion  $\ell = C_1C_2$  de cette conduite.

L'étude de l'écoulement entre  $C_1$  et  $C_2$  nécessite alors la prise en compte de la dissipation d'énergie par frottement dû à la viscosité du gazole.

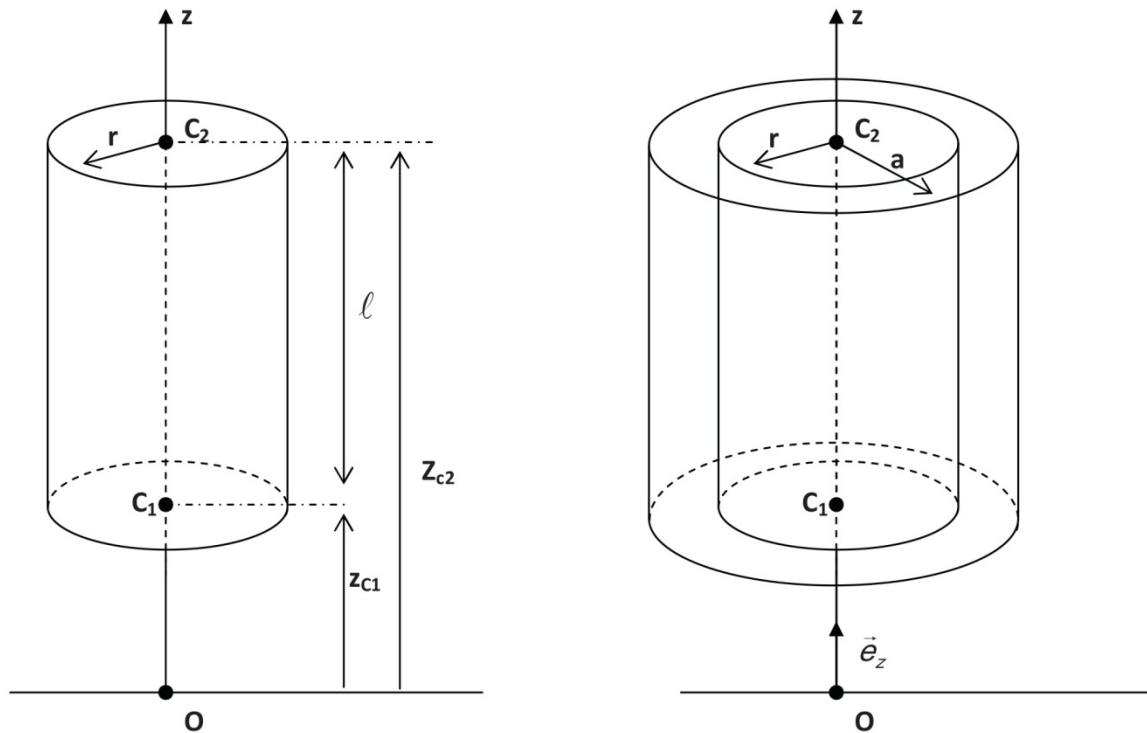
Dans la suite, on considère que le gazole est un fluide incompressible, de masse volumique constante  $\rho$ , de viscosité dynamique  $\eta$ , en écoulement stationnaire.



On suppose de plus que l'écoulement est laminaire et que le champ de vitesse est à symétrie cylindrique

$$\vec{V}(r) = V(r)\vec{e}_z$$

avec  $V(r) > 0$  et une vitesse nulle le long des parois et maximale sur l'axe de la conduite. Les pressions sont supposées constantes pour une altitude donnée :  $p_{C_1}$  est la pression en  $C_1$  à l'altitude  $z_{C_1}$ ,  $p_{C_2}$  est la pression en  $C_2$  à l'altitude  $z_{C_2}$ .



On isole par la pensée un cylindre de fluide de rayon  $r$  inférieur à  $a$  et de longueur  $\ell$ . Ce cylindre subit des forces pressantes en  $C_1$  et  $C_2$ , son poids et des forces visqueuses modélisées par la loi suivante :

$$\vec{f} = \eta \frac{dV}{dr} \Sigma \vec{e}_z$$

Où  $\Sigma$  représente la surface latérale de contact entre le fluide contenu dans le cylindre et celui à l'extérieur du cylindre.



**F1.** Faire un bilan de quantité de mouvement pour ce cylindre et établir la relation suivante :

$$\frac{dV}{dr} = -\alpha \cdot (\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2}) \cdot r$$

avec  $\tilde{p} = p + \rho g z$  et  $\alpha$  un facteur que l'on exprimera à l'aide de  $\eta$  et  $\ell$ . Commentez le signe de  $\alpha$ .

**F2.** Montrer que  $V(r)$  s'écrit :  $V(r) = V_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right)$ . Exprimer  $V_{\max}$  à l'aide de  $\alpha$ ,  $a$  et  $(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2})$ .

**F3.** Déterminer l'expression du débit volumique  $Q_V$  à l'aide de  $\alpha$ ,  $a$  et  $(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2})$ .

**F4.** En déduire l'expression de la vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$  dans une section de la conduite (encore appelée vitesse débitante) à l'aide de  $\alpha$ ,  $a$  et  $(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2})$ .

La « perte de charge régulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des frottements visqueux) est définie par  $\Delta p_r = \lambda \frac{1}{2} \rho V_{\text{moy}}^2 \frac{\ell}{d}$  où  $\lambda$  est une constante sans dimension dépendant de la nature de l'écoulement et de la rugosité de la conduite,  $\ell$  la longueur de la conduite et  $d$  son diamètre.

On a par ailleurs :  $\tilde{p}_{C2} - \tilde{p}_{C1} = -\Delta p_r$  pour une canalisation de section constante.

**F5.** Déterminer l'expression de  $\lambda$  à l'aide de  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $V_{\text{moy}}$  et  $a$ .

**F6.** Rappeler l'expression du nombre de Reynolds  $R_e$  pour une conduite cylindrique en fonction de son diamètre  $d$ , de la vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$ , de la masse volumique  $\rho$  et de la viscosité  $\eta$ .

Pour un écoulement laminaire, en déduire l'expression de  $\lambda$  à l'aide du nombre de Reynolds,  $R_e$ .

**F7.** Calculer le nombre de Reynolds  $R_e$  à l'aide des données numériques fournies en fin de sujet.

**F8.** Rappeler comment le nombre de Reynolds,  $R_e$  peut être utilisé pour caractériser la nature de l'écoulement.

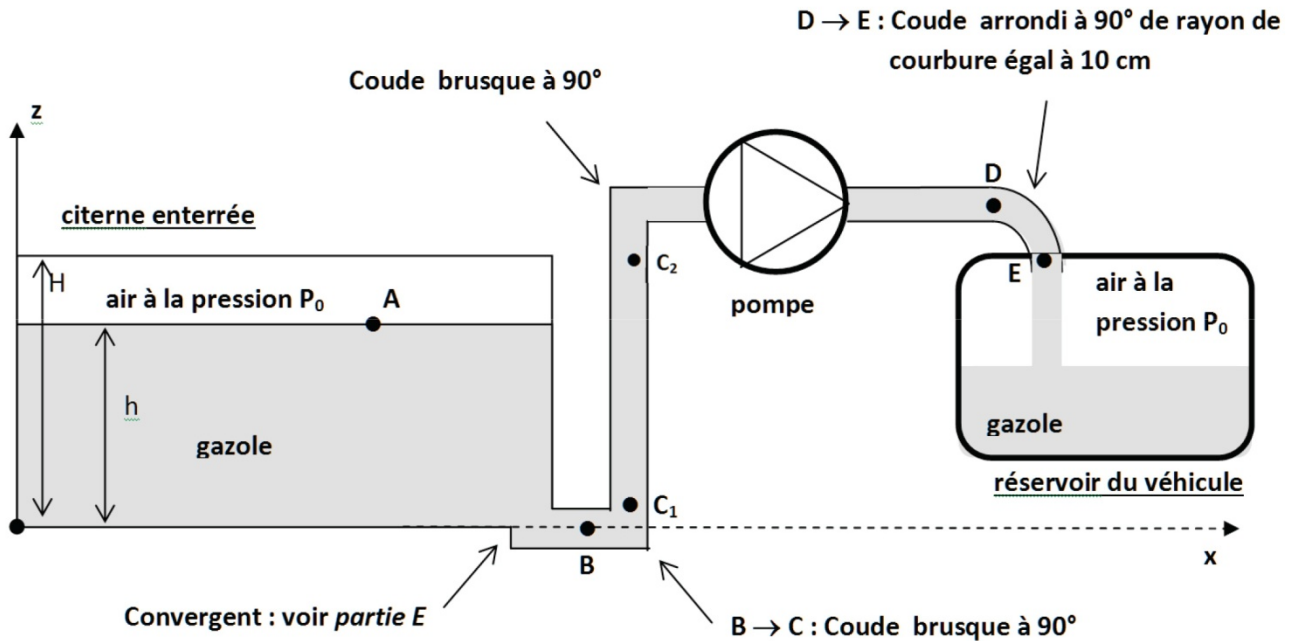
L'hypothèse d'écoulement laminaire utilisée jusqu'à la question **F7** est-elle valide ?

## G / Remplissage du réservoir d'une voiture

On utilise une pompe centrifuge pour déplacer le gazole de la citerne au réservoir d'une voiture. Le schéma suivant modélise simplement le circuit du fluide (la citerne étant enterrée, on a bien évidemment  $z_E > z_A$ )

La « perte de charge singulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des coudes, des raccords entre canalisations de diamètres différents...) est définie par  $\Delta p_s = K \frac{1}{2} \rho V_{\text{moy}}^2$  où  $K$  est une constante sans dimension dépendant de la nature de la singularité rencontrée. On admettra que la pompe utilisée ici génère une perte de charge singulière de coefficient  $K_{\text{pompe}} = 6$ .





- G1.** Utiliser le document, page 12, intitulé « Données numériques » pour déterminer la valeur numérique du coefficient  $K_{total}$  correspondant à l'ensemble des singularités détaillées sur le schéma ci-dessus. On prendra soin de préciser les différents termes intervenant dans  $K_{total}$ .
- G2.** Calculer la valeur totale des pertes de charge singulières  $\Delta p_{s,tot}$  à l'aide des données numériques fournies en fin de sujet.
- G3.** La totalité des longueurs droites de la conduite vaut approximativement  $\ell = 10$  m.  
On admettra la valeur suivante pour le coefficient de perte de charge régulière :  $\lambda = 2,45 \cdot 10^{-2}$ .  
Calculer la valeur totale des pertes de charge régulières  $\Delta p_{r,tot}$  à l'aide des données numériques fournies en fin de sujet.

L'insertion d'un élément actif (ici la pompe électrique) dans le circuit du fluide modifie le bilan énergétique appliqué au gazole. En tenant compte des pertes de charge, on admet la relation suivante appliquée entre les points A et E :

$$\frac{1}{2} \rho (V_E^2 - V_A^2) + \rho g (z_E - z_A) + (p_E - p_A) = -(\Delta p_{r,tot} + \Delta p_{s,tot}) + \frac{P_u}{Q_v}$$

où  $P_u$  est la puissance utile fournie par la pompe au fluide et  $Q_v$  est le débit volumique.

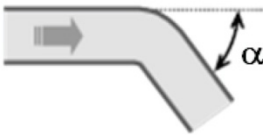
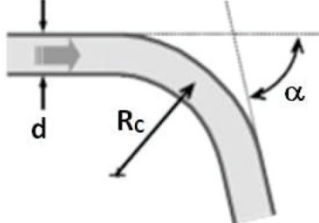
- G4.** Calculer le débit volumique dans les conduites  $Q_v$  à l'aide des données numériques fournies.
- G5.** Sachant que la pompe a un rendement de 80%, déterminer l'expression de  $P_e$ , puissance électrique alimentant la pompe. Calculer  $P_e$  (on prendra  $z_E - z_A \approx 5$  m).

**Pour la première partie:**

Permittivité du vide :	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Permittivité relative du gazole :	$\epsilon_r = 5,00$
Hauteur du capteur capacitif :	$H = 1,00 \text{ m}$
Largeur du capteur capacitif :	$L = 4,00 \text{ cm}$
Distance entre les armatures :	$e = 3,00 \text{ mm}$

**Pour la seconde partie:**

Section de la citerne au point A :	$S_A = 1,00 \text{ m}^2$
Section de l'ouverture au point B :	$S_B = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
Rayon des sections des conduites et des coudes :	$a = 1,80 \text{ cm}$
Intensité du champ de pesanteur :	$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Masse volumique du gazole :	$\rho = 840 \text{ kg.m}^{-3}$
Viscosité dynamique du gazole :	$\eta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
Vitesse moyenne des les conduites :	$V_{\text{moy}} = 4,50 \text{ m.s}^{-1}$
Coefficient K pour les pertes de charge singulière :	

<p><i>Coude brusque :</i></p>  <p><math>K = \sin^2 \alpha + 2 \sin^4 \left( \frac{\alpha}{2} \right)</math></p>	<p><i>Coude arrondi de rayon de courbure <math>R_C</math> et de diamètre <math>d</math> (<math>\alpha</math> est en degré) :</i></p>  <p><math>K = \frac{\alpha}{180} \cdot \left( 0,131 + 1,847 \cdot \left( \frac{d}{R_C} \right)^{7/2} \right)</math></p>
--	--