Physique : DM11

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

I – Lunette astronomique

On se propose d'observer le soleil grâce à une lunette astronomique ; le problème commence par établir les propriétés fondamentales d'un modèle de cet instrument, puis on montrera le danger d'une observation directe et la possibilité d'observer par projection de l'image solaire sur un écran.

Soit la lunette astronomique modélisée sur la figure 1.

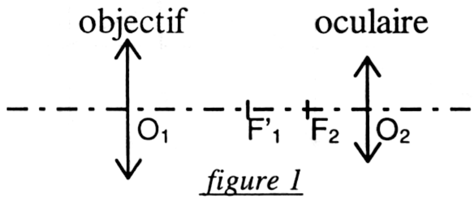


figure 1

objectif L_1 : centre O_1 , foyer image F'_1 , distance focale image f'_1 = 900 mm.
oculaire L_2 : centre O_2 , foyer objet F_2 , distance focale image f'_2 = 12,5 mm.

1. Formation de l'image et grossissement

1.1 Que sont les conditions de Gauss et quelles propriétés générales leur respect confère-t-il à un instrument d'optique ? On se place dans tout le problème dans ces conditions.

1.2 On suppose que l'on peut réaliser un instrument d'optique soit à partir de lentilles, soit à partir de miroirs ; est-ce équivalent quant à la netteté des images formées ?

1.3 Rappeler les relations dites de conjugaison et de grandissement d'une lentille mince, avec origine au centre de la lentille.

1.4 La lunette est utilisée pour observer un objet réel AB et former son image A'B', par l'intermédiaire de l'image A_1B_1 :

$$AB \xrightarrow{\text{objectif}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{oculaire}} A'B'$$

A étant sur l'axe optique, on conseille de régler la position de l'oculaire de sorte que F_2 coïncide avec A_1 ; quel est l'intérêt de ce réglage pour l'observateur ?

On supposera que F_2 coïncide avec A_1, sauf dans la troisième partie.

La lunette vise le centre d'un astre sphérique dont le centre A est sur l'axe optique, infiniment éloigné ; A_1 coïncide donc avec F'_1. Le diamètre apparent de l'astre est 2α, ce qui signifie que les rayons issus des bords de l'astre frappent l'objectif avec un angle α par rapport à l'axe (figure 2). Dans le cas du soleil, $\alpha = 16' = (14/3).10^{-3}$ rad.

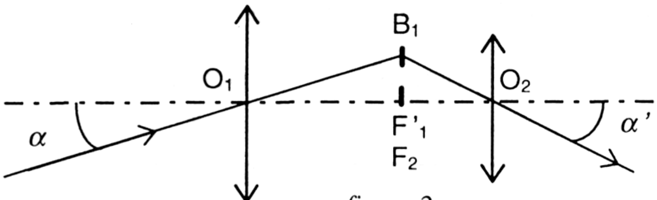


figure 2

1.5 L'image intermédiaire du soleil est $B_1B'_1$, B'_1 étant le symétrique de B_1 par rapport à F'_1. Préciser la nature de $B_1B'_1$ par rapport à l'objectif, puis par rapport à l'oculaire.

1.6 Déterminer la dimension $B_1B'_1$ de l'image intermédiaire du soleil. Faire l'application numérique.

1.7 Un rayon issu d'un bord de l'astre sort de l'oculaire avec un angle α' par rapport à l'axe optique ; déterminer le grossissement α'/α de la lunette. Faire l'application numérique.

2. Concentration de l'énergie

Pour montrer le danger d'une observation du soleil à travers la lunette, on étudie la concentration d'énergie réalisée par l'instrument : si l'on admet que tous les rayons frappant l'objectif sortent de l'instrument par l'oculaire, tous ces rayons passent par le cercle oculaire, qui est l'image par l'oculaire du cercle limitant l'objectif (figure 3). Les rayons étant les lignes de courant de l'énergie lumineuse, l'énergie entrant dans la lunette par l'objectif en ressort par le cercle oculaire.

objectif de centre $O_1 \xrightarrow{L_2}$ cercle oculaire de centre O'

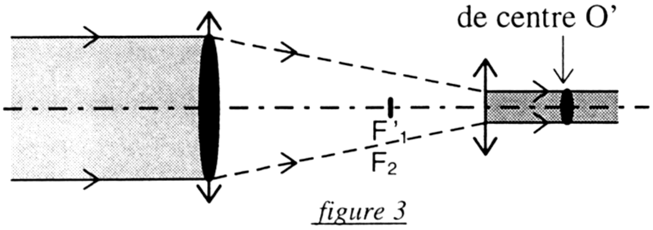


figure 3

N.B. : les « rayons » ne correspondent pas forcément aux rayons réels ; ils servent seulement à illustrer la conservation de l'énergie lumineuse.

2.1 Montrer par un tracé de rayons qualitatif comment l'oculaire forme l'image d'un point du cercle limitant l'objectif (qualitativement car on ne peut respecter l'échelle).

2.2 Application numérique : calculer la position du cercle oculaire et le grandissement correspondant.

2.3 Application numérique : en déduire le facteur de concentration exprimant le rapport des puissances lumineuses par unité de surface entre le cercle oculaire et l'objectif. Quelle expérience simple et spectaculaire ce calcul évoque-t-il ? Conclure.

3. Projection de l'image solaire

Le calcul précédent montre qu'il ne faut jamais regarder le soleil à travers un instrument, sous peine de brûlure de l'œil. Il est cependant facile de l'observer sans danger, en projetant son image sur un écran ; c'est d'ailleurs ainsi que Fabricius, Galilée, Scheiner... découvrirent et étudièrent les taches solaires au début du XVIIe siècle. Pour cela, on place un écran perpendiculairement à l'axe optique et le coupant en A' ; le support de l'écran est solidaire du tube porte-oculaire, de sorte que la distance O_2A' est fixée ($\overline{O_2A'} = 30$ cm). Le tube porte-oculaire peut être déplacé sur l'axe optique par rapport à l'objectif, et on n'impose plus que F_2 coïncide avec A_1.

3.1 Prévoir sans calculs le sens de déplacement de l'oculaire par rapport à sa position précédente pour obtenir une image nette du soleil sur l'écran.

3.2 Calculer la position de l'oculaire formant l'image nette du soleil sur l'écran ; on donnera son déplacement par rapport à sa position précédente.

3.3 Calculer la dimension de l'image projetée du soleil.

3.4 L'image d'une tache solaire, située au centre de l'image du soleil, a une longueur de 6 mm ; en déduire sa longueur réelle, sachant que le rayon du soleil vaut 700 000 km.

II - Le prisme

La résolution de ce problème ne nécessite aucune connaissance hors programme.

<u>Données :</u>
$n_{air} = 1$: indice de réfraction de l'air ambiant
$A = 60,0\ °$: angle du prisme

On considère un prisme d'angle au sommet A, fabriqué dans un verre d'indice n (figure 1). Ce prisme est placé dans l'air d'indice $n_{air} = 1$.

Dans ce problème, on étudie la trajectoire d'un rayon lumineux incident appartenant à un plan principal du prisme (figures 1 et 2).

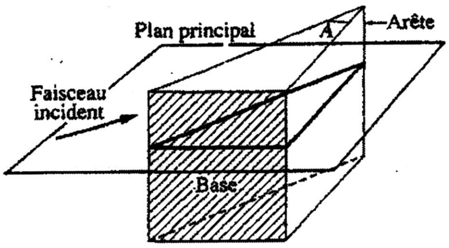


figure 1

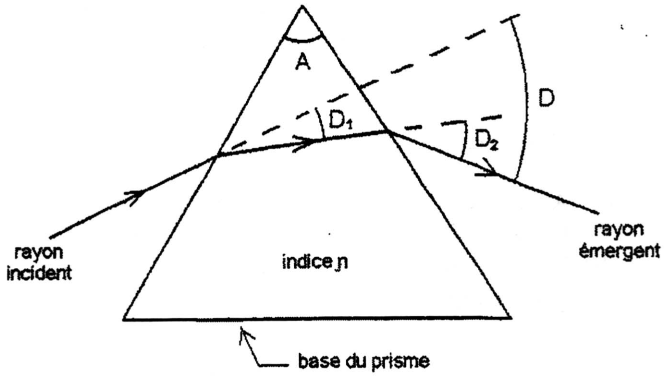


figure2

La figure 3 représente en détails le chemin suivi par la lumière dans le prisme :

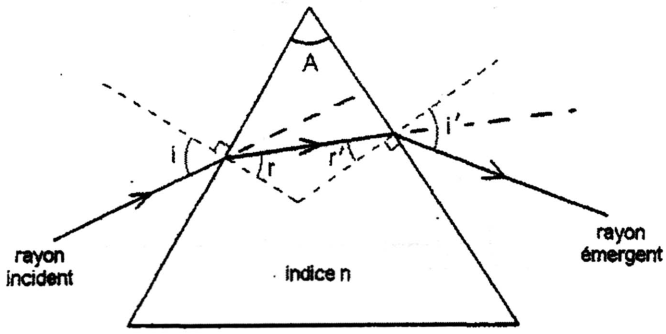


figure 3

Dans la suite, les angles i, r, r', i', D_1, D_2 et D appartiennent tous à l'intervalle $[0\ ;\ 90°]$.

1ère partie : Etude de la déviation de la lumière

Dans cette partie le rayon incident est constitué d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Pour cette longueur d'onde, l'indice de réfraction du prisme vaut $n = 1,50$.

1. Déterminer la relation qui relie i, r et n (voir figure 3). On note (1) cette relation.
2. Déterminer la relation qui relie i', r' et n (voir figure 3). On note (2) cette relation.
3. Montrer que $r + r' = A$ (voir figure 3). On note (3) cette relation.
4. En déduire que la déviation D a pour expression : $D = i + i' - A$ (voir figures 2 et 3). On note (4) cette relation.

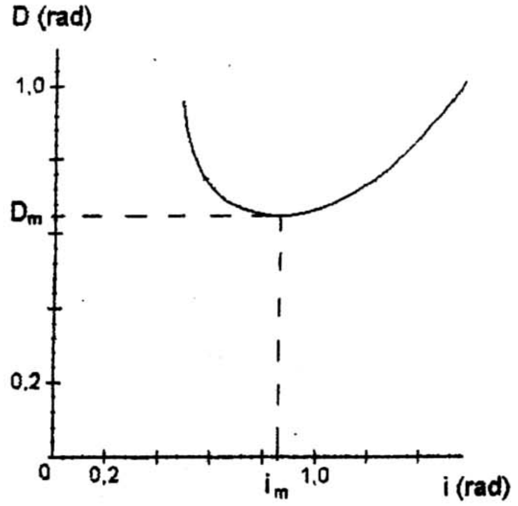
Les relations (3) et (4) pourront être utilisées dans la suite, même si le candidat n'est pas parvenu à les démontrer.

Condition d'émergence

5. En supposant l'existence du rayon émergent, dans quel sens varie i' lorsque i décroît en partant de 90° ? On rappelle que dans cette question n et A sont fixés.
6. On fait décroître i en partant de 90°. Déterminer l'expression littérale de i_0 : valeur de i correspondant à une disparition du rayon émergent ? (on exprimera i_0 uniquement en fonction de n et A).
7. Calculer numériquement i_0 pour $A = 60,0$ ° et $n = 1,50$.

Minimum de déviation

8. A partir des relations (1), (2) et (3), déterminer l'expression de i' uniquement en fonction de i, n et A.
9. En déduire l'expression de la déviation D uniquement en fonction de i, n et A.
10. En utilisant les valeurs numériques de l'énoncé, l'expression de la question 9 permet d'aboutir au graphe suivant :



Déduire de ce graphe la valeur numérique de i_m et D_m en degrés (valeurs respectives de i et D correspondant au minimum de la déviation D).

11. Quel principe élémentaire de l'optique géométrique permet de montrer que le minimum de déviation est obtenu lorsque $i' = i$. Expliciter clairement le raisonnement tenu.
12. En déduire l'expression littérale de r_m uniquement en fonction de A (r_m est la valeur de r obtenue lorsque la déviation D est minimale).
13. En déduire l'expression littérale de i_m uniquement en fonction de n et A.
14. En déduire l'expression littérale de D_m uniquement en fonction de n et A.

15. **Calculer numériquement r_m , i_m et D_m pour $A = 60,0\ °$ et $n = 1,50$. Vérifier l'accord avec les résultats de la question *10*.**

16. **Déduire des questions précédentes que** $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$.

2ème partie : Etude de la dispersion de la lumière

Dans cette partie le rayon incident est constitué d'une lumière polychromatique (lumière comportant différentes longueurs d'ondes dans l'intervalle $[\lambda_1 ; \lambda_2]$ de la lumière visible). Par ailleurs le verre constituant le prisme a un indice de réfraction n qui obéit à la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = n_0 + \frac{B}{\lambda^2} \text{ (où } n_0 \text{ et } B \text{ sont des constantes positives)}$$

Par conséquent l'indice n est différent pour chaque longueur d'onde constituant la lumière.
Dans la suite on se place à i fixé : on considère un rayon lumineux qui frappe le prisme avec un angle i fixé.

17. **Dans ces conditions, décrire sommairement ce qu'on oberve en regardant la lumière qui sort du prisme.**

18. En utilisant les relations (1), (2), (3) et (4) établies à la 1ère partie, déterminer par un raisonnement simple dans quel sens varie l'angle de déviation D lorsque l'indice n du prisme croît. On rappelle que dans cette question i et A sont fixés.

On considère maintenant un rayon incident contenant uniquement deux longueurs d'onde : $\lambda_3 = 400$ nm et $\lambda_4 = 700$ nm.

19. A quelle couleur correspondent respectivement λ_3 et λ_4 ?

20. En vous aidant du résultat de la question *18* et sachant que $n(\lambda) = n_0 + \dfrac{B}{\lambda^2}$ (où n_0 et B sont des constantes positives), est-ce λ_3 ou λ_4 qui est la plus déviée ?

21. En utilisant ce qui précède, faire un schéma faisant apparaître la marche des deux rayons lumineux associés à ce rayon incident (vous indiquerez clairement où se trouvent λ_3 et λ_4).

3ème partie : Réalisation d'un spectroscope à prisme

Vous êtes laborantin et vous disposez :
- d'un prisme placé sur un goniomètre (appareil de mesure d'angles)
- d'une lampe à mercure.

Cette lampe à mercure a un spectre de raie : la lumière issue de cette lampe comporte différentes longueurs d'ondes bien déterminées. En outre vous disposez des valeurs numériques de ces différentes longueurs d'onde (elles se trouvent dans la littérature).

22. En vous aidant de tout ce qui précède, indiquer dans les grandes lignes comment vous feriez pour déterminer numériquement l'indice de réfraction n du prisme pour chacune de ces longueurs d'onde.

23. Quel graphe simple permettrait de vérifier si le verre constituant le prisme obéit à la loi de Cauchy ?

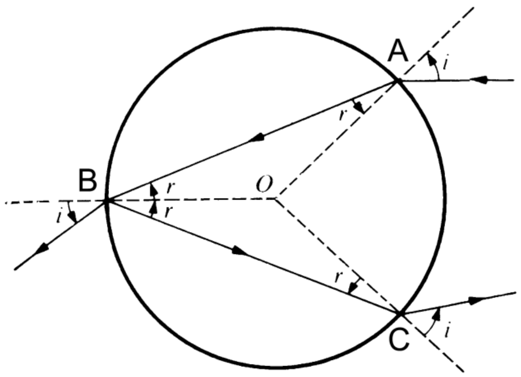
24. Vérification faite, le verre obéit à la loi de Cauchy. Un ami vous apporte une lampe monochromatique de longueur d'onde λ inconnue. Comment procédez vous pour accéder à une mesure de λ ?

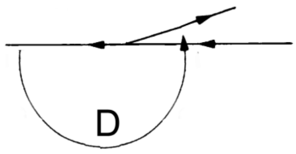
III - L'arc-en-ciel

I-1) Enoncer les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction en précisant la définition des notions utilisées.

I-2) Expliquer ce qu'est le phénomène de réflexion totale. Calculer l'angle limite de réflexion totale, dans le cas d'un plan de séparation eau-vide, sachant que l'indice de l'eau est n=1,333.

I-3) Selon Descartes et Newton , l'arc-en-ciel est dû à la réflexion totale de la lumière du soleil sur des gouttes d'eau sphériques d'indice n.





I-3-1) Pourquoi le rayon réfracté en A est-il dans le plan de la figure ?

I-3-2) Peut-il y avoir réflexion totale en B ?

I-3-3) Montrer que la déviation D subie par le rayon émergent après une réflexion totale dans la goutte peut se mettre sous la forme : $D=\pi-4r+2i$.

I-3-4) Exprimer D en fonction de i et n uniquement.

I-4) Accumulation de lumière au minimum de déviation :

I-4-1) Montrer que la déviation D passe par un extremum D_m pour une valeur i_m. Montrer que D_m est un minimum dans le cas où n=4/3.

I-4-2) Calculer la valeur de D_m et de i_m pour $n=4/3\cong1{,}33$. Donnez l'allure de la courbe de D=f(i).

I-4-3) Interpréter simplement la présence de cet extremum du point de vue de la quantité de lumière reçue par l'œil d'un observateur placé à grande distance de la goutte.

I-5) On suppose la présence de gouttes de pluie uniformément réparties dans l'espace. On supposera le soleil comme ponctuel.

I-5-1) Pourquoi observe-t-on toujours un arc de cercle ?

I-5-2) Pourquoi l'observation du phénomène est-elle difficile ou impossible à midi? Deux observateurs distants de quelques mètres voient-ils la même image du phénomène ?

I-6) Pourquoi observe-t-on des couleurs dans l'arc-en-ciel ?