

## Physique : DM11

## I – Lunette astronomique (Petites Mines 1997)

① Formation de l'image et grossissement

①.1. Un système centré est utilisé dans les conditions de Gauss si tous les rayons lumineux qui le traversent sont paraxiaux :

- rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique
- rayons proches de l'axe optique.

• Dans les conditions de Gauss, les systèmes centrés (instrument d'optique) sont stigmatiques et aplanétiques.

①.2. Les lentilles sphériques et miroirs sphériques présentent dans l'approximation de Gauss les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme approchés. Cependant il est plus simple d'obtenir des faces de courbure de bonne qualité avec les miroirs d'où leur plus grande utilisation dans les instruments d'optique de très grande qualité.

①.3. Relations de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

et

$$Y = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad (2)$$

où A et A' sont deux points conjugués.

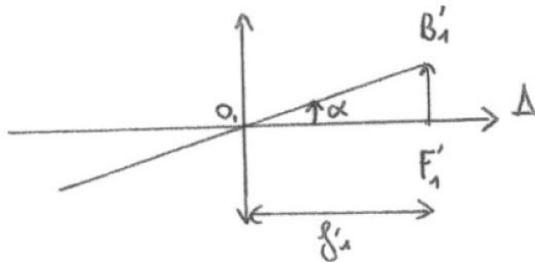
1.4. Si on place  $A_1$  au foyer objet de  $L_2$  alors l'image  $A'$  se trouve à l'infini. On l'œil humain a la possibilité de faire la mise au point sur un objet se situant entre son point le plus éloigné situé à l'infini pour un œil normal et son point le plus proche (à peu près 20 cm pour un œil normal).

. Ainsi si  $A'$  est à l'infini l'œil humain devrait voir cette image de façon nette.

1.5.  $B_1B'_1$  est une image réelle inversée située dans le plan focal image de  $L_1$ .

.  $B_1B'_1$  joue le rôle d'objet réel dans le plan focal objet de  $L_2$ .

1.6

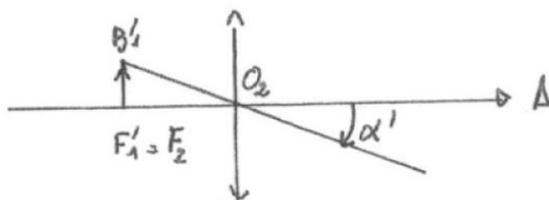


D'après le schéma on a :  $\overline{F'_1 B'_1} = \tan \alpha \cdot \overline{O_1 F'_1}$

$$\Leftrightarrow \boxed{\overline{B_1 B'_1} = 2f'_1 \tan \alpha \simeq 2f'_1 \alpha} \quad (3)$$

$$= \underline{\underline{8,40 \text{ mm}}}$$

1.7



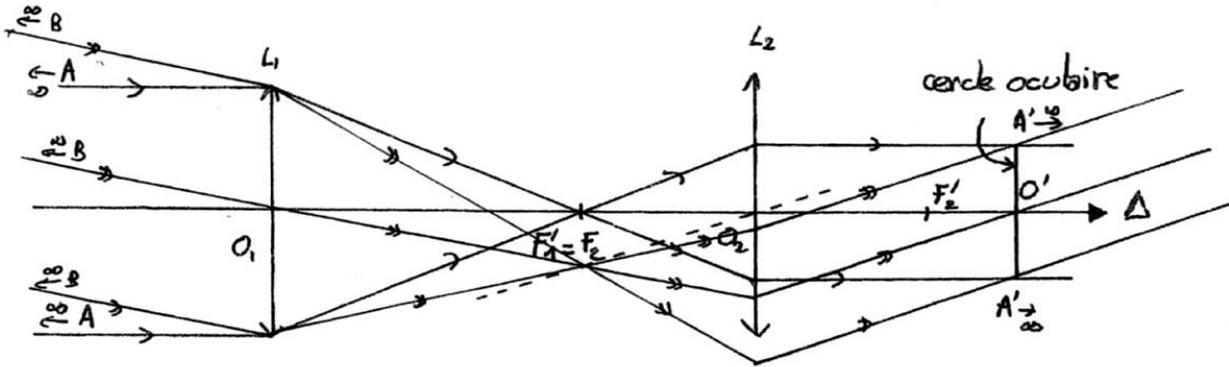
D'après le schéma on a :  $\overline{F'_1 B'_1} = \tan \alpha' \cdot (\overline{O_2 F_2})$

$$\Leftrightarrow \overline{B_1 B'_1} = -2f'_2 \tan \alpha' \simeq -2f'_2 \alpha'$$

$$\text{D'où } \boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}} \quad (4) \Rightarrow \underline{\underline{G = -72}}$$

## 2) Concentration de l'énergie

(2.1)



(2.2) . Soit  $\frac{1}{O_2O'} - \frac{1}{O_2O_1} = \frac{1}{f_2'} \Leftrightarrow O_2O' = \frac{O_2O_1 \cdot f_2'}{O_2O_1 + f_2'} = -\frac{(\beta_2' + \beta_1') f_2'}{-f_1'}$

$\Leftrightarrow O_2O' = \frac{(\beta_2' + \beta_1') f_2'}{f_1'} \quad \textcircled{5} = \underline{\underline{12,7 \text{ mm}}}$

. Soit  $\gamma = \frac{O_2O'}{O_2O_1} = \frac{(\beta_2' + \beta_1') f_2' / f_1'}{-(\beta_2' + \beta_1')}$

$\Leftrightarrow \gamma = -f_2' / f_1'$

$\Leftrightarrow \boxed{\gamma = \frac{1}{G}} \quad \textcircled{6} = \underline{\underline{-1,39 \cdot 10^{-2}}}$

(2.3) En considérant qu'il y a conservation de l'énergie lumineuse on peut dire que l'on a :

$E_{\text{entrant}} = E_{\text{sortant}}$

$\Leftrightarrow P_{\text{entrant}} \times S_{\text{obj}} = P_{\text{sortant}} \times S_{\text{c.o.}}$

$\Leftrightarrow r = \frac{P_{\text{c.o.}}}{P_{\text{obj}}} = \frac{S_{\text{obj}}}{S_{\text{c.o.}}}$

$\Leftrightarrow r = \left(\frac{D_{\text{obj}}}{D_{\text{c.o.}}}\right)^2 \Leftrightarrow \boxed{r = G^2} \quad \textcircled{7} = \underline{\underline{5,2 \cdot 10^3}}$

On effectue ainsi une concentration de l'énergie lumineuse en un point. On pourrait ainsi penser pouvoir mettre le feu par ce procédé ou en focalisant l'énergie avec une simple loupe (loupes) sur la matière à inflammer.

On effectue ainsi une concentration de l'énergie lumineuse en un point.  
On pourrait ainsi penser pouvoir mettre le feu par ce procédé ou en focalisant l'énergie avec une simple lentille (loupes) sur la matière à inflammer.

### ③ Projection de l'image solaire

③.1) Pour avoir une image réelle on l'écran il faut que l'objet soit situé avant  $F_2$  par conséquent il faut éloigner le tube oculaire pour avoir une image nette.

③.2) Soit  $\frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{O_2A_1} = \frac{1}{f'_2}$

$$\Rightarrow \boxed{O_2A_1 = \frac{O_2A' \cdot f'_2}{f'_2 - O_2A'}} = \underline{\underline{-1,30 \text{ cm}}} \quad (8)$$

• D'où  $\overline{F_2A_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2A_1}$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{F_2A_1} = f'_2 + O_2A_1} = \underline{\underline{-0,054 \text{ cm} = -0,54 \text{ mm}}} \quad (9)$$

③.3) Soit  $\gamma' = \frac{O_2A'}{O_2A_1} = \frac{f'_2 - O_2A'}{f'_2} = \underline{\underline{-23 = \gamma}}$  (10)

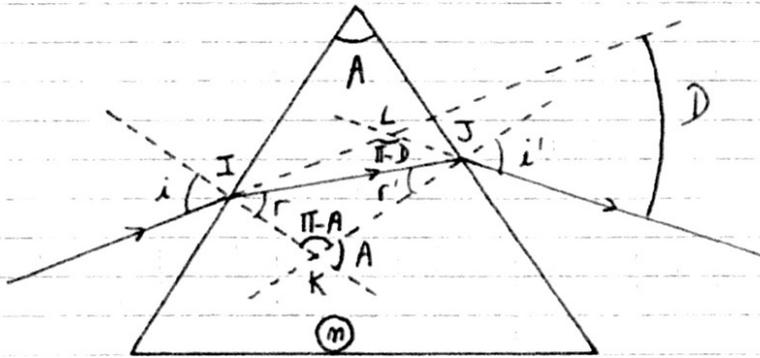
$$\Rightarrow \boxed{\phi'_{\text{soleil}} = B_1B_1 \cdot |\gamma'|} = \underline{\underline{194 \text{ mm}}} \quad (11)$$

③.4) On  $\boxed{\phi_{\text{tache}} = \phi_{\text{soleil}} \cdot \frac{\phi'_{\text{tache}}}{\phi'_{\text{soleil}}}} = \underline{\underline{43,3 \cdot 10^3 \text{ km}}} \quad (12)$

## II - Le prisme (CCP - 2001)

1<sup>ère</sup> partie : Etude de la déviation de la lumière

1°)



de troisième loi de Descartes appliquée en I donne :  $\sin i = n \sin r$  (1)

2°) ————— "J" ————— :  $\sin i' = n \sin r'$  (2)

3°) Dans le triangle ISK on a  $\pi = (\pi - A) + r + r'$

$$\Leftrightarrow A = r + r' \quad (3)$$

4°) Dans le triangle ISL on a :  $\pi = (i - r) + (i' - r') + \pi$

$$\Leftrightarrow D = i + i' - (r + r')$$

$$\Leftrightarrow D = i + i' - A \quad (4)$$

Condition d'émergence :

5°) D'après (1), si  $i$  décroît alors  $r$  décroît.  
 — " (3), si  $r$  décroît alors  $r'$  croît.  
 — " (2), si  $r'$  croît alors  $i'$  croît } Si  $i$  décroît alors  $i'$  croît (5)

6°) Le rayon émergent disparaît s'il y a réflexion totale en J c'est à dire si

$$r' = r'_{\text{lim}} = \text{Arccsin} \left( \frac{1}{n} \right)$$

$$\text{D'où d'après (1) et (3)ssi } \sin i_0 = n \sin (A - r'_{\text{lim}}) \Leftrightarrow \sin i_0 = n \sin \left( A - \text{Arccsin} \left( \frac{1}{n} \right) \right) \quad (6)$$

7°)

$$A.N: \quad \underline{i_0 = 28,0^\circ = 0,487 \text{ rad}} \quad (7)$$

Minimum de déviation:

$$8') \text{ Soit } \sin i' = n \sin(r') = n \sin(A - r) \Leftrightarrow \boxed{\sin i' = n \sin\left(A - \text{Arcsin}\left(\frac{\sin i}{n}\right)\right)} \quad (8)$$

9°)

$$\text{Soit } D = i + i' - A$$

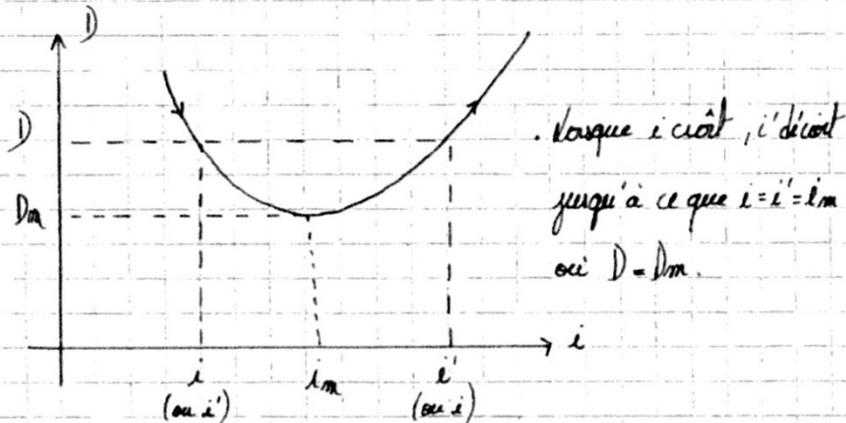
$$\Leftrightarrow \underline{D = i - A + \text{Arcsin}\left[n \sin\left(A - \text{Arcsin}\left(\frac{\sin i}{n}\right)\right)\right]} \quad (9)$$

10°)

$$\text{Sur le graphique on lit: } \begin{cases} i_m = 0,86 \text{ rad} = 49,3^\circ \\ D_m = 0,66 \text{ rad} = 37,8^\circ \end{cases}$$

11°). Pour cela on utilise le principe de retour inverse de la lumière. Un angle d'incidence  $i$  donne un angle d'émergence  $i'$  et par retour inverse de la lumière (10), un angle  $i'$  donnera un angle d'incidence  $i$ .

• Etant donné que  $D = i + i' - A$ , les angles d'incidence  $i$  et  $i'$  donneront la même déviation.



D'après le principe de retour inverse de la lumière on en déduit que lorsque  $i = i'$ ,  $D$  est extrême : c'est un minimum d'après le graphique.

12°) Si pour  $D_m$  on a  $i_m = i'_m$  alors  $r_m = r'_m$  d'où d'après (3) :  $A = 2r_m$

$$\Leftrightarrow \boxed{r_m = \frac{A}{2}} \quad (12)$$

13°) D'après (1) on a :  $\boxed{\sin i_m = n \sin \frac{A}{2}} \quad (13)$

14°) D'après (4) :  $D_m = 2i_m - A$

$$\Leftrightarrow D_m = 2 \operatorname{Arctan} \left[ m \sin \left( \frac{A}{2} \right) \right] - A \quad (14)$$

15°) A.N. : 
$$\begin{cases} r_m = 30,0^\circ \\ i_m = 48,6^\circ = 0,85 \text{ rad.} \\ D_m = 37,2^\circ = 0,65 \text{ rad.} \end{cases} \quad (15)$$

Les résultats sont similaires aux résultats de la question 10.

16°) D'après (4) :  $i_m = \frac{A + D_m}{2}$

d'où  $\sin i_m = m \sin r_m \Leftrightarrow \sin \left( \frac{A + D_m}{2} \right) = m \sin \left( \frac{A}{2} \right)$

$$\Leftrightarrow m = \frac{\sin \left( \frac{A + D_m}{2} \right)}{\sin \left( \frac{A}{2} \right)} \quad (16)$$

## 2<sup>ème</sup> partie : Etude de la dispersion de la lumière

17°) Le prisme étant un élément dispersif, les rayons lumineux vont subir une déviation différente suivant leur longueur d'onde associées. Ainsi le bleu sera plus dévié que le rouge vers la base du prisme. Suivant le dispositif employé on peut observer un spectre de la lumière polychromatique utilisé.

18°) Soit  $m_2 > m_1$  avec  $i$  fixé

On a  $\sin i = m \sin r$  d'où  $r_2 < r_1$

.  $A = r + r'$  avec  $A$  fixé d'où  $r_2' > r_1'$

.  $m_1 i' = m \sin r'$  avec  $m_2 > m_1$  et  $r_2' > r_1' \Rightarrow i_2' > i_1'$

Comme  $D = i + i' - A \Rightarrow D_2 > D_1$

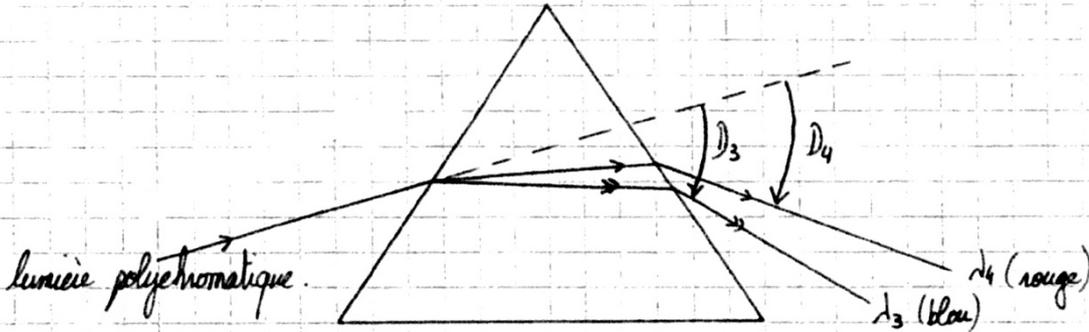
$\Rightarrow$  Si  $m$  croît,  $D$  croît (18)

19°) On a 
$$\begin{cases} r_3 = 400 \text{ nm} : \text{violet-bleu} \\ r_4 = 700 \text{ nm} : \text{rouge} \end{cases} \quad (19)$$

20°) On a  $n_4 > n_3$ , or  $n = n_0 + \frac{B}{\lambda^2} \Rightarrow n_4 < n_3$ .

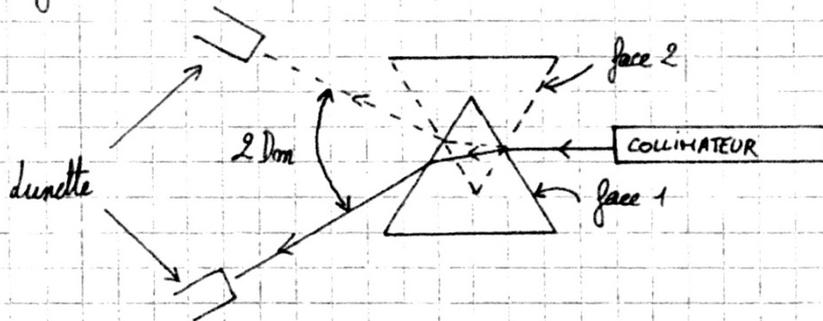
Donc  $D_3 > D_4$  : le bleu est plus dévié (20)

21°)



### 3<sup>ème</sup> partie : Réalisation d'un spectroscope à prisme

22°) . A l'aide du goniomètre on effectuerait la mesure de  $2D_m$  pour chacune des longueurs d'onde du mercure :



le minimum de déviation est obtenu lorsque le déplacement de l'image semble se ralentir juste avant de repartir en sens inverse.

Après avoir fait les mesures de  $D_m$  pour chaque longueur d'onde, on utilise la formule (16) pour avoir  $n = f(\lambda)$ .

23°) On pourrait représenter  $n = f(1/\lambda^2)$  (23)

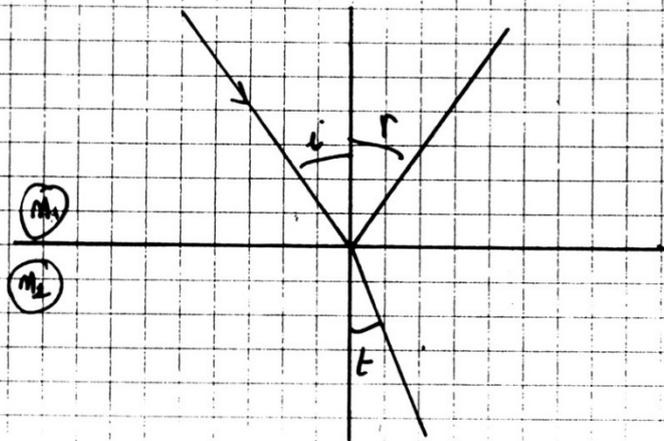
24°) On mesure le  $D_m$  correspondant à  $\lambda$  (de la lampe) puis on reporte le  $D_m$  sur notre représentation graphique et on obtient grâce à notre courbe étalon la valeur de  $n$ .

## III - L'arc en ciel (Banque PT - 1997)

(II.1) 1<sup>ère</sup> loi de Descartes : les rayons réfléchis et réfractés sont dans le même plan que le rayon incident (le plan formé par le rayon incident et la normale)

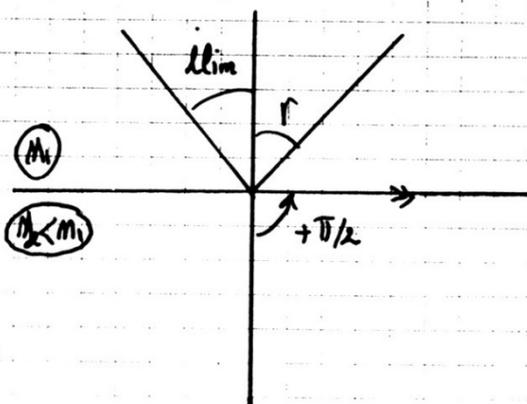
2<sup>ème</sup> loi de Descartes :  $i = r$

3<sup>ème</sup> loi de Descartes :  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$



(II.2) Si le milieu 2 est moins réfringent que le milieu 1, alors pour  $i > i_{lim}$  il y a réflexion totale : absence de rayon réfracté.

$$\text{ou } i_{lim} = \text{Arcsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$



$i_{lim}$  est l'angle limite de réflexion totale.

- Dans le cas d'une séparation eau-vide on a donc :

$$\underline{i_{\text{lim}} = \text{Arcsin} \left( \frac{1}{1,333} \right) = 48,61^\circ = \underline{\underline{48^\circ 36'}} = i_{\text{lim}}$$

①.3) ①.3.1) D'après la première loi de Descartes le rayon réfracté est dans le plan d'incidence, or le plan d'incidence est ici le plan de la figure.

①.3.2) Il peut y avoir de réflexion totale en B, par conséquent le rayon peut être totalement réfléchi; il peut donc y avoir réflexion totale en B car  $n_{\text{eau}} > n_{\text{air}}$ .

①.3.3) On somme les déviations subies en A, en B, et en C :

$$D = D_A + D_B + D_C = \underbrace{(i-r)}_{\text{réfraction}} + \underbrace{(\pi-2r)}_{\text{réflexion}} + \underbrace{(i-r)}_{\text{réfraction}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D = \pi - 4r + 2i} \quad \text{①}$$

①.3.4) D'après la 3ème loi de Descartes on a :  $\sin i = m \sin r$

$$\Leftrightarrow r = \text{Arcsin} \left[ \frac{\sin i}{m} \right]$$

$$\text{d'où } \boxed{D = \pi - 4 \text{Arcsin} \left[ \frac{\sin i}{m} \right] + 2i} \quad \text{②}$$

①.4) ①.4.1)

$$\text{Soit } \frac{dD}{di} = 2 - 4 \frac{dr}{di}$$

Or  $\sin i = m \sin r \Rightarrow \cos i \, di = m \cos r \, dr$  (en effet ici  $m$  est fixé)

$$\text{d'où } \frac{dD}{di} = 2 \left[ 1 - \frac{2 \cos i}{m \cos r} \right]$$

$$\text{Or } (1 - \cos^2 r) = \sin^2 r = \frac{\sin^2 i}{m^2} \Leftrightarrow \cos^2 r = 1 - \frac{\sin^2 i}{m^2}$$

$$d'où \frac{dD}{di} = 2 \left[ 1 - 2 \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{m \sqrt{\frac{m^2 - \sin^2 i}{m^2}}} \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{dD}{di} = 2 \left[ 1 - 2 \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{m^2 - \sin^2 i}} \right]$$

Par conséquent D passe par un maximum si :  $\sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_m}{m^2 - \sin^2 i_m}} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow 4 - 4 \sin^2 i_m = m^2 - \sin^2 i_m$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 i_m = \frac{4 - m^2}{3} \Leftrightarrow \sin i_m = \sqrt{\frac{4 - m^2}{3}}$$

$$\Rightarrow \text{D passe par un extrémum pour } i_m = \text{Arcsin} \left| \sqrt{\frac{4 - m^2}{3}} \right| \quad (3)$$

Plaçons nous dans le cas où  $m = 4/3$  :

$$\Rightarrow \frac{dD}{di} = 2 \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{\cos i}{\cos r} \right]$$

$$\text{On pour } \begin{cases} i=0, r=0 \\ i=\pi/2, r=i_m \end{cases} \Rightarrow \frac{dD}{di} < 0$$

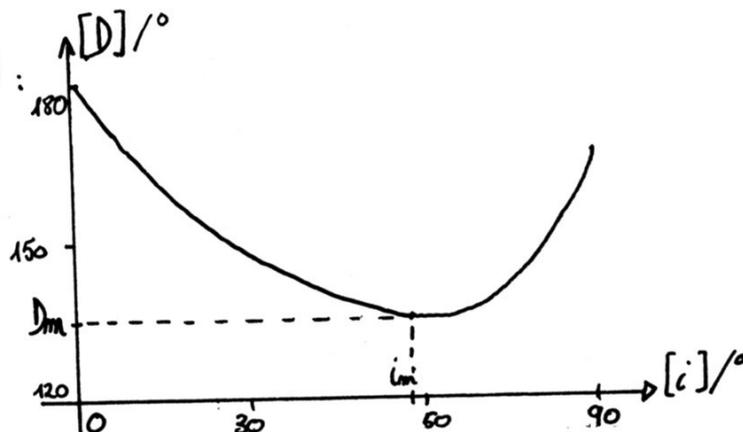
$$\Rightarrow \frac{dD}{di} > 0$$

$\Rightarrow$  pour  $i$  variant de 0 à  $\pi/2$  D passe par un minimum  $D_m$  pour  $i=i_m$

Ex-4.2/

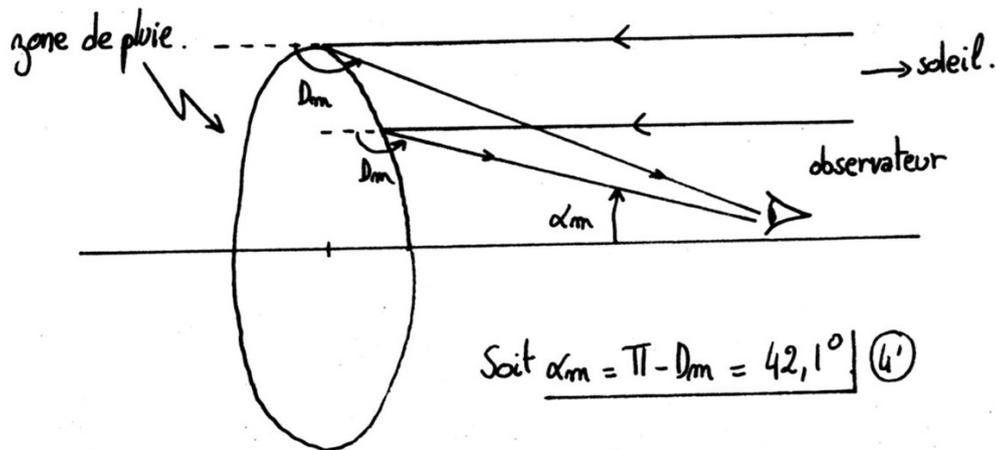
Pour  $m = 4/3$  on obtient d'après (3) :  $i_m = 59,41^\circ = 59^\circ 25'$   
et d'après (2) :  $D_m = 137,9^\circ = 137^\circ 55'$  (4)

D'où l'allure de  $D = f(i)$  :



II.4.3 | de fait qu'il y ait un minimum de déviation permet de dire que tous les rayons arrivant avec des incidences voisines de  $i_m$  vont conduire à la même déviation  $D_m$ , il y a donc accumulation de la lumière dans cette direction.

(II.5) II.5.1 | de problème ayant la symétrie de révolution, les gouttes (vérifiant  $D_m$ ) apparaissent sous un cône de révolution centré sur l'axe défini par la position de l'observateur et la direction du rayon solaire et de demi angle au sommet  $\alpha_m$ .



• l'horizon empêche généralement de voir le cône en entier  
 $\Rightarrow$  on observe seulement un arc de cercle.

II.5.2 | Observer un arc en ciel nécessite d'avoir le soleil dans le dos. Il est donc impossible de l'observer à midi.

• Deux observateurs différents voient des arcs centrés en des points différents car l'arc est défini par la condition sur  $D_m$ .

(II.6) Si la lumière était monochromatique, on observerait un maximum de lumière dans la direction du minimum de déviation donc un arc de cercle. Avec la lumière solaire, la déviation minimale dépendant de l'indice  $n$  et  $n$  dépendant de  $\lambda$ , on doit observer plusieurs arcs concentriques de différentes couleurs.