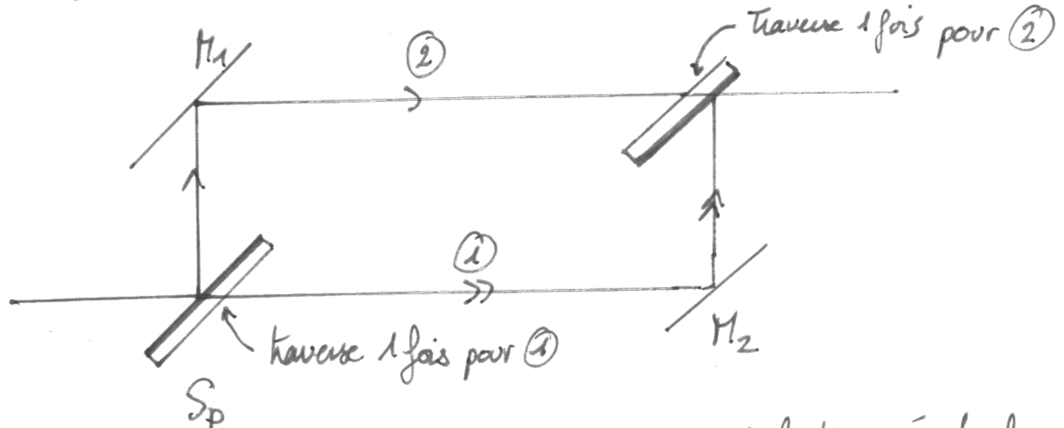
Physique : DM10

Partie A – Biréfringence du scotch (Centrale MP – 2017)

III.A.1) L'interféromètre de Michelson est un autre dispositif à division d'amplitude. Celui ci a été inventé fin XIX ème siècle, vers 1881.

III.A.2). Dans l'IM, la lame compensatrice permet aux deux rayons qui interfèrent de traverser une épaisseur de verre voisine.

. Dans l'IMZ, si les 2 lames semi-réfléchissantes sont bien placées les 2 rayons traversent une épaisseur de verre voisine : une compensatrice est inutile



III.A.3) Les chemins optiques sont identiques à part la traversée des lames :

$$\Rightarrow \boxed{\delta = (n_e - n_o)e = \Delta n . e}$$

III.A.4) On utilise la formule de Fresnel : $I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$

$\Rightarrow$ Intensité sera uniforme sur l'écran car δ ne dépend pas de x.

III.A.5) $I(M)$ sera maximal ssi $\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) = 1 \iff \boxed{\delta = p\lambda \text{ où } p \in \mathbb{Z}}$

III.A.6). On peut travailler en lumière blanche ainsi on aura des longueurs d'ondes pour lesquelles : $\delta = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda$

. On observera ainsi des cannelures que l'on pourra analyser avec un spectroscope à fibre optique.

Ainsi pour les différentes cannelures on aura : $\begin{cases} \delta = \left(p+\frac{1}{2}\right)\lambda_p. \\ \delta = \left(q+\frac{1}{2}\right)\lambda_q. \end{cases}$

$\Rightarrow \delta/\lambda_p - \delta/\lambda_q = p-q.$

Si les deux cannelures sont successives : $\Delta n e\left(\frac{1}{\lambda_p}-\frac{1}{\lambda_q}\right)=1.$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} \text{on mesure } e \text{ au palmer} \\ \text{on mesure } \lambda_p \text{ et } \lambda_q \text{ à l'aide du spectroscope} \end{cases}$

$\Rightarrow$ on en déduit $\boxed{\Delta n = \dfrac{1}{e\left(1/\lambda_p - 1/\lambda_q\right)}}$

III.B.1) ⓐ Dans le vide : $\boxed{\vec{k} = \omega/c\ \vec{u}_z}$

ⓑ Maxwell-Gauss dans le vide : $\operatorname{div}\vec{E}=0$ pour 1OPPH : $i\vec{k}\cdot\vec{E}=0$

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{k}\perp\vec{E} : \text{onde transverse électrique}}$

III.B.2) . Avant la lame : $\vec{E} = E_{0x}\, e^{j(\omega t - \omega/c\, z)}\vec{u}_x$.

. Dans la lame avec l'origine à l'entrée : $\vec{E} = E_{0x}\, e^{j(\omega t - n_o\omega/c\, z)}\vec{u}_x$

. En $z=e^-$: $\vec{E} = E_{0x}\, e^{j(\omega t - \frac{n_o\omega}{c}.e)}\vec{u}_x$

. On suppose qu'il y a continuité en $z=e$ d'où : (on néglige la réflexion)

$$\boxed{\vec{E}(z>e) = E_{0x}\,\underbrace{e^{-j n_o\omega/c\cdot e}}_{\text{déphasage lié à la lame}}\, e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c}(z-e))}\vec{u}_x}$$

III.B.3) ⓐ La linéarité du pb permet d'écrire :

$$\boxed{\vec{E}(z>e) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\, e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c}(z-e))} \left| \begin{array}{l} e^{-j\frac{n_o\omega}{c}e}\,\vec{u}_x \\ e^{-j\frac{n_e\omega}{c}e}\,\vec{u}_y \end{array}\right.}$$

(b) Après la lame, en général l'onde n'est plus polarisée rectilignement, en effet :

$$\vec{E}(z>e) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{l} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}(z - e + n_o e)\right) \\ \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}(z - e + n_e e)\right) \end{array} \right. = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{l} \cos(\omega t + \varphi) \\ \cos(\omega t + \varphi + \Delta\varphi) \end{array} \right.$$

$$\boxed{\text{où } \Delta\varphi = \frac{\omega (n_e - n_o) e}{c}}$$

. Il faut $\Delta\varphi = 2p\pi$ pour retrouver une onde polarisée rectilignement, sinon on aura une onde polarisée elliptiquement.

(c) Si $\Delta\varphi = 2p\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi\delta}{\lambda} = 2p\pi \Leftrightarrow \delta = p\lambda$ alors :

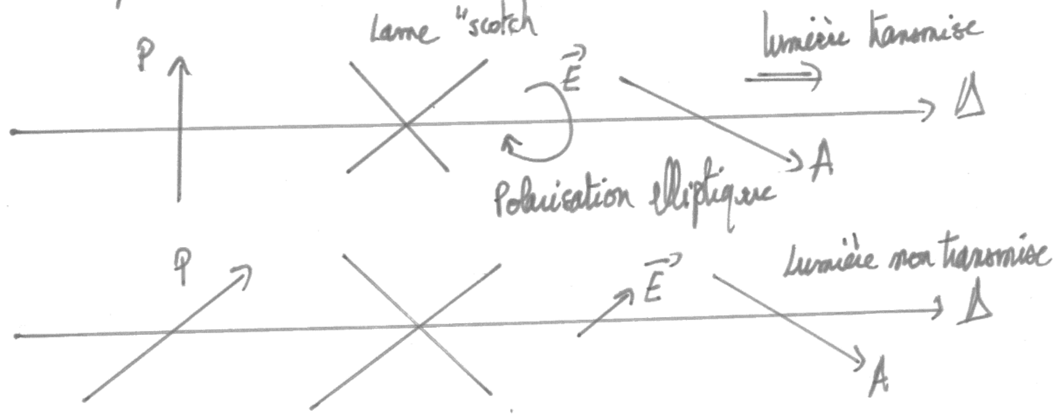
$$\vec{E} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \varphi) \left| \begin{array}{l} \vec{u}_x \\ \vec{u}_y \end{array} \right.$$

, l'onde est polarisée rectilignement selon la 1ère bissectrice

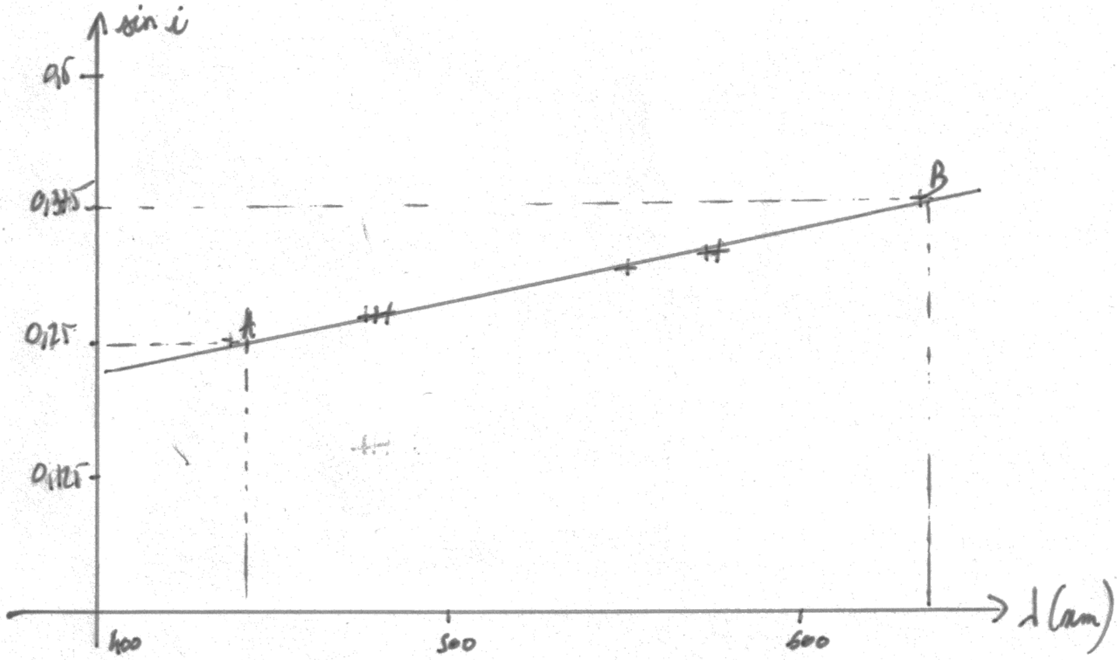
III.C.1) (a) 1 polariseur et 1 analyseur sont croisés si leur association ne transmet pas de lumière.

(b) Pour repérer les lignes neutres d'un ruban on introduit le ruban entre P et A croisés.

. Cependant si on attaque le ruban adhésif avec 1 OPPH selon l'un des axes de la lame, l'onde ressort polarisée rectilignement selon cet axe et pourra éteindre la lumière.



III.C.2) ⓐ Si on travaille en incidence normale : $\sin i = \frac{p\lambda}{a}$ avec $p = 1$ pour l'ordre 1.



La pente vaut : $m = \frac{(0,375 - 0,25)}{(640 - 440)} \cdot 10^3 \simeq \underline{625 \text{ traits/mm}}$

D'où : $\underline{a = 1,6\ \mu m}$

ⓑ L'incertitude est causée par :
- le réglage imprécis de la normale.
- l'incertitude de lecture des angles.
- le fait de travailler dans l'ordre 1. (ordre 2, meilleure résolution)

III.C.3) ⓐ Les raies absorbées sont telles que : $\underline{(n_e - n_o) e = p\lambda}$ si P et A sont croisés)

ⓑ Il faut 3 épaisseurs pour observer une extinction d'où :

$$(n_e - n_o) \cdot 3e = p\lambda$$

$$\Leftrightarrow \Delta n = \frac{p\lambda}{3e}$$

Si on prend λ t.q $\lambda \in [380\text{ nm} / 750\text{ nm}]$ on obtient pour $p = 1$

$$4,5 \cdot 10^{-3} \leqslant \Delta n \leqslant 8,9 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \boxed{(\Delta n)_{max} = 8,9 \cdot 10^{-3}}$$

ⓒ . Pour 10 épaisseurs on observe 4 extinctions :

$$\begin{cases} \Delta n . 10e = p\lambda_p \\ \Delta n . 10e = (p+3)\lambda_{p+3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta n . 10e \left(\frac{1}{\lambda_{p+3}} - \frac{1}{\lambda_p}\right) = 3.$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\Delta n = \frac{3}{10e}\left(\frac{1}{\lambda_{p+3}} - \frac{1}{\lambda_p}\right)^{-1}} = \underline{\underline{0{,}0128}}$$

. les auteurs ont obtenu : $\Delta n = 0{,}0139 \Rightarrow \eta = 8\%$

III.C.4) ⓐ les 2 bras correspondent aux 2 polarisations selon les lignes neutres de la lame. Ils permettent d'introduire une δ. La division d'amplitude se fait à l'entrée de la lame par projection sur les 2 axes neutres. (ou sur les lames SR).

ⓑ A la sortie de l'analyseur on a : $I = I_x + I_y + 2\sqrt{I_x I_y}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$

ou $\delta = \Delta n e$.

$$\Longrightarrow C = \frac{2\sqrt{I_x I_y}}{I_x + I_y} \text{ qui est maximum si } I_x = I_y$$

<u>Donc le contraste C est maximal si $I_x = I_y \Leftrightarrow E_{0x} = E_{0y}$</u>

Partie B – Les miroirs de téléscope (CCP-MP-2014)

I.1) Interférences de 2 sources ponctuelles

I.1.1) les sources sont cohérentes d'où :

$$I(M) = K\langle s^2\rangle$$
$$= K\left\langle \left(A\cos(\omega t+\varphi_2) + A\cos(\omega t+\varphi_1)\right)^2 \right\rangle$$
$$= \frac{KA^2}{2} + \frac{KA^2}{2} + K\left\langle A^2\left(\cos(\varphi_2-\varphi_1) + \cos(2\omega t+\varphi_1+\varphi_2)\right)\right\rangle$$

or $\langle\cos(2\omega t+x)\rangle = 0$ et si on pose $I_0 = \frac{KA^2}{2}$ on a :

$$\boxed{I(M) = 2I_0\left(1+\cos\Delta\phi(M)\right)}$$

I.1.2) On a : $\boxed{\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\Delta L(M)\right]}$ où $\Delta L(M) = \delta(M)$

I.1.3) ⓐ Soit $\Delta L(M) = (S_2M) - (S_1M)$

$$= \sqrt{d^2+y^2+\left(z+\tfrac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{d^2+y^2+\left(z-\tfrac{a}{2}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta L(M) = d\left[\left(1+\frac{1}{2}\frac{y^2}{d^2}+\frac{1}{2}\frac{z^2}{d^2}+\frac{1}{2}\frac{a^2}{4d^2}+\frac{1}{2}\frac{az}{d^2}\right)\right.$$ car $(1+x)^m = 1+mx+o(x)$

$$\left. -\left(\text{―――――――} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{4d^2} - \frac{1}{2}\frac{az}{d^2}\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta L(M) = \frac{az}{d}}$$

(b) Donc $\boxed{I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{az}{d}\right)\right)}$

(c) L'ordre d'interférence est t.q $p(M) = \frac{az}{\lambda d}$ donc en O : $\boxed{p_0 = 0}$

$\Rightarrow$ On a une frange brillante en O.

(d) . $\Delta\varphi(M)$ dépend que de z donc on aura des franges rectilignes parallèles à (Oz).

. L'interfrange est t.q : $\Delta p(M) = 1$

$$\Rightarrow \boxed{d_i = \frac{\lambda d}{a}}$$

(e) On a le premier maximum pour $p = \pm 1$ $\Rightarrow \boxed{z = \pm d_i}$

$$\Rightarrow z = \frac{500.10^{-9}.1}{10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{z = 0{,}5 \text{ mm}}$$

I.1.4) (a) On a toujours $\Delta L(M) = (S_2M) - (S_1M)$ avec :

$$\begin{cases} S_2M^2 = (\overrightarrow{S_2S} + \overrightarrow{SM})^2 = \frac{a^2}{4} + SM^2 + a\,SM\cos i \\ S_1M^2 = (\overrightarrow{S_1S} + \overrightarrow{S_1M})^2 = \frac{a^2}{4} + SM^2 - a\,SM\cos i \end{cases}$$

Donc $S_2M^2 - S_1M^2 = 2a\,SM\cos i$.

$$\Leftrightarrow \left[(S_2M) - (S_1M)\right] \times 2(SM) = 2a\,SM\cos i$$

D'où $\boxed{\Delta L(M) = a\cos i}$

(b) donc $\Delta L(M) \simeq a\left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ avec $\tan i = \rho/d$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta L(M) = a\left(1 - \frac{\rho^2}{2d^2}\right)}$$

c) Donc $\underline{I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left[\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(a-\dfrac{a\rho^2}{2d^2}\right)\right]\right)}$

d) Au point O : $\rho = 0$ d'où $\Delta\varphi_0 = \dfrac{2\pi a}{\lambda} = 2\pi p_0$

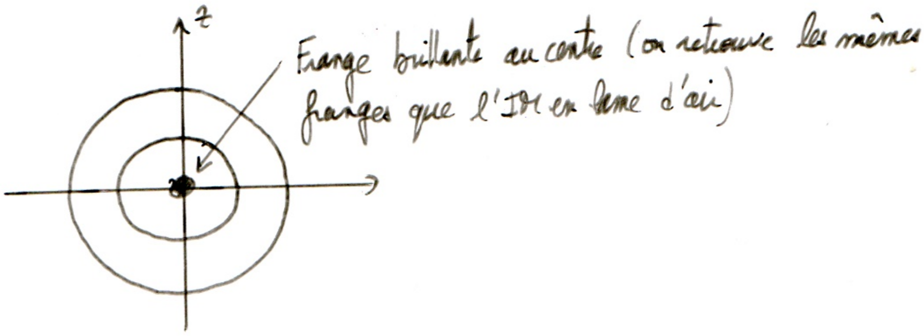
$$\Rightarrow \boxed{p_0 = a/\lambda = 2000}$$

C'est un entier donc on aura une <u>frange brillante en O</u>

e) D'après a) : $\Delta\varphi(M) = \dfrac{2\pi}{\lambda} a\cos i$ donc les franges d'égale inclinaison sont telles que

$$i(M) = \text{cste}$$

$\Rightarrow$ ce sont donc des anneaux centrés en O



f) Le premier maximum correspond à $p_1 = p_0 - 1$

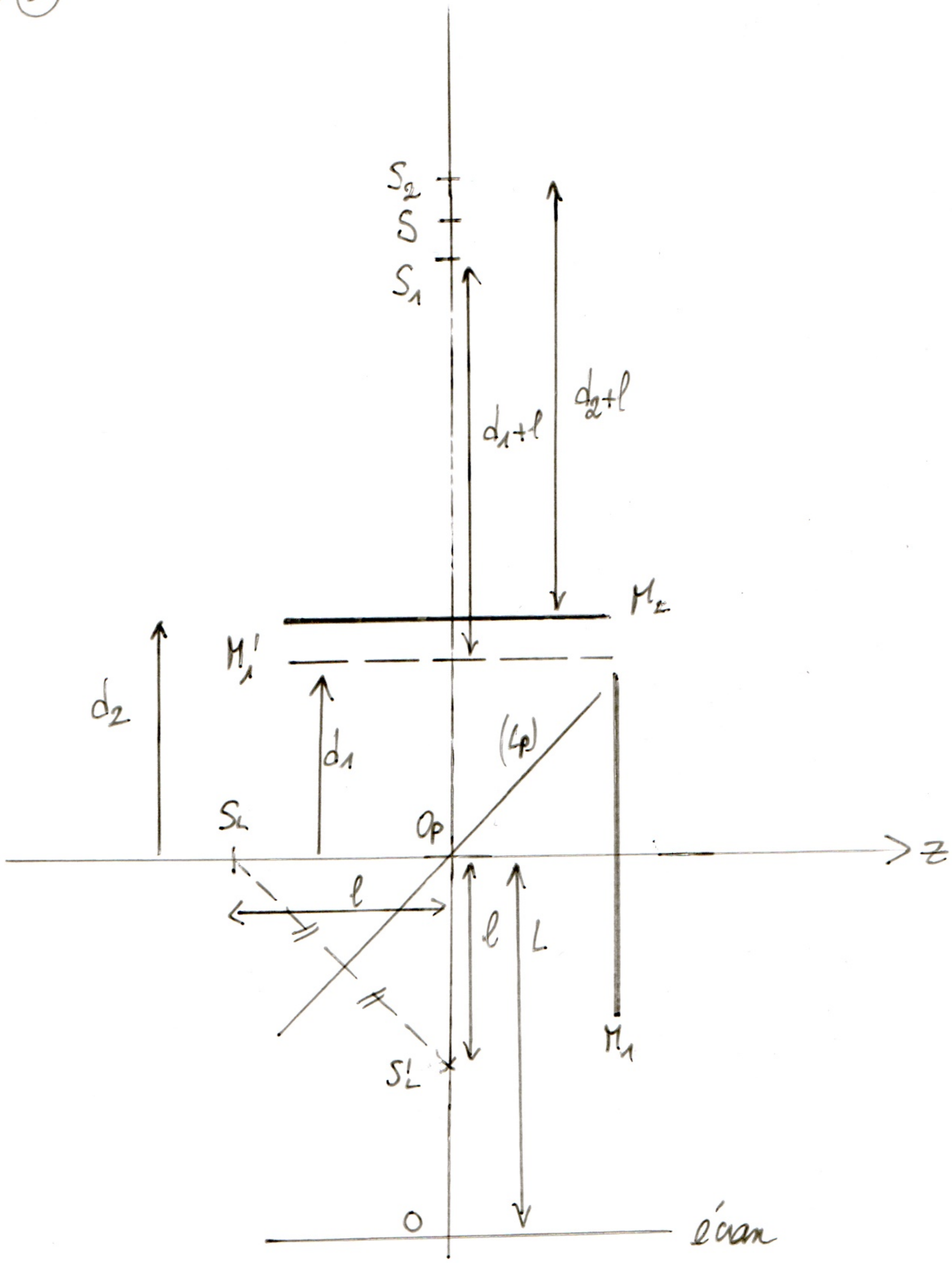
$$\Leftrightarrow \frac{a}{\lambda} - \frac{a\rho^2}{2\lambda d^2} = \frac{a}{\lambda} - 1$$

$$\Leftrightarrow \rho^2 = \frac{2\lambda d^2}{a}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\rho = d\sqrt{\frac{2\lambda}{a}}} = 1.\sqrt{\frac{1000.10^{-9}}{10^{-3}}} = \underline{\underline{3{,}1\text{ cm}}}$$

I.1.5) Il faut modifier le système de façon à passer d'un dispositif à division de front d'ondes à un dispositif de division d'amplitude comme l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

I.2.1) a



Grâce au schéma on vérifie que $\boxed{\begin{cases} x_1 = -L - 2d_1 - l \\ x_2 = -L - 2d_2 - l \end{cases}}$

b On a aussi : $\boxed{\begin{cases} a = |x_1 - x_2| = 2(d_2 - d_1) \\ d = \left|\dfrac{x_1 + x_2}{2}\right| = +L + l + d_1 + d_2 \end{cases}}$

ⓒ Pour avoir un éclairement uniforme (teinte plate) il faut : $\boxed{a=0}$

I.2.2) ⓐ Le Michelson est réglée en lame d'air on observe des franges d'égale inclinaison (des anneaux) qui se resserrent au fur et à mesure qu'on s'éloigne du centre.

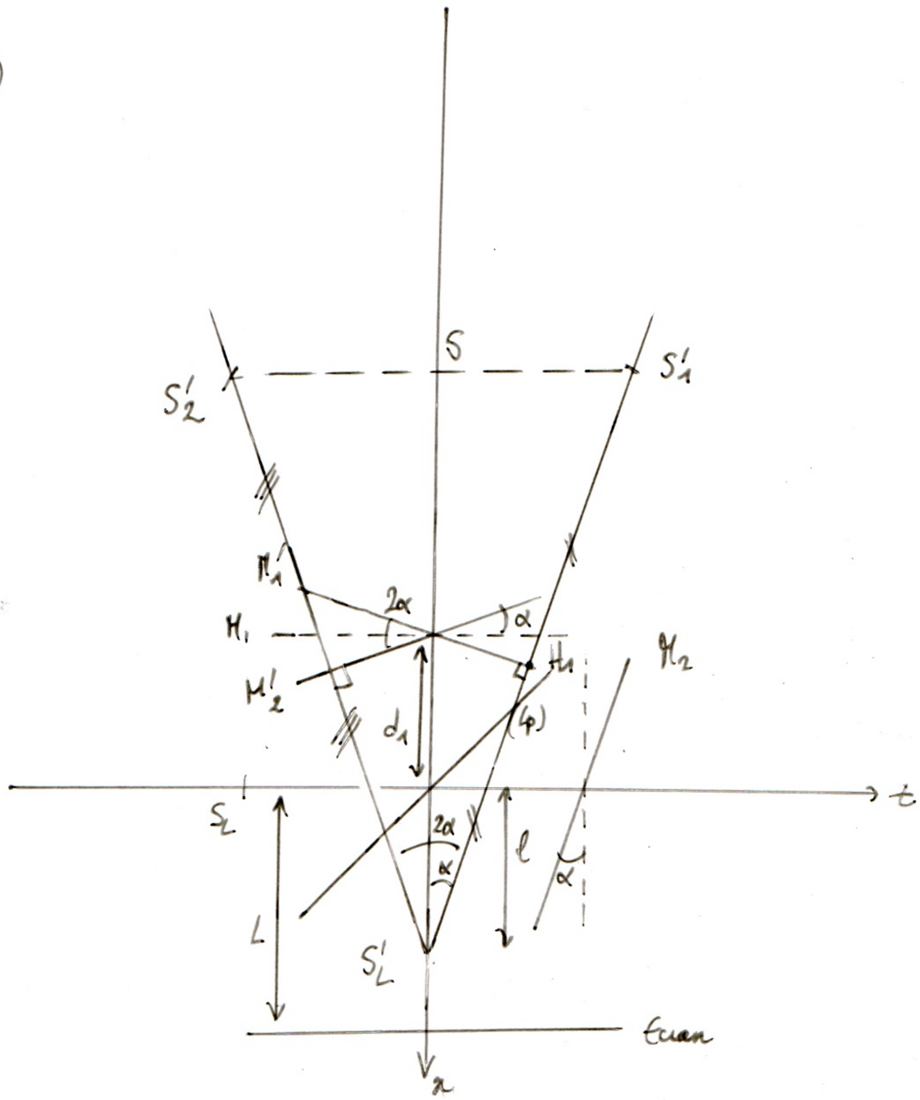
ⓑ Dans la partie I.1 on a vu que : $\rho = d\sqrt{\frac{2\lambda}{a}}$ avec $a = 2e$.

d'où : $\frac{\rho_1^2}{d^2} = \frac{\lambda}{e} \iff \boxed{e = \frac{\lambda d^2}{\rho_1^2}}$

A.N : $e = \frac{500.10^{-9} \times 1^2}{(20.10^{-3})^2} = \frac{500.10^{-3}}{400} = \underline{\underline{1,25\,mm}}$

ⓒ Soit $p_c = \frac{2e}{\lambda} = 5000$ c'est un entier car on a une frange brillante au centre.

I.2.3) ⓐ



. On vérifie sur le schéma que S_1' et S_2' sont sur un axe parallèle à (Oz).

(b) Sur le schéma on a : $S_i'H_1 = (d_1+\ell)\cos\alpha$.

$\Leftrightarrow S_i'S_1' = 2(d_1+\ell)\cos\alpha$

or $SS_1' = S_i'S_1' \sin\alpha$

d'où : $SS_1' = 2(d_1+\ell)\cos\alpha\sin\alpha$

$\Rightarrow S_1'S_2' = 4(d_1+\ell)\cos\alpha\sin\alpha$

$\Leftrightarrow a = S_1'S_2' = 2(d_1+\ell)\sin 2\alpha$

Or $d_1 = \ell \Rightarrow \boxed{a = 4\ell\sin 2\alpha}$

De même : $S_i'S = S_i'S_1'\cos\alpha$

$\Leftrightarrow S_i'S = 2(d_1+\ell)\cos^2\alpha$

D'où : $d = (L-\ell) + 2(d_1+\ell)\cos^2\alpha$

Or :

$d_1 = \ell$

$\Rightarrow \boxed{d = (L-\ell) + 4\ell\cos^2\alpha}$

(c) Les sources sont sur un axe parallèle à l'écran (I.1.3.d), on retrouve des franges rectilignes.

(d) Soit $d_i = \dfrac{\lambda d}{a} = \lambda \cdot \dfrac{(L-\ell)+4\ell\cos^2\alpha}{4\ell\sin 2\alpha}$

Si α est petit : $d_i = \lambda \cdot \dfrac{L-\ell+4\ell}{4\ell\times 2\alpha} \Leftrightarrow d_i = \dfrac{L+3\ell}{8\ell}\cdot\dfrac{\lambda}{\alpha}$

$\Leftrightarrow \alpha = \dfrac{\lambda(L+3\ell)}{8\ell d_i} = \dfrac{500.10^{-9}.\ 1}{0{,}8\times 0{,}005} = \dfrac{500}{0{,}004}.10^{-9}$

$\Leftrightarrow \alpha = 125.10^{-6}\ \text{rad} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 0{,}125\ \text{mrad}}$

(e) Si α augmente, d_i diminue $\Rightarrow$ l'interfrange diminue