

Physique : DM9

Partie I - Télémétrie par ultrasons (E3A - PSI - 2017)

A) - Détecteurs à ultrasons

$$\text{A.1)} \left\{ \begin{array}{l} \text{Portée détecteur US} = 10\text{m} \\ \text{Portée détecteur IR} = 2\text{m} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\text{Portée (US)} > \text{Portée (IR)}}$$

A.2) Pour les détecteurs photoélectriques (IR) il n'y a pas de différence de détection en fonction de la nature des matériaux, mais un contraste important est nécessaire entre la couleur de l'objet et le fond.

• Pour les détecteurs US, les objets présentant des surfaces absorbant les sons (isolants phoniques t. q coton, tissus...) sont plus difficiles à détecter. des couleurs ne modifient pas la détection.

A.3) Facteurs perturbants

$\left\{ \begin{array}{l} \text{US: courants d'air brusques ou gradient de température important.} \\ \text{IR: arrière plan plus clair que l'objet: contraste trop faible.} \end{array} \right.$

A.4) On a : $20\text{kHz} < \text{audible} < 20\text{kHz} \Rightarrow f_0 > 20\text{kHz}$, en général 40kHz .

A.5) la diffraction élargit les ondes émises t. q $\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$

• Avec $40\text{kHz} \Rightarrow \lambda_{\text{US}} = 8,5\text{mm}$ d'où $\frac{\lambda_{\text{US}}}{\lambda_{\text{IR}}} \sim 10^4$
et $\lambda_{\text{IR}} \sim 900\text{nm}$

• Donc, si on suppose d'identique la directivité sera plus faible (θ plus petit) pour les IR que les US. C'est donc la longueur d'onde (et la célérité) qui est responsable de la différence de directivité.

A.6. Les détecteurs à ultrasons sont utilisés :

- dans les sonars des sous-marins
- pour le contrôle non destructif (recherche de fissures...)
- pour les échographies

Les détecteurs à IR sont utilisés dans

- les communications sans fil (télécommande...)
- les détecteurs de présence
- les caméras thermiques.

B.1 Si le gaz est parfait on a : $p = \frac{\mu R T_0}{M a}$

$$\Rightarrow p = p_0 + p_1 = (\mu_0 + \mu_1) \frac{R T_0}{M a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_0 = \mu_0 R T_0 / M a \\ p_1 = \mu_1 R T_0 / M a \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = \frac{\mu_1}{\mu_0} \ll 1$$

B.2 On a $\begin{cases} dm(t) = \mu(x,t) d\mathcal{E} \\ dm(t+dt) = \mu(x,t+dt) d\mathcal{E} \end{cases}$

B.3 On a $\begin{cases} S_{me} = \mu(x,t) v_1(x,t) S dt \\ S_{ms} = \mu(x+dx,t) v_1(x+dx,t) S dt \end{cases}$

Si on garde les termes d'ordre 1 : $\begin{cases} S_{me} = \mu_0 v_1(x,t) S dt \\ S_{ms} = \mu_0 v_1(x+dx,t) S dt \end{cases}$

B.4 Bilan de masse : $dm(t+dt) - dm(t) = S_{me} - S_{ms}$

$$\Leftrightarrow [\mu(x,t+dt) - \mu(x,t)] S dx = \mu_0 [v_1(x,t) - v_1(x+dx,t)] S dt$$

$$\stackrel{D.L.}{\Rightarrow} \frac{\partial \mu}{\partial t} S dx dt = \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} \times (-1) dx S dt.$$

$$\text{or } \frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{\partial \mu_1}{\partial t} \text{ donc : } \frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0$$

$$\text{(B.5) A 1D: } \mu \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \text{ où } \begin{cases} v = v_1 \\ p = p_0 + p_1 \\ \mu = \mu_0 + \mu_1 \end{cases}$$

D'où en gardant les termes d'ordre 1 :

$$\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

(B.6) La transformation thermodynamique de l'air est due à la compression engendrée par l'onde : la pression varie donc à une vitesse égale à celle de l'onde. Cette vitesse est suffisamment grande pour pouvoir négliger les transferts thermiques d'où une évolution adiabatique

$$\text{(B.7) Soit } K_s = \frac{1}{\mu} \left. \frac{d\mu}{dp} \right|_s \text{, comme l'évolution est isentropique : } K_s = \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dp}$$

$$\Leftrightarrow K_s = \frac{1}{\mu_0 + \mu_1} \frac{\mu_1}{p_1}$$

$$\text{or } \mu_0 \gg \mu_1 \text{ d'où } \underline{\mu_1 = \mu_0 K_s p_1}$$

$$\text{(B.8) On a donc } \begin{cases} \frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} \\ \mu_1 = \mu_0 K_s p_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_0 K_s \frac{\partial p_1}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} \end{cases}$$

$$\text{Donc } \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial t} = \begin{cases} K_s \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \\ \text{et } \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} \\ -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} \end{cases} \text{ d'où : } \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = \mu_0 K_s \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \text{ où } c^2 = \frac{1}{\mu_0 K_s}}$$

(B.9) Soit $pV^\gamma = \text{cste} \Leftrightarrow p\mu^{-\gamma} = \text{cste}$

$$\text{d'où } \frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\mu}{\mu} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\mu}{\mu}$$

d'où à entropie constante : $\frac{1}{p} = \gamma \cdot \frac{1}{\mu} \left. \frac{d\mu}{dp} \right|_s$

comme $p = p_0 \Rightarrow \chi_s = \frac{1}{\gamma p_0}$

Donc $c^2 = \frac{1}{\chi_s / \rho_0} = \frac{\rho_0}{\chi_s} = \gamma \frac{RT_0}{Ma} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{Ma}}$

(B.10) Graphiquement on obtient, $c(\theta) = a\theta + b$ où $\left\{ \begin{array}{l} a = 0,58 \text{ ms}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ b = 331 \text{ ms}^{-1} \end{array} \right.$

(B.11) On a $c(T) = \sqrt{\frac{\gamma RT}{Ma}} = \sqrt{\frac{\gamma R (T_{273} + dT)}{Ma}}$

$$= \sqrt{\frac{\gamma R T_{273}}{Ma}} \left(1 + \frac{dT}{T_{273}} \right)^{1/2}$$

$$= c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\theta}{T_{273}} \right) \quad \text{où } dT = \theta = \text{température en } ^\circ\text{C}.$$

$$\Rightarrow c(T) = c_0 + \frac{c_0}{2T_{273}} \theta \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = c_0 \\ a = \frac{c_0}{2T_{273}} \end{array} \right.$$

Donc $c_0 = 331 \text{ ms}^{-1}$ et $\gamma = \frac{c_0^2 Ma}{RT_{273}} = 1,40$

(B.12) de la ligne 14 du script : on ajoute à une liste vide $e[i]$, N termes valant :

$$100 \cdot d_f \cdot \left| \frac{c(20^\circ\text{C})}{c(\theta_i)} - 1 \right|$$

$$\begin{aligned} \cdot \text{ Or } e &= d_m - d_r = [c(\theta_{\text{ref}}) - c(\theta)] \Delta t \\ &= c(\theta) \Delta t \left[\frac{c(\theta_{\text{ref}})}{c(\theta)} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow e = d_r \left[\frac{c(\theta_{\text{ref}})}{c(\theta)} - 1 \right]$$

On retrouve bien la même mesure avec $\theta_{\text{ref}} = 20^\circ\text{C}$

(B.13) de facteur 100 de la ligne 14 nous laisse penser que e est exprimé en cm.

de la ligne 5 crée une liste de température telle que : $\left. \begin{array}{l} \theta_1 = 0^\circ\text{C}, \theta_2 = 10^\circ\text{C} \\ \theta_3 = 20^\circ\text{C}, \theta_4 = 30^\circ\text{C} \end{array} \right\}$

$e(\theta_n) < 0$ car la vitesse réelle de l'onde est supérieure à la référence du robot d'où $d_m < d_r \Rightarrow e < 0$

(B.44) Si $d_r = 1,5\text{m}$ alors d'après la figure 3 : $e(30^\circ) \approx -2,5\text{cm}$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_r = \left| \frac{e}{d_r} \right| = 1,7\%$$

d'erreur relative est faible, il n'est donc pas pertinent de rajouter un capteur de température surtout qu'il possède lui aussi des incertitudes de mesure

(C.1) Il y a continuité de la pression : $p(0^-, t) = p(0^+, t)$

$$\Leftrightarrow p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_t(0, t)$$

$$\text{Comme } w_i = w_r = w_t = w_0 \text{ on a : } \underline{p_{i0} + p_{r0} = p_{t0}}$$

$$\text{C.2) De même } \vec{v}_1(0^-, t) = \vec{v}_2(0^+, t) \Rightarrow \underline{v_{io} + v_{ro} = v_{to}} \quad \text{(R5)}$$

$$\text{C.3) D'après (R5): } 1 + \frac{v_{ro}}{v_{io}} = \frac{v_{to}}{v_{io}}$$

$$\Leftrightarrow 1 + r = t.$$

$$\text{D'après (R4): } 1 + \frac{p_{ro}}{p_{io}} = \frac{p_{to}}{p_{io}} \Leftrightarrow 1 - \frac{z_1 v_{ro}}{z_1 v_{io}} = \frac{z_2 v_{to}}{z_1 v_{io}}$$

$$\Leftrightarrow 1 - r = \frac{z_2}{z_1} t$$

$$\text{D'où: } 1 - r = \frac{z_2}{z_1} (1 + r) \Leftrightarrow r \left(\frac{z_2}{z_1} + 1 \right) = 1 - \frac{z_2}{z_1}$$

$$\text{Donc } \underline{r = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}} \quad \text{et } \underline{t = \frac{2z_1}{z_1 + z_2}}$$

C.4) Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface est égal à la puissance transférée par l'onde à travers la surface: $\Phi = \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot \vec{dS}$
 $\Rightarrow \underline{[\Pi] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}}$

• Ici le vecteur de Poynting traduit le déplacement de l'énergie acoustique.

$$\text{C.5) On a } \|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\| = \left| \frac{1}{2} \text{Re} (p_i^* \cdot v_i) \right| = \frac{z_1}{2} v_{io}^2$$

$$\text{De même } \|\langle \vec{\Pi}_r \rangle\| = \frac{z_1}{2} v_{ro}^2 \quad \text{et} \quad \|\langle \vec{\Pi}_t \rangle\| = \frac{z_2}{2} v_{to}^2$$

$$\text{D'où: } \underline{R = r^2 = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)^2} \quad \text{et} \quad \underline{T = \frac{z_2}{z_1} t^2 = \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2}}$$

C.6) D'où $R + T = 1$, ce qui traduit la conservation de l'énergie acoustique

(C.7). Le robot détecte moins bien les matériaux pour lesquels R est faible, c'est-à-dire ceux pour lesquels T est grand.

• On T est grand si $Z_1 \approx Z_2$ donc le polystyrène expansé sera mal détecté (isolant phonique) t.q :

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{6,0 \cdot 10^3}{4,2 \cdot 10^{-2}} \approx 15.$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} R = \left(\frac{14}{15}\right)^2 \approx 0,75 \\ T = 0,25 \text{ ce que l'on vérifie assez bien sur le graphique.} \end{cases}$$

• Pour les autres matériaux $\frac{Z_2}{Z_1} > 1000 \Rightarrow R \approx 1$ donc, dans une maison les différents obstacles sont bien détectés.

(D.1) En utilisant les notations complexes de l'énoncé :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \text{ s'écrit : } -\omega^2 + c^2 k^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \omega = kc \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = k_0 c \\ \omega_r = k_r c \end{cases}$$

(D.2) Soit l'interface en $x_p = -Vt$ d'où : $\underline{U}_1(x_p^-) = \underline{U}_2(x_p^+) = 0$ car pas d'onde transmise

$$\Leftrightarrow \underline{U}_{i0} e^{i(\omega_0 t + k_0 (-Vt))} + \underline{U}_{r0} e^{i(\omega_r t - k_r (-Vt))} = 0$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \underline{U}_{r0} = -\underline{U}_{i0} \\ \omega_0 + k_0 V = \omega_r - k_r V \end{cases}$$

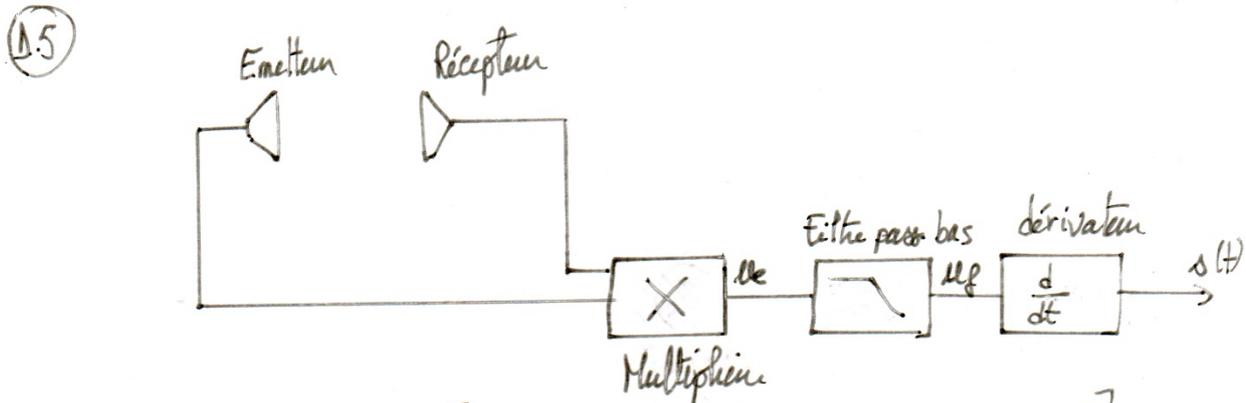
(D.3) A l'aide des relations précédentes : $\omega_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right) = \omega_r \left(1 - \frac{V}{c}\right)$

$$\text{d'où : } \omega_r = \omega_0 \cdot \frac{1 + V/c}{1 - V/c}$$

①.4) Avec le choix $\frac{V}{c} \ll 1$ donc on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(1 - \frac{V}{c}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{V}{c} \\ \text{et} \\ \left(1 + \frac{V}{c}\right)^2 \approx 1 + \frac{2V}{c} \end{array} \right.$$

D'où : $\omega_r = \omega_0 \cdot \left(1 + \frac{2V}{c}\right)$



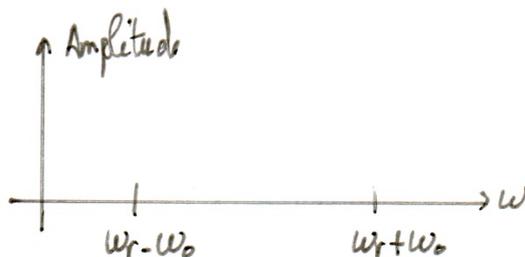
On a $m_c(t) = \frac{kV_0V_r}{2} \left[\cos((\omega_0 + \omega_r)t + \varphi) + \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi) \right]$

$\Rightarrow m_g = \frac{kV_0V_r}{2} \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi)$

Puis $s(t) = \underbrace{(\omega_r - \omega_0)}_{\frac{2V\omega_0}{c}} \frac{kV_0V_r}{2} \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi)$

Avec ce montage s est bien proportionnel à V

①.6) À la sortie du multiplieur : $m_c = \frac{kV_0V_r}{2} \left[\cos((\omega_0 + \omega_r)t + \varphi) + \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi) \right]$



$$\textcircled{D.7} \cdot \text{On a } \begin{cases} \omega_r - \omega_0 = 2V\omega_0/c \\ \omega_r + \omega_0 = 2\omega_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right) \approx 2\omega_0 \end{cases}$$

Dans la composante $\omega_r + \omega_0$, V est un terme mineur. De plus $\omega_r + \omega_0$ n'est pas proportionnel à V . Il faut donc conserver : $\omega_r - \omega_0$.

• Il faut couper au mieux la pulsation $\omega_r + \omega_0$ d'où ω_c est t.q :

$$\underline{\omega_r - \omega_0 \ll \omega_c \ll \omega_r + \omega_0}$$

$$\Leftrightarrow 1,5 \cdot 10^3 \text{ rads}^{-1} \ll \omega_c \ll 5 \cdot 10^5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\omega_c \in [1500 ; 5000 \text{ rads}^{-1}] \text{ par exemple}}$$

$$\textcircled{D.8} \text{ On reconnaît : } \begin{cases} \text{Filtre n}^\circ 1 = \text{filtre passe bas d'ordre 1 t.q. } \underline{H} = \frac{1}{1+jR\omega} \\ \text{Filtre n}^\circ 2 \text{ — haut d'ordre 1 t.q. } \underline{H} = \frac{jR\omega}{1+jR\omega} \\ \text{Filtre n}^\circ 3 : \text{ filtre passe bande de Wien t.q. : } \underline{H} = \frac{1/3}{1+j\left(\frac{R\omega}{3} - \frac{1}{R\omega}\right)} \end{cases}$$

de filtre n^o 1 est t.q. $\underline{H}_{BF} \rightarrow 1$ et $\underline{H}_{HF} \rightarrow 0$, il réalise la fonction désirée

$$\textcircled{D.9} \text{ Pour le filtre 1 : } \underline{H} = \frac{1}{1+jx} \text{ où } x = \frac{\omega}{\omega_c} \text{ avec } \underline{\omega_c = 1/RC}$$

$$\textcircled{D.10} \text{ Il faut } \underline{|\underline{H}(\omega_0 + \omega_r)|} = \frac{1}{100} \Leftrightarrow \underline{|\underline{H}(2\omega_0)|} = \frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} = \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 \approx 10^4 \Leftrightarrow 4\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2 = 10^4 \Leftrightarrow \omega_c^2 = \frac{4\omega_0^2}{10^4}$$

$$\text{D'où } \underline{\omega_c = \frac{2}{100} \omega_0} = \underline{5000 \text{ rads}^{-1}} \Rightarrow \underline{|\underline{H}(\omega_r - \omega_0)|} = \underline{0,96}$$

de gain de 0,96 est proche de 1, on retrouvera bien le signal désiré en sortie du filtre.

Partie II - GSM (CCP - MP - 2014)

III) Propagation dans l'air

$$\text{III.1.1)} \text{ On a : } \begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (\text{M. flux}) \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0 & (\text{M. Gauss}) \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & (\text{M. Faraday}) \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & (\text{M. Ampère}) \end{cases}$$

$$\text{III.1.2)} \text{ Soit } \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = -\frac{\partial(\operatorname{rot} \vec{B})}{\partial t} \\ = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \cdot \epsilon_0 \mu_0.$$

$$\Leftrightarrow -\Delta \vec{E} + \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \times \frac{1}{c^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \text{ si } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\text{III.1.3)} \text{ a) } \vec{k} = k \vec{y} \text{ (propagation) et } \vec{E}_m = E_m \vec{e}_x \text{ (polarisation)}$$

$$\text{b) D'où } \vec{E}(M,t) = E_m e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_x$$

$$\text{c) D'où } \begin{cases} \Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E} \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}. \end{cases}$$

$$\text{d) Donc } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

III.1.4) Pour ce type d'onde : $\underline{\vec{B}} = \frac{\underline{\vec{k}} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$

$$\Rightarrow \underline{\vec{B}} = \frac{1}{c} E_m e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_y$$

III.1.5) Donc $\left\{ \begin{array}{l} \underline{\vec{E}}(M,t) = E_m \cos(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_x \\ \underline{\vec{B}}(M,t) = \frac{E_m}{c} \cos(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_y \end{array} \right.$

III.2) Puissance et rayonnement

III.2.1) On a $\vec{R}(M,t) = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ qui s'exprime en $W.m^{-2}$

↑
vecteur propagation de l'énergie

III.2.2) On a $\vec{R} = \frac{E_m^2}{\mu_0 c} \cos^2(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_z$

$$\Leftrightarrow \langle \|\vec{R}\| \rangle = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{\mu_0 c}$$

$$\Leftrightarrow \langle \|\vec{R}\| \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_m^2 \Rightarrow \alpha = 1/2$$

III.2.3) On a : $4\pi d^2 \langle \|\vec{R}\| \rangle = Pa.G.$

$$\Leftrightarrow 4\pi \frac{d^2}{2} \epsilon_0 c E_m^2 = Pa.G.$$

$$\Leftrightarrow E_m = \sqrt{\frac{Pa.G}{2\pi d^2 \epsilon_0 c}}$$

III.3) Exposition

III.3.1) On obtient $E_{m1} = \underline{4,2 V.m^{-1}}$ « $E_{max} = 6 V/m$

III.3.2) ——— $E_{m2} = \underline{6 V/m}$ « $E_{max} = 6 V/m$

IV) Réflexion d'une OPPS

IV.1.1) On a $\begin{cases} \vec{E}_i(M,t) = E_{mi} e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_z \\ \vec{B}_i(M,t) = \frac{E_{mi}}{c} e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_y \end{cases}$ où $k = \|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_r\|$

IV.1.2) Ecrivons $\begin{cases} \vec{E}_r(M,t) = E_{mr} e^{-j(kz + \omega t)} \vec{e}_z \\ \vec{B}_r(M,t) = \frac{k_r \wedge \vec{E}}{\omega} = -\frac{k_i \wedge \vec{E}}{\omega} = -\frac{E_{mr}}{c} e^{-j(kz + \omega t)} \vec{e}_y \end{cases}$

IV.1.3) Dans un métal parfait : $\vec{E}(M)$ et $\vec{B}(M) = \vec{0}$

IV.1.4) On a $E_{1t} = E_{2t}$

IV.1.5) En $z=0$, on a : $\vec{E}_i(0,t) + \vec{E}_r(0,t) = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow E_{mi} e^{-j\omega t} + E_{mr} e^{-j\omega t} = 0$$

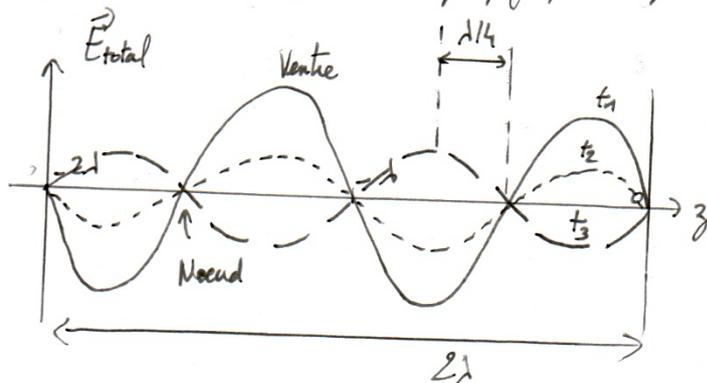
$$\Leftrightarrow E_{mi} = -E_{mr} \quad \Leftrightarrow \underline{\underline{r = -1}}$$

IV.2.1) Donc $\vec{E}_{total} = E_{mi} (e^{j(kz - \omega t)} + e^{-j(kz + \omega t)}) \vec{e}_x$
 $= E_{mi} e^{-j\omega t} [2j \sin(kz) \vec{e}_x]$

D'où $\vec{E}_{total} = 2E_{mi} \sin(kz) \sin(\omega t) \vec{e}_x$.

IV.2.2) C'est une onde stationnaire qui ne se propage pas et qui présente un nœud en $z=0$

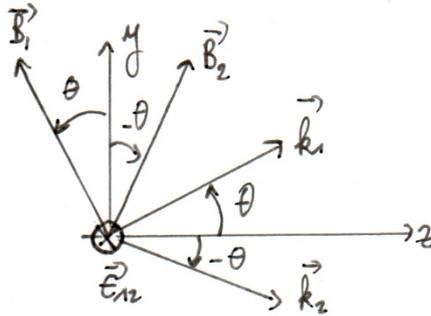
IV.2.3)
et
IV.2.4)



IV.2.5) On a : $d_m = \lambda/2$ (et $\lambda/4$ entre un ventre et un nœud)

I) Technologie Mimo

I.1.1)



I.1.2) Soit $\vec{E}_n = E_m e^{j[\vec{k}_n \cdot \vec{OM} - \omega t]} \vec{u}_x$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_{nx} = E_m e^{j[y \sin \theta + z \cos \theta - \omega t]} \\ E_{2x} = E_m e^{j[-y \sin \theta + z \cos \theta + \varphi - \omega t]} \end{cases}$$

I.2.1) Donc

$$\begin{cases} E_{nx}(P,t) = E_m e^{j[-d k_1/4 \sin \theta - \omega t]} = E_m e^{-j[\pi/2 \sin \theta + \omega t]} \\ E_{2x}(Q,t) = E_m e^{j(\pi/2 \sin \theta - \omega t)} \\ E_{nx}(P,t) = E_m e^{j(\pi/2 \sin \theta - \omega t + \varphi)} \\ E_{2x}(Q,t) = E_m e^{j(-\pi/2 \sin \theta + \varphi - \omega t)} \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} \vec{E}_{\text{total}}(P,t) = E_m e^{-j\omega t} \left[e^{-j\pi/2 \sin \theta} + e^{j(\pi/2 \sin \theta + \varphi)} \right] \\ \vec{E}_{\text{total}}(Q,t) = E_m e^{-j\omega t} \left[e^{j\pi/2 \sin \theta} + e^{-j(\pi/2 \sin \theta + \varphi)} \right] \end{cases}$$

I.2.2) D'où $\vec{E}(t, \phi) = E_m e^{-j\omega t} \left[e^{-j\pi/2 \sin \theta} + e^{j(\pi/2 \sin \theta + \varphi)} \right]$

$$+ E_m e^{-j\omega t} e^{j\phi} \left[e^{j\pi/2 \sin \theta} + e^{-j(\pi/2 \sin \theta + \varphi)} \right]$$

$$= E_m e^{-j\omega t} e^{-j\pi/2 \sin \theta} \underbrace{\left[1 + e^{j\phi} e^{j\pi \sin \theta} \right]}_{f_1(\phi)} + E_m e^{-j\omega t} e^{j(\pi/2 \sin \theta + \varphi)} \underbrace{\left[1 + e^{j\phi} e^{-j\pi \sin \theta} \right]}_{f_2(\phi)}$$

(QFD)
I.2.3) On annule la contribution de \vec{E}_1 soit: $e^{j(\varphi_1 + \pi \sin \theta)} = -1$

$$\Leftrightarrow \underline{\varphi_1 = \pi(1 - \sin \theta)}$$

de m^{ême}: $\underline{\varphi_2 = \pi(1 + \sin \theta)}$

I.2.4) En jouant sur la valeur de ϕ , on pourra différencier les signaux 4G.