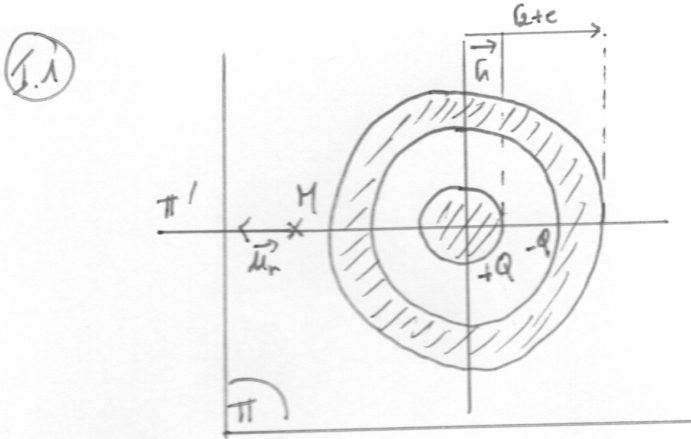


Physique : DM6

Partie I - Câble coaxial (Banque PT - 2008)



• (Π) et (Π') sont plans de symétrie donc $\vec{E} = E\vec{u}_r$
 • Il y a invariance par $T(z)$ et $R(\theta)$ d'où $\vec{E} = \vec{E}(r)$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E} = E(r)\vec{u}_r}$$

1.2.a) Nous avons affaire à une distribution surfacique, si on prend comme surface de Gauss un cylindre de rayon r et de hauteur l on a :

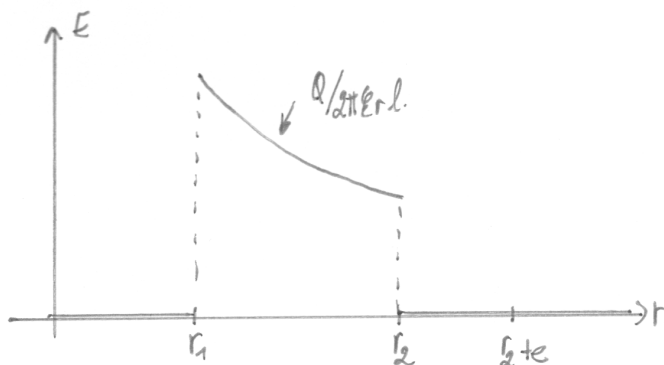
$$\oint_{\Sigma_g} \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{int}/\epsilon \quad \Leftrightarrow \quad E \cdot 2\pi r l = \frac{q_{int}}{\epsilon}$$

Donc :

$$\begin{cases} \text{si } r < r_1 : q_{int} = 0 \Rightarrow \vec{E}(r < r_1) = \vec{0} \\ \text{si } r_1 < r < r_2 : q_{int} = Q \Rightarrow \vec{E}(r_1 < r < r_2) = \frac{Q}{2\pi\epsilon r l} \vec{u}_r \\ \text{si } r_2 < r < r_2 + e : q_{int} = Q - Q = 0 \Rightarrow \vec{E}(r_2 < r < r_2 + e) = \vec{0} \end{cases}$$

1.2.b) De m[^] pour $r > r_2 + e$, $q_{int} = Q - Q = 0 \Rightarrow \underline{\vec{E}(r > r_2 + e) = \vec{0}}$

1.3.a)



1.3.b) On a discontinuité de $E(r)$ car on traverse des densités surfaciques :

$$\text{- en } r_1 : \vec{E}(r_1^+) - \vec{E}(r_1^-) = \frac{Q}{2\pi\epsilon l r_1} \vec{u}_r = \frac{\sigma_1 \times 2\pi r_1 l}{2\pi\epsilon l r_1}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\vec{E} = \frac{\sigma_1}{\epsilon} \vec{u}_r$$

$$\text{- en } r_2 : \vec{E}(r_2^+) - \vec{E}(r_2^-) = \frac{-Q}{2\pi\epsilon l r_2} \vec{u}_r \Rightarrow \Delta\vec{E} = \frac{-\sigma_2}{\epsilon} \vec{u}_r$$

1.4) Soit $\vec{E} = -\text{grad}V$ d'où $dV = -E dr$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = - \int_{r_2}^{r_1} \frac{Q}{2\pi\epsilon r l} dr$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

1.5) Soit $Q = CV_{12} \Rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)}$

D'où par unité de longueur : $C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(r_2/r_1)}$

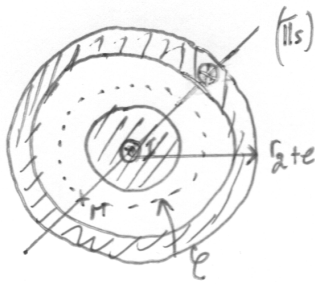
1.6) Soit $W_e = \frac{1}{2} CV_{12}^2 = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)} \cdot \left(\frac{Q}{2\pi\epsilon l}\right)^2 \left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

$$\Rightarrow W_e = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

1.7) On a $C_1 = 92,4 \text{ pF} \cdot \text{m}^{-1}$

1.8) Et : $W_e = \frac{1}{2} C_1 l V_{12}^2 = 4,62 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

2.1)



• (Π_s) est plan de symétrie donc $\vec{B} = B\vec{u}_\theta$.
 • Il y a invariance par $R(\theta)$ et $T(z)$ d'où $B = B(r)$
 $\Rightarrow \vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$

2.2) Théorème d'Ampère appliqué à un cercle de rayon r :

$$B(r) \times 2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$

• Si $r < r_1$: $I_{\text{int}} = I \left(\frac{r}{r_1}\right)^2$ car $\begin{cases} I = j_1 \pi r_1^2 \\ I_{\text{int}} = j_1 \pi r^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{B}(r < r_1) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r_1^2} \vec{u}_\theta$$

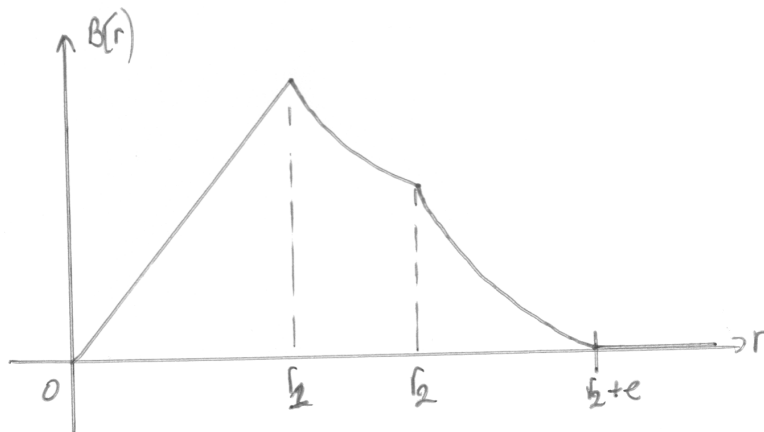
• Si $r_1 < r < r_2$: $I_{\text{int}} = I \Rightarrow \vec{B}(r_1 < r < r_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

• Si $r_2 < r < r_2 + e$: $I_{\text{int}} = I - I \frac{(r^2 - r_2^2)}{(r_2 + e)^2 - r_2^2}$ car $\begin{cases} I = j \pi [(r_2 + e)^2 - r_2^2] \\ I_{\text{int}} = j \pi (r^2 - r_2^2) \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left[1 - \frac{r^2 - r_2^2}{(r_2 + e)^2 - r_2^2} \right] \vec{u}_\theta$$

• Si $r > r_2$: $I_{\text{int}} = 0 \Rightarrow \vec{B}(r > r_2) = \vec{0}$

2.3.a)



2.3.b) Pas de discontinuité car distribution volumique, oui le résultat était prévisible

$$2.4.a) \text{ On a } w_m = \frac{dw_m}{d\mathcal{G}} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$2.4.b) \text{ Donc } W_m = \int \left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} \right)^2 \frac{d\mathcal{G}}{2\mu_0}$$

$$\Leftrightarrow W_m = \frac{2\pi l \cdot \mu_0^2 I^2}{2\mu_0 \cdot 4\pi^2} \ln(r_2/r_1)$$

$$\Leftrightarrow W_m = \frac{l \mu_0 I^2}{4\pi} \ln(r_2/r_1)$$

$$2.5) \text{ Or } W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(r_2/r_1)$$

$$2.6) \Rightarrow \underline{L_1 = 2,41 \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}}$$

$$2.7) \text{ Et } W_m = \frac{1}{2} L_1 l I^2 = \underline{1,21 \cdot 10^{-8} \text{ J}}$$

3.1) On sait pour un conducteur ohmique que $R = \frac{l}{\sigma S}$ d'où ici en série :

$$R_1 = \frac{1}{\sigma \pi r_1^2} + \frac{1}{\sigma \pi (r_3^2 - r_2^2)}$$

$$3.2) \text{ Donc } \underline{R_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ } \Omega \cdot \text{m}^{-1}}$$

3.3) On a $E_G = (R_u + R_1 l) I$ avec $R_1 l \ll R_u$.

$$\Rightarrow \underline{E_G = 10 \text{ V}}$$

Partie II - Chauffage par induction (CCP - TSI - 2013)

$$1^o) \text{ On a : } \underline{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

$$2^o) \text{ Soit } C(r,t) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{j} / \sigma \cdot d\vec{l}$$

$$\Leftrightarrow C(r,t) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sigma} j(r,t) \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta$$

$$\Leftrightarrow \underline{C(r,t) = \frac{2\pi r}{\sigma} j(r,t)}$$

$$3^o) \text{ Soit } \Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^r B_m \cos(\omega t) \vec{e}_z \cdot r dr d\theta \vec{e}_z$$

$$\underline{\text{Si } r < a : \Phi = B_m \cos(\omega t) \cdot \frac{2\pi r^2}{2} \Rightarrow \Phi = \pi r^2 B_m \cos(\omega t) \text{ si } r < a}$$

$$\underline{\text{Si } r > a : \Phi = \pi a^2 B_m \cos(\omega t) \text{ si } a < r < b}$$

$$4^o) \text{ Soit } \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \iint \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\stackrel{\text{Stokes}}{\Leftrightarrow} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\text{D'où : } \frac{2\pi r j}{\sigma} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Si } r < a : \pi r^2 B_m \sin(\omega t) \cdot \omega \\ \text{Si } a < r < b : \pi a^2 B_m \sin(\omega t) \cdot \omega \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} j(r < a) = \frac{\sigma}{2} r B_m \omega \sin(\omega t) \\ j(a < r < b) = \frac{\sigma a^2}{2r} B_m \omega \sin(\omega t) \end{cases}$$

$$5^o) \text{ Soit } \underline{P_{\text{Joule}}^r = \vec{j} \cdot \vec{E}}$$

$$\begin{aligned}
 6^{\circ}) \text{ d'où } P_{\text{joule}} &= \int_{\text{digue}} P_{\text{joule}}^v dG = 2\pi e \int_0^b \vec{J} \cdot \vec{E} r dr. \\
 &= \frac{2\pi e}{\sigma} \int_0^b J^2 r dr \\
 &= \frac{2\pi e}{\sigma} \left[\int_0^a \left(\frac{\sigma}{2} B_m \omega \sin(\omega t) \right)^2 r^3 dr + \int_a^b \left(\frac{\sigma}{2} a^2 B_m \omega \sin(\omega t) \right)^2 \frac{dr}{r} \right] \\
 &= \frac{2\pi e}{\sigma} \frac{\sigma^2}{4} B_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \left[\frac{a^4}{4} + \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^4 \right] \\
 &= \frac{\pi e \sigma}{2} B_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t a^4 \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{D'où la valeur moyenne : } \langle P_{\text{joule}} \rangle = \frac{\pi e \sigma}{4} B_m^2 \omega^2 a^4 \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right]$$

$$\Rightarrow \langle P_{\text{joule}} \rangle = A \omega^2 B_m^2 \text{ avec } A = \frac{\pi e \sigma}{4} a^4 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right)$$

7^o) Le champ magnétique peut être créé à l'aide d'une bobine alimentée en sinusoïdal. On pourra augmenter le champ avec un noyau ferromagnétique. Le rendement est meilleur que les plaques électriques. De plus sans présence de carcasse, la plaque ne se met pas en marche, la chaleur est produite directement dans la carcasse et la température de la plaque redescend rapidement.

8^o) A.N:

$$\langle P_{\text{joule}} \rangle = \frac{\pi e \sigma}{4^2} a^4 \omega^2 B_m^2 = \underline{\underline{6 \text{ kW}}}$$

Le haut-parleur (CCP 2016 - PC)

A.1.1) La source fournit un signal électrique qui met en mouvement mécanique la membrane d'où le nom de convertisseur de puissance électrique en puissance mécanique

A.1.2.1) Le circuit mobile est placé dans une zone de champ magnétique, il peut donc y avoir une variation de flux magnétique.



A.1.3) On a
$$d\vec{\phi} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$= I d\vec{u} \wedge B \vec{u}_z \Rightarrow d\vec{\phi} = -iB dl \vec{u}_z$$

A.1.4) Soit
$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = -iB l \vec{u}_z - k z \vec{u}_z - \lambda \vec{u} \quad (2)$$

\uparrow Laplace \uparrow Rappel élastique \uparrow frottement visqueux

A.2.1) En notation complexe:
$$\begin{cases} -m\omega^2 \underline{z} = -iBl - k \underline{z} - \lambda(j\omega) \underline{z} & (1) \\ \underline{u} = Ri + jL\omega i - Bl(j\omega) \underline{z} & (2) \end{cases}$$

A.2.2) (2) $\Rightarrow \underline{z} = \frac{\underline{u} - Ri - jL\omega i}{-j\omega Bl}$ d'où (1):
$$\left[-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega) \right] \frac{\underline{u} - Ri - jL\omega i}{-j\omega Bl} = -iBl$$

Donc
$$\underline{u} (-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega)) = i \left[j\omega B^2 l^2 + (R + jL\omega) (-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega)) \right]$$

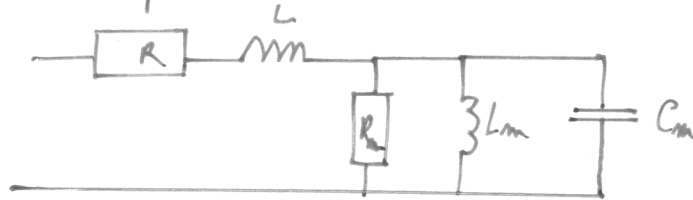
Donc
$$\underline{z} = \frac{j\omega B^2 l^2}{-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega)} + R + jL\omega \Leftrightarrow \underline{z} = R + jL\omega + \frac{B^2 l^2}{\lambda + \frac{k}{j\omega} + m(j\omega)}$$

A.2.3) On remarque que $\underline{Z}_e = R + jL\omega$ et $\underline{Z}_m = \frac{B^2 l^2}{\lambda + m(j\omega) + k/j\omega}$

A.2.4) Donc $\underline{Y}_m = \frac{\lambda + m(j\omega) + k/j\omega}{B^2 l^2} = \frac{\lambda}{B^2 l^2} + (j\omega) \frac{m}{B^2 l^2} + \frac{k}{B^2 l^2} \left(\frac{1}{j\omega} \right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_m = B^2 l^2 / \lambda = 16 \Omega \\ C_m = m / B^2 l^2 = 250 \mu F \\ L_m = B^2 l^2 / k = 12,8 \text{ mH} \end{cases}$$

A.2.5) \underline{Z}_m est une association en parallèle et \underline{Z}_e en série d'où :



A.2.6) On a donc $\underline{Z} = \underline{Z}_e + \frac{1}{\underline{Y}_m} = R + jL\omega + \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j(C_m\omega - \frac{1}{L_m\omega})}$

$$= R + jL\omega + \frac{j/R_m - j(C_m\omega - 1/L_m\omega)}{(1/R_m)^2 + (C_m\omega - 1/L_m\omega)^2}$$

D'où $R_T = \text{Re}(\underline{Z}) = R + \frac{1/R_m}{(1/R_m)^2 + (C_m\omega - 1/L_m\omega)^2}$

$$\Leftrightarrow R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 (C_m\omega - \frac{1}{L_m\omega})^2} \quad \text{CQFD}$$

A.2.7) On a $R = R_T(\omega) = 8 \Omega$ et $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{550}{2\pi} \approx 89 \text{ Hz}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_m C_m}} \approx 89 \text{ Hz}$$

} Cohérence des résultats

$$A.3.1) \text{ de } \begin{cases} A.1.2.2 : P_{\text{loi}} = \mu i - Ri^2 - iL \frac{di}{dt} & \textcircled{a} \\ A.1.4 : P_{\text{loi}} = -kz \frac{dz}{dt} - \lambda v^2 - mv \frac{dv}{dt} & \textcircled{b} \end{cases}$$

$$\textcircled{a} \Rightarrow \mu i = Ri^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) - P_{\text{loi}} \Rightarrow \begin{cases} P_J = Ri^2 \\ P_L = -P_{\text{loi}} \\ E_{\text{magn}} = \frac{1}{2} Li^2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{effet Joule} \\ \text{Puissance des Frottements} \\ \text{Energie stockée dans bobine} \end{array}$$

$$A.3.2) \textcircled{b} \Rightarrow -P_{\text{loi}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) + \lambda v^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} kz^2 \right) \Rightarrow \begin{cases} P_A = \lambda v^2 \\ P_L = -P_{\text{loi}} \\ E_c = \frac{1}{2} mv^2 \\ E_{pe} = \frac{1}{2} kz^2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Puissance acoustique} \\ \text{(frottements de l'air)} \\ E \text{ cinétique} \\ E_p \text{ élastique} \end{array}$$

A.3.3) En éliminant P_L :

$$\mu i = \frac{d}{dt} E_{\text{mag}} + P_J + \frac{dE_m}{dt} + P_A \quad \text{où } E_m = E_c + E_{pe}$$

$$A.3.4) \text{ Donc } \langle \mu i \rangle = \langle P_J \rangle + \langle P_A \rangle + \left\langle \frac{dE_m}{dt} \right\rangle + \left\langle \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} \right\rangle$$

$$\text{or } \left\langle \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} \right\rangle = \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} Li^2(T) - \frac{1}{2} Li^2(0) \right] = 0 \quad \text{car } i(T) = i(0)$$

De même pour $\frac{dE_m}{dt}$ car $v(T) = v(0)$ et $z(T) = z(0)$

$$\text{Donc } \langle P_S \rangle = R \langle i^2 \rangle + \lambda \langle v^2 \rangle \quad \text{coeff}$$

• la production de l'onde sonore est liée au frottement de l'air sur la membrane

$$\text{d'où } \langle P_{\text{ac}} \rangle = \lambda \langle v^2 \rangle \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{\langle P_{\text{ac}} \rangle}{\langle P_S \rangle}$$

A.3.5) Soit $\eta = \frac{\langle P_{av} \rangle}{\langle P_s \rangle}$, or l'objectif de ce HP est de générer des ondes

sonores d'où: $\eta = \frac{\langle P_{av} \rangle}{\langle P_s \rangle}$ avec $\langle P_s \rangle = \langle P_f \rangle + \langle P_a \rangle$

$$\Leftrightarrow \eta = \frac{\langle P_s \rangle - \langle P_f \rangle}{\langle P_s \rangle} = 1 - \frac{\langle P_f \rangle}{\langle P_s \rangle} = 1 - \frac{R \langle i^2 \rangle}{\langle u_i \rangle}$$

$$\text{or } u_i = \left(R_T i + L \frac{di}{dt} \right) i = R_T i^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right)$$

$$\text{or } \left\langle \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T d \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) = 0.$$

$$\Rightarrow \langle u_i \rangle = R_T \langle i^2 \rangle$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{R}{R_T}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{R_T - R}{R_T}$$

A.3.6) Le rendement maximal de 0,67 est obtenu pour $\omega_0 = 550 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\Leftrightarrow f_0 = 89 \text{ Hz. ce qui est en accord avec A.2.7.}$$

A.3.7) L'oreille humaine entend "pour les jeunes" de 20 Hz à 20 kHz. Ici $f_0 = 89 \text{ Hz}$ est un son grave

A.3.8) Une enceinte doit reproduire avec le même rendement l'ensemble du spectre audible
 → l'utilisation de plusieurs enceintes suivant les fréquences définies
 (bass, woofer, médium, ...)