Physique : DM4

Partie I – Ariane V (X – MP – 2018)

I Analyse préliminaire

1. Soit $\vec{F} = -D V_g \vec{e}_x$ cette expression est bien une force de poussée car :
   - Si le gaz est éjecté vers l'arrière, la poussée est vers l'avant
   - La poussée est d'autant plus grande que le débit est grand.
   - La poussée fait intervenir $\vec{V}_{gaz/fusée}$, elle est indépendante du Rétude
   - $[F] = MT^{-1}.LT^{-1} = MLT^{-2}$ = force.

2. La vapeur d'eau est assimilée à un GP en équilibre à la température T_0 dont l'énergie est purement cinétique d'où :

$$U = \langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T_0$$

$$\Leftrightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{3 k_B T_0}{m} = \frac{3RT_0}{M_{H_2O}}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \langle v^2 \rangle = 3rT_0 \text{ avec } r = \frac{R}{M_{H_2O}}}$$

3. Soit $F_{th} = D v_{th} = \rho A_0 V_{th} \times V_{th} = \rho A_0 V_{th}^2 = \rho A_0 \times 3rT_0$

or $pV = mRT \Leftrightarrow \frac{P}{\rho} = rT \Leftrightarrow P_0 = \rho r T_0$

$$\text{D'où } \boxed{F_{th} = 3A_0 P_0}$$

4. A.N : $F_{th} = \underline{6{,}6.10^6\ N}$. Or le poids de la fusée $m_{f0} g_0 = 7{,}8.10^6 N$

$\Rightarrow$ la nécessité d'une tuyère.

5) La loi de Laplace est t.q : $pV^\gamma = cste \Leftrightarrow \dfrac{p}{\rho^\gamma} = cste$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} \quad \text{donc } c^2 = \frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{p}{\rho}$$

or $p = \rho r T \Rightarrow \boxed{c^2 = \gamma r T}$

6) Les expressions $\begin{cases} D = \rho_0 v_0 A_0 \\ \text{et} \\ \rho_0 = \dfrac{p_0}{rT_0} \end{cases} \Rightarrow v_0 = \dfrac{D}{\rho_0 A_0} = \boxed{\dfrac{D r T_0}{p_0 A_0} = V_0} = 188\ ms^{-1}$

7) Soit $c_0 = \sqrt{\gamma r T_0} = 1450\ ms^{-1}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_0}{c_0} = 0,13 < 1} \text{ écoulement subsonique.}$$

B) Hugoniot

8) Soit $D = \rho v A$ le débit massique. Or l'écoulement est stationnaire donc $D = cste$

$$\Rightarrow \boxed{\rho v A = cste}$$

9) Soit $\rho v A = cste \rightarrow \dfrac{d\rho}{\rho} + \dfrac{dv}{v} + \dfrac{dA}{A} = 0$ (1)

or $\begin{cases} \rho v dv = -dp \\ c^2 = \dfrac{dp}{d\rho} \end{cases} \Rightarrow c^2 = \dfrac{-\rho v dv}{d\rho} \Rightarrow \dfrac{d\rho}{\rho} = -\dfrac{v dv}{c^2}$

D'où (1) s'écrit : $-\dfrac{v dv}{c^2} + \dfrac{dv}{v} + \dfrac{dA}{A} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{dA}{A} = \dfrac{dv}{v}\left(+\dfrac{v^2}{c^2} - 1\right)$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dA}{A} = \frac{dv}{v}\left(M^2 - 1\right) \text{ où } M^2 = \frac{v^2}{c^2}}$$

(10) Pour accélérer le gaz on veut $dv > 0$; or si l'écoulement est subsonique il faut alors : $dA < 0$. La tuyère (a) ne vérifie pas cette propriété

(11) Dans la partie convergente $dA < 0$, v augmente tant que M reste inférieur à 1.

- Si M reste inférieur à 1 jusqu'au col, dans la partie divergente v diminue
- Si M devient supérieur à 1 avant le col alors v diminue avant le col.

Il faut donc que $M^2 - 1$ change de signe en même temps que dA càd au col.

$$\Rightarrow M = 1 \text{ au col}$$

(12) La tuyère divergente peut-être utilisée si dès la chambre de combustion, le gaz éjecté est supersonique.

(13) Puisque $M^2 = \dfrac{v^2}{\gamma r T}$ $\Rightarrow 2\dfrac{dM}{M} = 2\dfrac{dv}{v} - \dfrac{dT}{T}$

$$\Rightarrow \frac{dM}{M} = \frac{dv}{v} - \frac{1}{2}\frac{dT}{T}$$

(14) Laplace : $p^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{cte} \Rightarrow (1-\gamma)\dfrac{dp}{p} + \gamma\dfrac{dT}{T} = 0 \Rightarrow \dfrac{dp}{\gamma p} = \dfrac{dT}{(\gamma-1)T}$

or $dp = -\rho v\, dv \Rightarrow \dfrac{dv}{v} = -\dfrac{dp}{\rho v^2} = -\dfrac{\gamma p}{\rho v^2}\dfrac{dp}{\gamma p}$

or $\dfrac{p}{\rho} = rT \Rightarrow \dfrac{\gamma p}{\rho} = \gamma r T = c^2$

d'où $\dfrac{dv}{v} = -\dfrac{1}{M^2}\dfrac{dp}{\gamma p} = -\dfrac{1}{M^2}\cdot\dfrac{dT}{(\gamma-1)T}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{1}{M^2}\frac{dT}{(1-\gamma)T}$$

15 D'après 13 et 14 : $\dfrac{dM}{M} = \dfrac{dv}{v} - \dfrac{1}{2}\dfrac{dT}{T}$

$$= \frac{dv}{v} - \frac{1}{2} M^2(1-\gamma)\frac{dv}{v}$$

$$= \frac{dv}{v}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)$$

or $\dfrac{dA}{A} = (M^2-1)\dfrac{dv}{v}$. (Hugoniot)

d'où $\dfrac{dM}{M} = \dfrac{1}{M^2-1}\left(1+\dfrac{\gamma-1}{2}M^2\right)\dfrac{dA}{A}$

$$\Leftrightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dM}{M}\,\frac{M^2-1}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dA}{A} = \frac{M^2-1}{1+\alpha M^2}\frac{dM}{M} \quad \text{où } \alpha = \frac{\gamma-1}{2} > 0}$$

16 Soit $\dfrac{C_1}{M} + \dfrac{C_2 + C_3 M}{1+\alpha M^2} = \dfrac{M^2-1}{M(1+\alpha M^2)}$

$$\Leftrightarrow \frac{C_1(1+\alpha M^2) + C_2 M + C_3 M^2}{M(1+\alpha M^2)} = \frac{M^2-1}{M(1+\alpha M^2)}$$

Donc : $\boxed{\begin{cases} C_2 = 0 \\ \alpha C_1 + C_3 = 1 \Rightarrow C_3 = 1+\alpha \\ C_1 = -1 \end{cases}}$

17 On a donc $\dfrac{dA}{A} = -\dfrac{1}{M} + \dfrac{(1+\alpha)M}{1+\alpha M^2}\,dM$ qui s'intègre en :

$$\ln A = -\ln M + \frac{1+\alpha}{2\alpha}\ln(1+\alpha M^2) + \text{cste}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{AM}{\text{cste}} = (1+\alpha M^2)^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}} \Leftrightarrow \frac{AM}{(1+\alpha M^2)^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}}} = \text{cste}.$$

$$\Leftrightarrow \boxed{Af(M) = \text{cste} \text{ où } f(M) = \frac{M}{(1+\alpha M^2)^{\beta}} \text{ avec } \beta = \frac{1+\alpha}{2\alpha}}$$

(18) D'après sa définition $\beta > \frac{1}{2}$ donc $\lim_{M \to \infty} f(M) = 0$, et $f(0) = 0$. Comme f est continue et positive, la fonction admet un maximum.

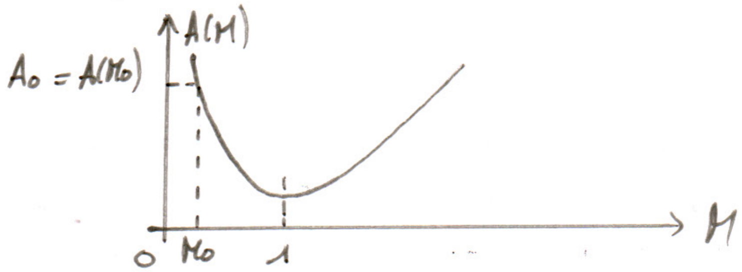
Or $A f(M) = cste$

$\Rightarrow$ $f(M)$ maximum quand A minimum c'est à dire au col

(19) Soit $A(M) = \dfrac{cste}{f(M)}$ qui présente un minimum en $M = 1$ et diverge pour $M = 0$ et ∞.

Pour $M \ll 1$: $A(M) \sim cste / M$

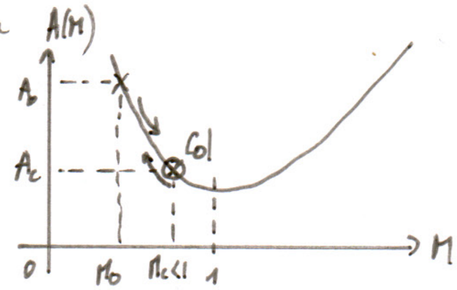
Pour $M \gg 1$: $A(M) \sim cste \cdot \lambda^{\beta} \cdot M^{2\beta - 1}$



(20) Dans la partie convergente A diminue donc M augmente.

- Si au col M n'a pas atteint la valeur 1, dans la partie divergente M diminue en repassant sur le tracé utilisé dans la partie convergente.

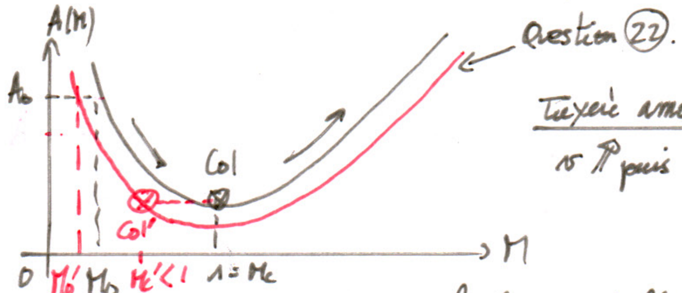
- La valeur de $M = 1$ ne peut pas être atteinte avant le col car il faudrait que A puisse encore diminuer



Tuyère non amorcée

v ⇑ puis ⇓

- Si la section au col est assez faible, on atteint $M = 1$ au col et dans la partie divergente on se retrouve sur la partie croissante de la courbe. M devient supérieur à 1



Tuyère amorcée

v ⇑ puis ⇑ :).

(21) M croît avec x.

(22) Pour $M_0' < M_0$ on a donc pour le même A_0 : $A_0 f(M_0') < A_0 f(M_0)$

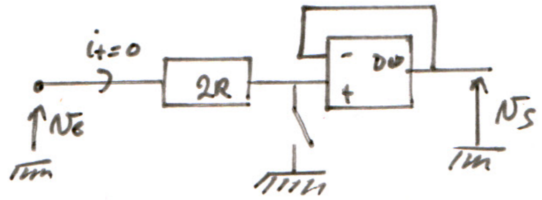
$\Rightarrow$ $M_c' < 1$ on se retrouve dans le cas d'une tuyère non amorcée.

Partie II – Electronique (Centrale TSI – 2010)

III.A.1) Un ALI idéal fonctionnant en régime linéaire vérifie :

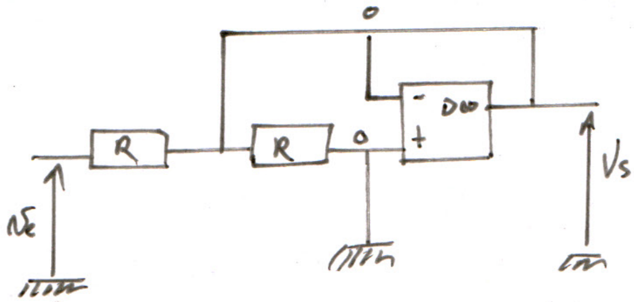
- $i_+ = i_- = 0$ (impédance d'entrée infinie)
- $v_+ = v_-$

III.A.2) (a) Soit $\underline{Z}_C = 1/jC\omega$ $\Rightarrow$ $\underline{Z}_C(BF) = +\infty$ $\Rightarrow$ modélisation par circuit ouvert.



$\Rightarrow$ $\underline{v_S(BF) = v_e}$

(b) De m̂ $\underline{Z}_c(HF) = 0$ $\Rightarrow$ modélisation circuit fermé.



$\Rightarrow$ $\underline{v_S(HF) = 0}$

(c) Nature du filtre : Passe-bas

III.B.1) Loi des noeuds en A : $\dfrac{v_A - v_e}{R} + (v_A - v_+)/R + (v_A - v_S)\,2jC\omega = 0$ (1)

. en + : $(v_+ - 0)jC\omega + (v_+ - v_A)/R = 0$ (2)

. Et $v_+ = v_- = v_S$ (3)

(2) s'écrit : $v_+\left(jC\omega + 1/R\right) = \dfrac{v_A}{R}$ $\Rightarrow$ $v_A = v_S(1 + jRC\omega)$

d'où (1) : $\dfrac{v_S(1+jRC\omega) - v_e}{R} + \left[v_S(1+jRC\omega) - v_S\right]\left(\dfrac{1}{R} + 2jC\omega\right) = 0$

$$\Leftrightarrow v_s\left[\frac{1}{R}+jC\omega+jC\omega+j^2RC^2\omega^2\times 2\right]v_s=\frac{v_e}{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{v_s}{v_e}=\frac{1}{1+2jRC\omega+2(jRC\omega)^2}$$

Par analogie : $H_0=1$, $\frac{2\lambda}{\omega_0}=2CR$ et $\frac{1}{\omega_0^2}=2R^2C^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} H_0=1 \\ \omega_0=\frac{1}{\sqrt{2}RC} \\ \frac{\lambda}{\omega_0}=RC \Leftrightarrow \lambda=RC\omega_0=\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Donc $$\boxed{\underline{H}=\frac{1}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+2j\lambda\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } \begin{cases} H_0=1,\ \lambda=\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{et} \\ \omega_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{RC} \end{cases}}$$

C'est bien l'expression d'un passe-bas d'ordre 2 t.q $\begin{cases} \underline{H}(BF)=1 \\ \underline{H}(HF)=0. \end{cases}$

III.B.2) (a) • On a $\boxed{v_{sm}=|\underline{H}|\,v_{em}}$

• On mesure à l'aide d'un oscilloscope l'amplitude des 2 signaux (Vu que c'est un rapport on peut aussi mesurer v_{RMS} ou v_{pp})

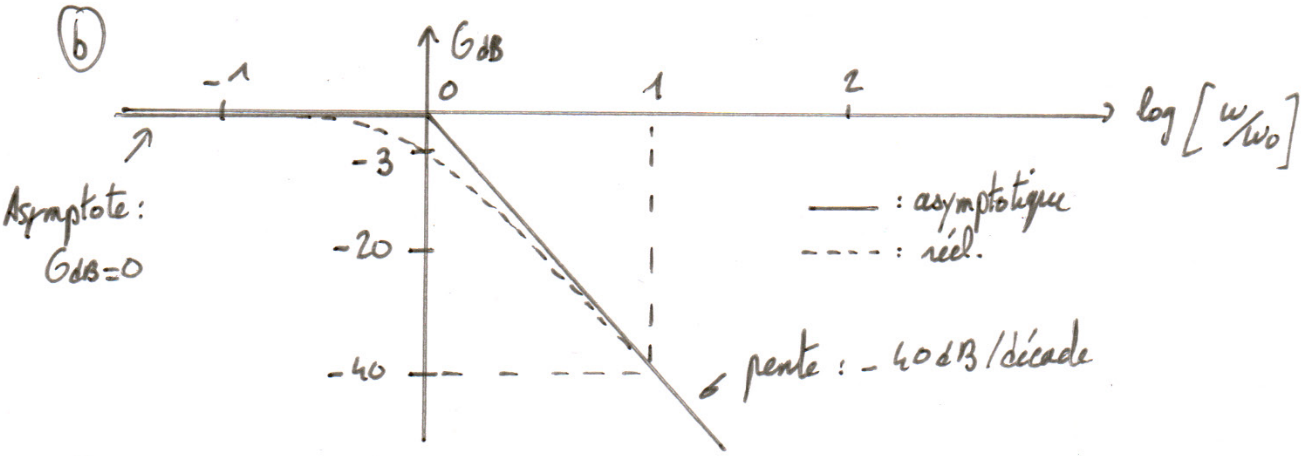
(b) Soit $\boxed{\varphi_s=\varphi+\varphi_e \text{ ou } \varphi=\text{Arg}\,\underline{H}}$

• On mesure $\varphi_s-\varphi_e=\varphi$ à l'aide des mesures automatiques des oscilloscopes numériques.

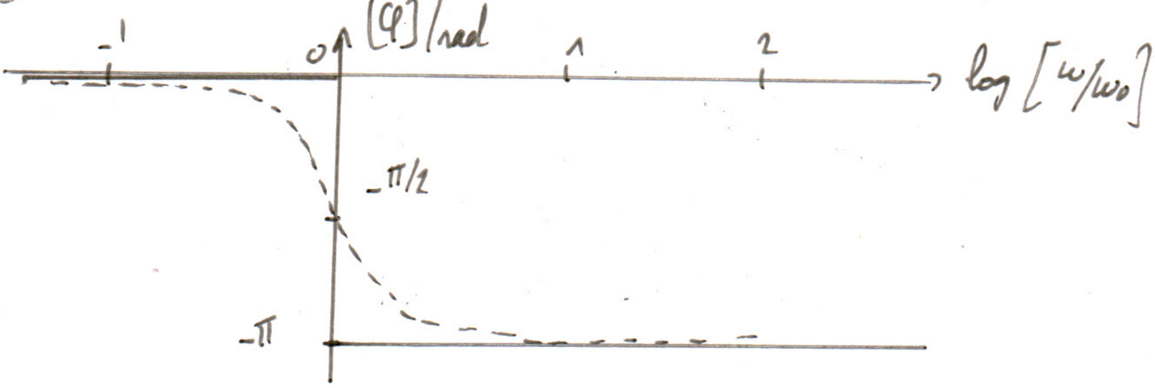
III.B.3) (a) On a $$\underline{H}^2=\frac{1}{\left(1-\omega^2/\omega_0^2\right)^2+4\lambda^2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}=\frac{1}{1+\frac{\omega^4}{\omega_0^4}+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\left(-2+4\lambda^2\right)}$$

or $4\lambda^2=2 \Rightarrow$ $$\boxed{|\underline{H}|=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^4/\omega_0^4}}}$$

b)



c)



Pour $\omega = \omega_0$: $\varphi = -\pi/2$

IV.A). Soit $\begin{cases} f_{m1} = 300\,\text{Hz} \\ f_{m2} = 4{,}5\,\text{kHz} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 10^6\,\text{m} \\ \lambda_2 = 66{,}7.10^3\,\text{m} \end{cases}$ d'où une antenne de $\left\{ \begin{array}{l} 33\,\text{km} \\ \text{à} \\ 500\,\text{km}. \end{array} \right.$

$\Rightarrow$ C'est irréalisable

. Pour émettre un signal il faudra donc des signaux de HF pour diminuer les tailles d'antenne : c'est le rôle de la porteuse.

IV.B.1) D'après le schéma : $s = kpe + p. = p(1+ke)$

$$\Leftrightarrow s(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} \cdot t)\left[1 + k A_m \cos(2\pi f_m t)\right]$$

$$\Leftrightarrow s(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} . t)\left[1 + m \cos(2\pi f_m t)\right] \text{ où } m = kA_m$$

Annexe

Cette annexe doit être rendue avec les autres copies. Il ne pourra pas être délivré d'autres exemplaires de ce document.

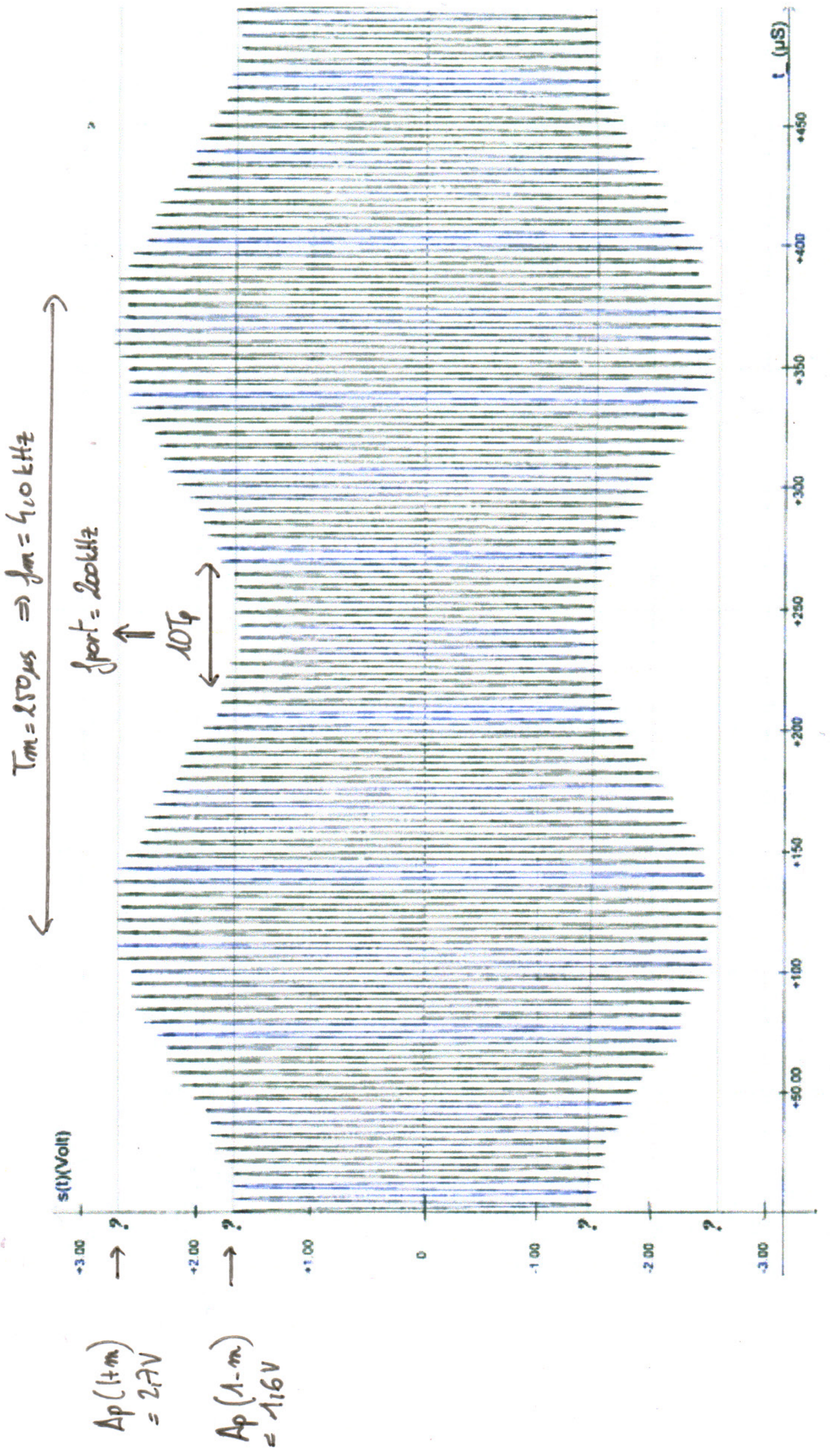


Figure 7

IV.B.2) La courbe est formée $\begin{cases} \text{d'une enveloppe de période } T_m = 5\,\mu s \\ \text{d'une " sinusoïde " de période } T_{port} = 250\,\mu s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{port} = 200\,kHz \\ f_m = 4\,kHz \end{cases}$

L'amplitude du signal varie de $\underbrace{A_p(1-m)}_{=1,6V}$ à $\underbrace{A_p(1+m)}_{=2,7V}$

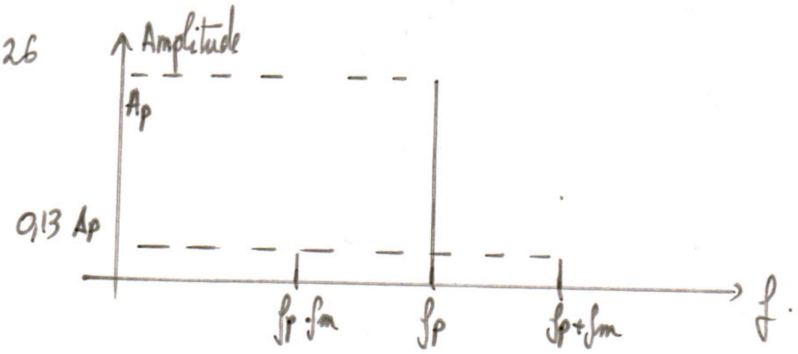
$$\Rightarrow \begin{cases} A_p(1-m) = 1,6 = a \\ A_p(1+m) = 2,7 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2A_p = a+b \\ 2m\,A_p = b-a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} A_p = \dfrac{a+b}{2} = 2,15V \\ m = \dfrac{b-a}{2A_p} = 0,26 < 1 \end{cases}}$$

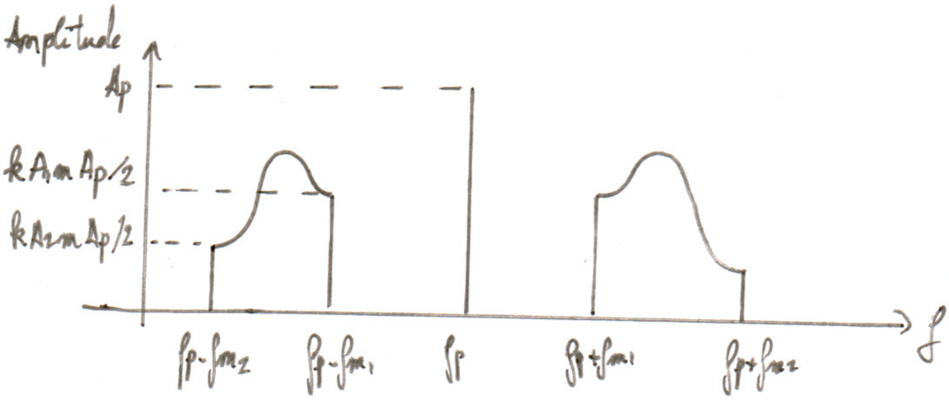
IV.B.3) Soit $\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$

$$\Rightarrow \boxed{s_p = A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{m A_p}{2}\left[\cos(2\pi(f_p+f_m)t) + \cos(2\pi(f_p-f_m)t)\right]}$$

Vu que $m = 0,26$



IV.B.4) ⓐ Le nouveau spectre est donc



(b) Si on veut récupérer **tout** $s(t)$ il faut une BP t.q : $\left[f_p - f_{m2} \, ; f_p + f_{m2}\right]$

$$= \left[180{,}5\,\text{kHz}\,,\ 189{,}5\,\text{kHz}\right]$$

D'où un **passe bande** t.q $Q = \dfrac{f_{port}}{\Delta f} = \dfrac{180}{9} = 20.$

(c) La BP est assez étroite pour récupérer l'ensemble des signaux avec une antenne de $\ell = \dfrac{\lambda}{2} \sim 0{,}8\,\text{km}$. En fait les antennes émettrices travaillent à $\dfrac{\lambda}{6} = 0{,}27\,\text{km}$ pour Europe 1 (Ce n'est pas la bande FM, mais la bande AM).

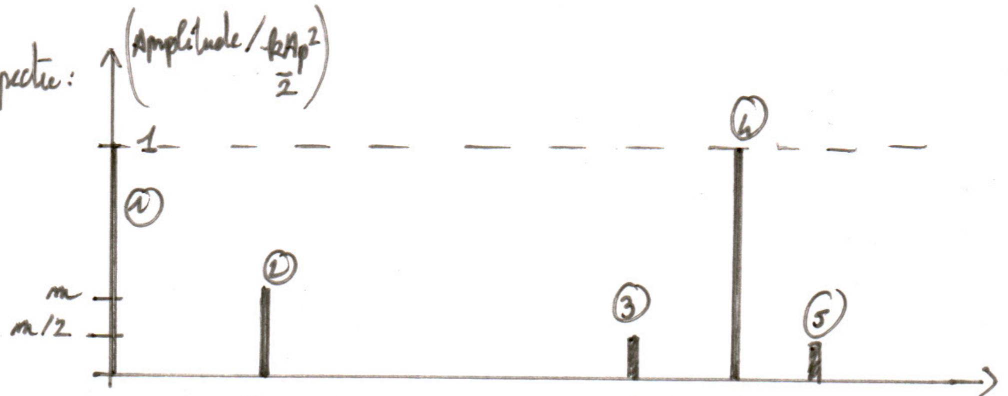
IV.C.1) Soit $s'(t) = kps = kA_p\cos(2\pi f_p t)\left[A_p\left(1 + kA_m\cos(2\pi f_m t)\right)\right]\cos(2\pi f_p t)$.

$$= kA_p\cos(2\pi f_p t)\left[A_p\cos(2\pi f_p t) + \frac{kA_mA_p}{2}\left[\cos 2\pi(f_p+f_m)t + \cos 2\pi(f_p - f_m)t\right]\right]$$

$$= \frac{kA_p^2}{2}\left[1 + \cos(2\pi . 2f_p t) + \frac{kA_m}{2}\left[\cos 2\pi(2f_p + f_m)t + \cos 2\pi(2f_p - f_m)t + 2\cos(2\pi f_m t)\right]\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{s'(t) = \frac{kA_p^2}{2}\left[1 + \cos(2\pi . 2f_p . t) + \frac{m}{2}\left[2\cos(2\pi f_m t) + \cos 2\pi(2f_p + f_m)t + \cos\left[2\pi(2f_p - f_m)t\right]\right]\right]}$$

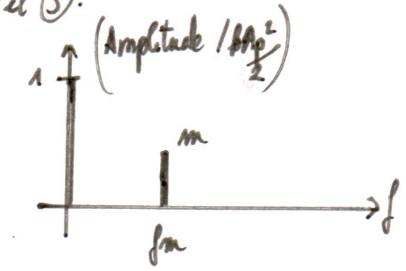
D'où le spectre :



IV.C.2) (a)

Soit $f_m < f_{c1} < f_{port}$ $\Rightarrow$ le filtre passe bas 1 élimine ③, ④ et ⑤.

$$\rightarrow \underline{s''(t) = \frac{kA_p^2}{2}\left[1 + \cos(2\pi f_m t) \times m\right]}$$



(b) On veut éliminer les composantes 3, 4, 5 d'où la forte atténuation $-80\,dB$ qu'on aura avec un passe-bas d'ordre 2 t.q :

$$G_{dB}(2f_p) = -80\,dB$$
$$\Leftrightarrow -40 \log x = -80\,dB$$
$$\Leftrightarrow \log \frac{2f_p}{f_0} = 2$$
$$\Leftrightarrow \frac{2f_p}{f_0} = 100 \Leftrightarrow \boxed{f_0 = \frac{2f_p}{100}} = 3{,}7\,kHz.$$

$$\text{or } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi.\sqrt{2}\,RC} \Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}.\,C f_0}} = \underline{\underline{30{,}4\,k\Omega}}$$

(c) Le condensateur C' élimine la composante continue

$$\rightarrow \boxed{d(t) = \frac{kA_p^2}{2} m . \cos(2\pi f_m t)}$$

(d) Le 2^{nd} filtre est t.q : $f_{c2} < f_m \Rightarrow \boxed{a(t) = \frac{kA_p^2}{2}}$

(e) Donc $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) = \boxed{\frac{1}{k} \frac{d}{a} = e(t)}$

Grâce aux signaux $d(t)$, $a(t)$ et la valeur de k on retrouve $e(t)$