

Physique : DM10

Partie I – Biréfringence du scotch

III Mesure de la biréfringence d'un ruban adhésif

Dans toute cette partie, l'air est assimilé au vide et on note c la célérité de la lumière dans le vide.

III.A – Preamble : Mesure d'une différence d'indice optique à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder

On dispose de deux lames transparentes à faces parallèles, de même épaisseur e (connue avec précision) et d'indices optiques différents :

- une lame « de référence » (\mathcal{L}_0), d'indice optique n_0 connu ;
- une lame « d'essai » (\mathcal{L}_e), d'indice optique $n_e = n_0 + \Delta n$ (avec $\Delta n > 0$).

Afin de mesurer Δn , on place chacune de ces lames dans un des bras d'un interféromètre de Mach-Zehnder (figure 7).

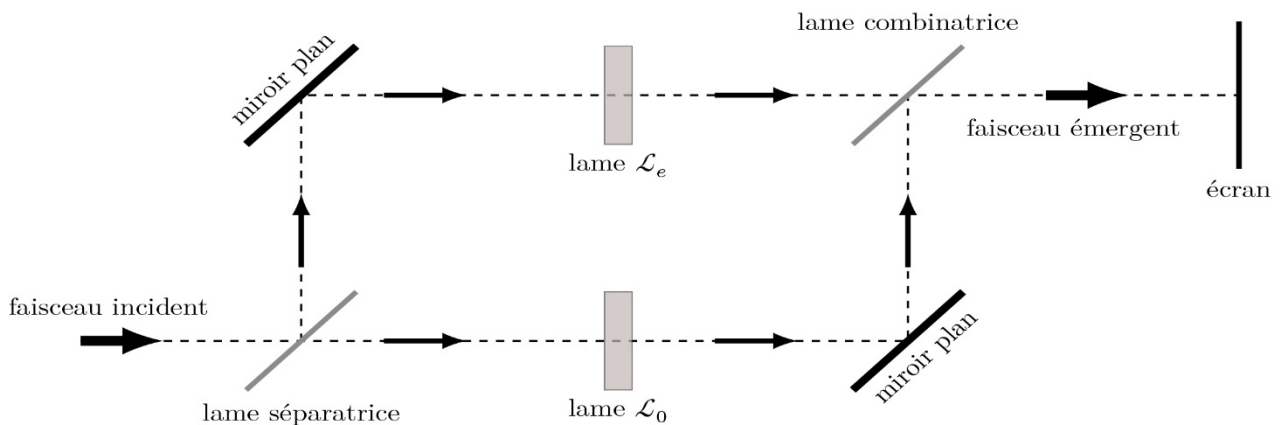


Figure 7 Schéma de principe de l'interféromètre de Mach-Zehnder et placement des lames étudiées.

De façon simple, l'interféromètre de Mach-Zehnder est constituée de deux lames semi-réfléchissantes et de deux miroirs plans (tous ces éléments sont parallèles entre eux). La lame semi-réfléchissante placée en entrée du dispositif est appelée lame *séparatrice* ; elle permet de diviser le faisceau incident en deux faisceaux secondaires orthogonaux entre eux et de même intensité. Les deux miroirs plans (un dans chaque bras de l'interféromètre) permettent d'orienter les faisceaux secondaires vers la sortie du dispositif. La lame semi-réfléchissante placée en sortie du dispositif, rigoureusement identique à la lame séparatrice, est appelée lame *combinatrice* car elle permet de superposer les deux faisceaux secondaires en direction de l'écran (ou d'un photodétecteur).

III.A.1) L'interféromètre de Mach-Zehnder est un interféromètre à division d'amplitude. Citer le nom d'un autre interféromètre de ce type et dater approximativement son invention.

III.A.2) Pourquoi n'est-il pas nécessaire d'accoler une lame compensatrice à la lame séparatrice dans ce dispositif ?

III.A.3) Le faisceau incident est un faisceau de lumière parallèle. On suppose que les deux lames sont orientées de façon à être éclairées sous incidence normale. Déterminer la différence de marche δ entre les deux faisceaux en sortie de l'interféromètre.

III.A.4) Dans le cas où le faisceau incident est monochromatique de longueur d'onde λ , exprimer l'intensité lumineuse I obtenue sur l'écran en sortie du dispositif (on se placera dans le cadre du modèle scalaire de la lumière et on notera I_0 l'intensité lumineuse obtenue sur l'écran en masquant l'un des deux miroirs). Décrire brièvement ce que l'on observe sur l'écran.

III.A.5) Pour quelle(s) longueur(s) d'onde, l'intensité I est-elle maximale ?

III.A.6) Proposer un protocole de mesure de Δn à l'aide de ce dispositif (et de tout le matériel classique d'un laboratoire d'optique).

III.B – Propagation d'une onde polarisée à travers un morceau de Scotch[®]

Le Scotch[®] est un milieu *biréfringent*, c'est-à-dire que son indice de réfraction n'est pas unique : il dépend de la direction de polarisation de l'onde lumineuse qui le traverse. Pour la suite, on considère un morceau de Scotch[®] assimilé à une lame plane à faces parallèles, orthogonales à l'axe Oz , d'épaisseur e . On envoie sur cette lame une onde lumineuse plane, progressive (selon $+Oz$), monochromatique, polarisée rectilignement, et on admet que :

- pour une polarisation rectiligne selon Ox , l'onde se propage à la vitesse $v_o = \frac{c}{n_o}$ dans la lame, sans changer de direction de polarisation ;
- pour une polarisation rectiligne selon Oy , l'onde se propage à la vitesse $v_e = \frac{c}{n_e}$ dans la lame, avec $n_e = n_o + \Delta n$, sans changer de direction de polarisation.

Les axes Ox et Oy sont appelés *lignes neutres* de la lame.

L'origine de l'axe Oz est choisie au niveau de la face d'entrée de la lame. On néglige tout phénomène de réflexion partielle au niveau des faces de la lame.

III.B.1) En notation complexe, le champ électrique associé à l'onde incidente (dans le domaine $z < 0$) s'écrit $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$, où ω est la pulsation de l'onde et \vec{E}_0 un vecteur constant.

- a) Exprimer le vecteur d'onde \vec{k} correspondant à la situation étudiée.
- b) Justifier que les vecteurs \vec{k} et \vec{E}_0 sont nécessairement orthogonaux entre eux.

III.B.2) On suppose dans cette question que l'onde incidente est polarisée rectilignement selon Ox . Expliciter, en notation complexe, le champ électrique associé à l'onde au niveau de la face de sortie de la lame (en $z = e$), puis en un point quelconque du domaine $z > e$.

III.B.3) L'onde incidente est désormais polarisée rectilignement selon la première bissectrice des axes Ox et Oy : $\vec{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x + \vec{u}_y)$ (avec $E_0 = \|\vec{E}_0\|$).

- a) En admettant que la biréfringence du Scotch[®] est un phénomène linéaire, donner en notation complexe l'expression du champ électrique obtenu dans le domaine $z > e$.
- b) Après avoir traversé la lame, l'onde est-elle toujours polarisée rectilignement ?
- c) Montrer que, si $\Delta n e = p \lambda$ avec p un entier et λ la longueur d'onde de l'onde dans le vide, l'onde émergente est polarisée rectilignement dans la même direction que l'onde incidente.

III.C – Analyse d'une expérience

Au cours de l'année scolaire 2011/2012, un groupe de quatre élèves d'une classe de terminale a réalisé une expérience de mesure de la biréfringence d'un ruban adhésif. Le principe de cette mesure est décrit dans le document annexe (situé à l'intérieur du document réponse).

III.C.1) Présentation du dispositif

- a) Comment peut-on s'assurer expérimentalement qu'un polariseur et un analyseur sont croisés (*i.e.* orientés selon des directions orthogonales entre elles) ?
- b) Comment procéder pour orienter les lignes neutres du ruban adhésif à 45° par rapport aux axes du polariseur et de l'analyseur ?

III.C.2) Étalonage du spectrogoniomètre

- a) En admettant que le réseau est éclairé sous incidence normale tout au long de l'expérience et que les relevés effectués correspondent au spectre d'ordre 1, déterminer le pas a du réseau utilisé.
- b) En pratique, quelles sont les principales sources d'incertitude sur la valeur de a ainsi obtenue ?

III.C.3) Mesure de la biréfringence du Scotch[®]

- a) D'après l'étude réalisée dans la sous-partie III.B, à quoi correspondent les « raies d'absorption » observées ?

b) « En observant les spectres de la lumière après l'analyseur pour une ou deux épaisseurs de Scotch[®], on remarque que les spectres sont continus. On observe à partir de trois épaisseurs une première raie d'absorption. » En déduire une estimation de la valeur maximale de Δn sachant que l'épaisseur d'une couche du ruban adhésif utilisé est $e = 28,0 \mu\text{m}$.

c) À partir des différents résultats présentés dans le document et de ceux établis précédemment, proposer une autre valeur expérimentale de Δn pour le ruban adhésif étudié. Comparer à celle obtenue par les auteurs du document et commenter.

III.C.4) Le dispositif {polariseur – ruban adhésif – analyseur} est en fait analogue à l'interféromètre de Mach-Zehnder étudié dans la sous-partie III.A.

a) À quoi correspondent les deux bras de l'interféromètre ? Quel élément permet ici de réaliser la division d'amplitude ?

b) Justifier la partie *en italique* dans l'affirmation suivante : « La plaque de verre est orientée de sorte que les lignes neutres du Scotch[®] soient orientées de 45° par rapport aux axes du polariseur et de l'analyseur (*car c'est dans cette position que les contrastes sont les plus importants*) ».

Annexe - Une expérience de mesure de la biréfringence du Scotch[®]

Présentation du dispositif

Afin d'observer le phénomène de biréfringence du Scotch[®], nous avons réalisé une boîte dans laquelle nous avons glissé deux polariseurs croisés de part et d'autre d'une plaque de verre circulaire pouvant pivoter autour d'un axe horizontal. Sur cette plaque de verre est collé du Scotch[®] avec différentes épaisseurs (voir photo ci-dessous). L'ensemble est éclairé par un faisceau parallèle de lumière blanche.

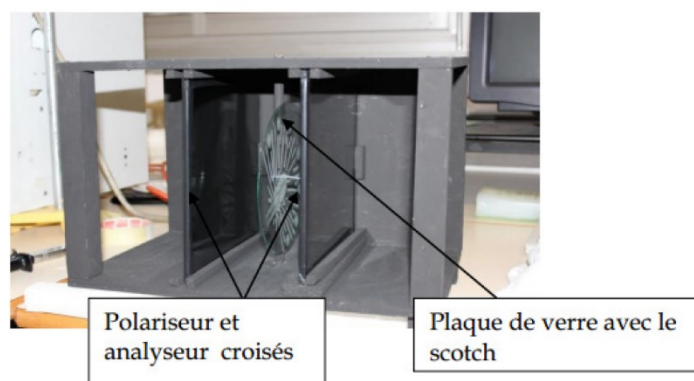


Figure 1 Notre boîte (la lumière entre par la gauche et sort par la droite).

Nous avons commencé par analyser spectralement la lumière à la sortie de l'analyseur et ce pour une, deux, trois, ..., épaisseurs de Scotch[®]. Pour chaque épaisseur, la plaque de verre est orientée de sorte que les lignes neutres du Scotch[®] soient orientées de 45° par rapport aux axes du polariseur et de l'analyseur (car c'est dans cette position que les contrastes sont les plus importants). Puis nous avons mesuré la différence d'indice entre les deux lignes neutres du Scotch[®].

Observations des spectres

Pour faire cette étude, nous avons utilisé un spectrogoniomètre. La lumière entre dans le collimateur et se dirige vers la plate-forme sur laquelle on place un réseau (ou un prisme) qui décompose la lumière. Le spectre de cette lumière peut ensuite être observé à l'aide d'une lunette. Avec un tel appareil, on peut, en pointant la lunette sur une raie d'émission ou d'absorption, relever la position de cette dernière.

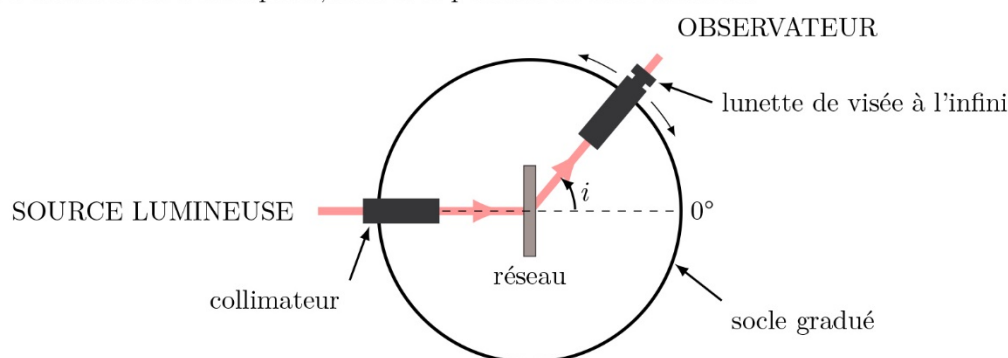


Figure 2 Schéma du spectrogoniomètre (vue de dessus).

En observant les spectres de la lumière après l'analyseur pour une ou deux épaisseurs de Scotch[®], on remarque que les spectres sont continus. On observe à partir de trois épaisseurs une première raie d'absorption. Nous avons alors décidé de porter le nombre d'épaisseurs de Scotch[®] à dix afin d'observer plusieurs raies d'absorption.

Étalonnage du spectrogoniomètre

Nous avons tout d'abord mesuré avec la graduation du socle les positions des raies d'émission d'une lampe à vapeur de zinc et d'une lampe à vapeur de mercure. Nous avons ensuite calculé le sinus des angles trouvés à

l'aide du goniomètre pour chaque raie d'émission et y avons associé les longueurs d'onde correspondantes grâce aux tables de valeurs.

Source	Valeur de l'angle sur le goniomètre (en°)	Sinus de cet angle	Longueur d'onde de la raie d'émission (en nm)
Lampe à vapeur de zinc	16,33	0,281	468,0
	16,48	0,284	472,0
	16,78	0,289	480,0
	22,37	0,380	637,0
Lampe à vapeur de mercure	15,23	0,263	435,8
	19,12	0,328	546,1
	20,23	0,346	576,6
	20,28	0,347	579,1

À l'aide d'un logiciel de traitement des données, nous avons tracé la courbe d'étalonnage du sinus des angles en fonction des longueurs d'onde correspondantes. Cette courbe est une droite.

Mesure de la biréfringence du Scotch®

Nous avons ensuite repris l'analyse spectrale de la lumière sortant de l'analyseur après avoir traversé dix épaisseurs de Scotch®. Nous avons ainsi pu mesurer les valeurs des angles pour les raies d'absorption et avons calculé leur sinus. Grâce à la courbe d'étalonnage nous avons alors déterminé les longueurs d'onde correspondant à ces raies.

Valeur de l'angle sur le goniomètre (en°)	Sinus de cet angle	Longueur d'onde correspondante (en nm)
15,13	0,261	433,4
17,25	0,297	494,9
20,03	0,343	573,2
24,03	0,407	680,0

Grâce à ces mesures nous avons la possibilité désormais de déterminer la différence des indices dans le Scotch®. À l'aide de notre simulation informatique utilisant un logiciel de géométrie dynamique et pour les longueurs d'onde ci-dessus, nous avons recherché la différence d'indice entre l'indice n_0 et l'indice n_e pour laquelle il y a absorption de la radiation par le système {polariseur-Scotch®-analyseur}. Nous avons considéré l'indice n_0 comme égal à 1, et nous avons joué sur la valeur de l'indice n_e jusqu'à obtenir l'extinction de la lumière. Voilà les valeurs obtenues :

Longueur d'onde (en nm)	Indice n_e
433,4	1,0175
494,9	1,0146
573,2	1,01253
680,0	1,01118

Nous avons finalement fait la moyenne de toutes ces valeurs, et nous obtenons :

$$\Delta n = n_e - n_0 = 0,0139$$

Partie B – Les miroirs de télescope

I.1. Interférences de deux sources ponctuelles

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O, xyz)$. Des interférences lumineuses sont obtenues à l'aide d'un dispositif interférentiel permettant de créer deux sources ponctuelles cohérentes S_1 et S_2 à partir d'une même source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde dans l'air λ . Les deux sources S_1 et S_2 , distantes de a , émettent des ondes lumineuses sphériques en phase et de même intensité (ou éclairement) I_0 . Le milieu S du segment S_1S_2 est situé sur l'axe Ox . L'écran d'observation est placé dans le plan yOz à la distance d de S . Le dispositif interférentiel est placé dans l'air d'indice 1. Il permet d'orienter l'axe des sources, soit parallèlement à l'écran selon l'axe Oz (**figure 1**), soit perpendiculairement à l'écran selon l'axe Ox (**figure 2**).

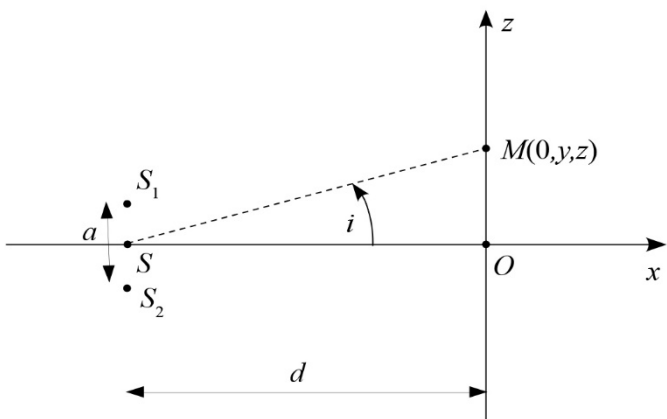


Figure 1

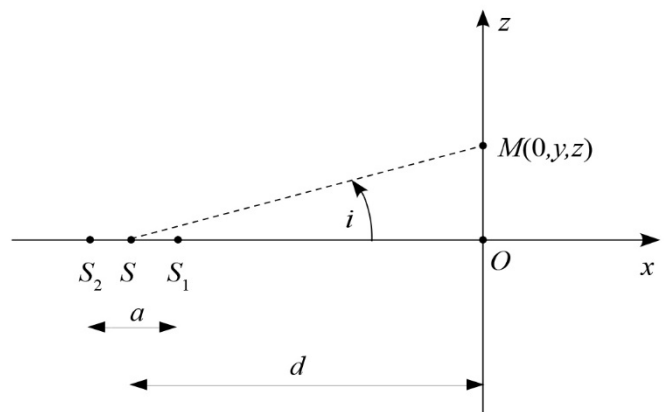


Figure 2

- I.1.1.** Exprimer l'intensité lumineuse (ou l'éclairement) $I(M)$ en un point $M(0, y, z)$ de l'écran en fonction de l'intensité I_0 de chacune des sources et du déphasage $\Delta\phi(M)$ au point M entre les deux ondes issues de S_1 et S_2 .
- I.1.2.** Relier $\Delta\phi(M)$ à la différence de marche géométrique $\Delta L(M)$ au point M entre les deux ondes lumineuses provenant des sources S_1 et S_2 et atteignant M .

I.1.3. On se place dans le cas où l'axe des deux sources est parallèle au plan de l'écran (**figure 1**, page 2). Pour observer des interférences, le dispositif interférentiel est éclairé avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$ et réglé de façon à obtenir une figure d'interférence dont les dimensions sont de l'ordre du centimètre, avec $a = 1 \text{ mm}$ et $d = 1 \text{ m}$.

I.1.3.a. En fonction des réglages imposés au dispositif interférentiel, exprimer la différence de marche $\Delta L(M)$ en fonction de a , d et de la position du point M .

I.1.3.b. Exprimer l'intensité $I(M)$ sur l'écran d'observation en fonction de la position du point M .

I.1.3.c. Calculer l'ordre d'interférence p_0 au point O . Commenter.

I.1.3.d. Décrire l'allure de la figure d'interférence observée sur l'écran. Déterminer en fonction de a , λ et d la distance d_i entre deux franges brillantes (interfrange).

I.1.3.e. Application numérique : calculer la position du premier maximum d'intensité lumineuse situé en dehors du centre O de l'écran.

I.1.4. On se place maintenant dans le cas où l'axe des deux sources est perpendiculaire au plan de l'écran (**figure 2**, page 2). Le dispositif interférentiel est toujours éclairé avec la même source et il est réglé de façon à obtenir une figure d'interférence dont les dimensions sont de l'ordre du centimètre avec $a = 1 \text{ mm}$ et $d = 1 \text{ m}$.

I.1.4.a. En fonction des réglages imposés au dispositif interférentiel, montrer que la différence de marche $\Delta L(M)$ au point M s'exprime en fonction de a et de l'angle i , formé entre le segment SM et l'axe Ox par la relation : $\Delta L(M) = a \cos i$.

Il sera judicieux d'utiliser l'égalité $S_1M^2 = SM^2 + SS_1^2 - 2\overline{SM} \cdot \overline{SS_1}$.

I.1.4.b. D'après les dimensions de la figure d'interférence, l'angle i est voisin de 0 et on peut utiliser les développements limités de sinus, cosinus et tangente à l'ordre 2. Exprimer la différence de marche $\Delta L(M)$ au point M en fonction de d , a et de la position du point M .

I.1.4.c. Donner l'expression de l'intensité $I(M)$ sur l'écran d'observation en fonction de la distance $\rho = OM$.

I.1.4.d. Application numérique : calculer l'ordre d'interférence p_0 au point O . Commenter.

I.1.4.e. Représenter, en la justifiant, l'allure de la figure d'interférence observée sur l'écran.

I.1.4.f. Evaluer approximativement la position du premier maximum d'intensité lumineuse situé en dehors du centre O de l'écran.

I.1.5. Comment faut-il modifier le système pour observer les figures d'interférences localisées à l'infini ?

I.2. Dispositif interférentiel

Le dispositif interférentiel est représenté **figure 3**. Son principe de fonctionnement est similaire à celui de l'interféromètre de Michelson. Il est composé d'un séparateur de faisceau constitué de deux prismes droits de section rectangle isocèle identiques accolés par leurs bases et de deux miroirs plans M_1 et M_2 , de centre respectif O_1 et O_2 . Il est éclairé par une source ponctuelle S_L , obtenue grâce à un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm provenant d'un laser ; le faisceau laser est expansé grâce à une lentille de focale image $f' = 1$ cm placée entre le faisceau laser et la face d'entrée du séparateur. Le séparateur de faisceau se comporte comme une lame séparatrice L_p , unique, d'épaisseur nulle (face commune aux deux prismes) qui transmet 50 % de l'intensité lumineuse, l'autre partie étant réfléchie.

On note $\ell = S_L O_p = 10$ cm la distance entre la source ponctuelle S_L et le centre O_p de la séparatrice et $L = O_p O = 70$ cm la distance entre la séparatrice et l'écran (E).

Les deux miroirs sont mobiles et peuvent pivoter autour de leurs axes $O_1 y$ et $O_2 y$. On note α_1 et α_2 les angles de rotation de chacun des miroirs, pris respectivement entre $(O_1 z$ et $M_1)$ et $(O_2 x$ et $M_2)$.

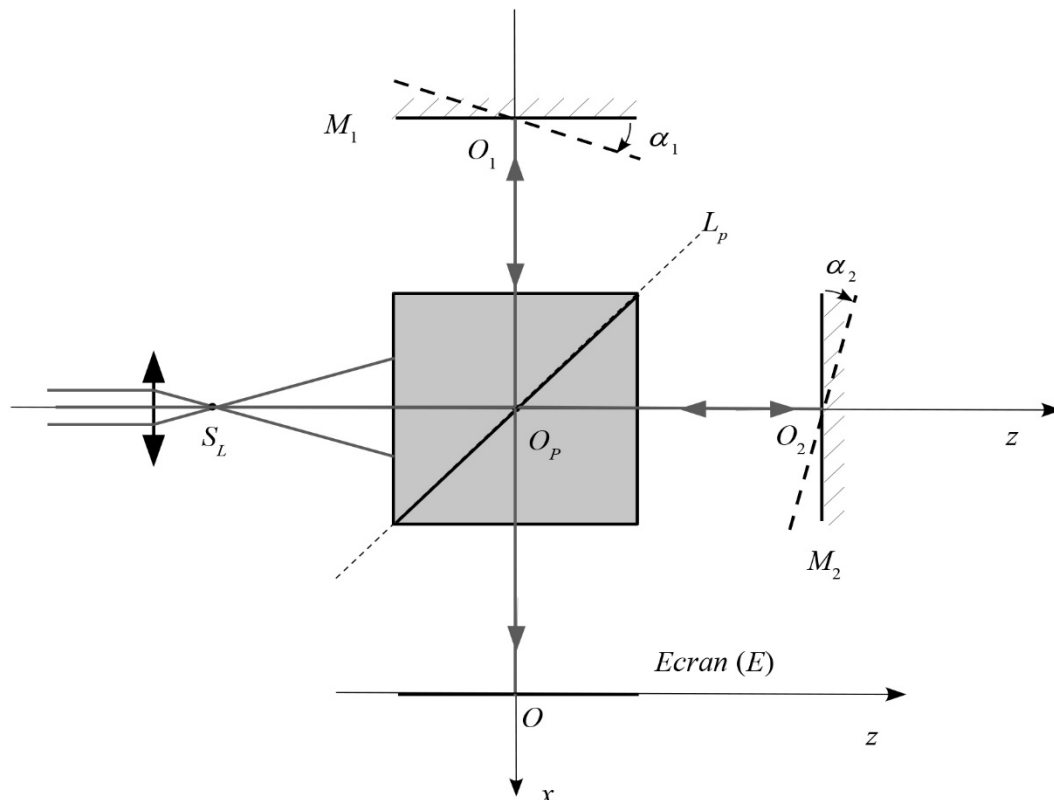


Figure 3 : dispositif interférentiel

I.2.1. On se place dans le cas où les deux miroirs M_1 et M_2 sont orthogonaux (M_1 est dans le plan yO_1z et M_2 dans le plan xO_2y). Les positions des miroirs sont données par les distances $d_1 = O_pO_1$ et $d_2 = O_pO_2$ avec $d_2 \geq d_1$.

I.2.1.a. En vous aidant d'un schéma clair, déterminer les coordonnées dans le repère (O,xyz) des sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre en fonction de ℓ , L , d_1 et d_2 . S_1 est l'image de la source S_L issue des réflexions sur L_p et M_1 ; S_2 est l'image de S_L issue des réflexions sur M_2 et L_p .

I.2.1.b. En déduire la distance a qui sépare les sources S_1 et S_2 et la distance d de leur milieu S à l'écran en fonction de ℓ , L , d_1 et d_2 .

I.2.1.c. Le miroir M_1 réglé à $d_1 = \ell$ restant fixe, le miroir M_2 est translaté de façon à obtenir un éclairage uniforme de l'écran. Donner dans ces conditions la valeur de a .

I.2.2. A partir de la position précédente, le miroir M_2 est déplacé parallèlement à l'axe Oz d'une distance e , telle que $d_2 - d_1 = e > 0$ avec $e \ll d_1$ et $e \ll d_2$.

I.2.2.a. Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran.

I.2.2.b. Le centre de la figure d'interférence est brillant. La première frange brillante, hors de l'axe, est située à 20 mm du centre de la figure. Calculer, à partir des résultats obtenus dans la partie **I.1**, la distance e .

I.2.2.c. Calculer l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférence.

I.2.3. A partir de la position des miroirs obtenus question **I.2.1.c**, on fait subir à chaque miroir une très faible rotation, dans le même sens et du même angle α ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$).

I.2.3.a. Montrer, en vous aidant d'un schéma, que les sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre sont situées sur un axe parallèle à Oz , le milieu S de S_1S_2 étant sur l'axe Ox .

I.2.3.b. Déterminer la distance a entre les deux sources et la distance d du milieu des sources à l'écran en fonction de α , ℓ et d_1 ou d_2 .

I.2.3.c. Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran.

I.2.3.d. La distance entre deux franges brillantes consécutives est égale à $d_i = 5 \text{ mm}$. Calculer, à partir des résultats obtenus dans la partie **I.1**, l'angle α en radians.

I.2.3.e. Comment varie la distance entre les franges si on augmente l'angle α ?