

# Physique : DS1

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

## Partie A: De l'atome d'hydrogène aux galaxies

L'atome d'hydrogène, dans son état fondamental, absorbe ou émet un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda = 21$  cm. Cette transition, appelée raie HI à 21 cm, est celle du maser à hydrogène. Elle est aussi à l'origine du rayonnement émis à cette longueur d'onde par le milieu interstellaire constitutif des galaxies. Après avoir étudié l'origine physique de cette transition, nous verrons l'intérêt d'observer des galaxies dans cette fenêtre de rayonnement.

Ce sujet comprend une annexe située en fin de texte et regroupant des extraits de documents, un formulaire et des données numériques.

### I La raie HI à 21 cm

Un atome d'hydrogène protoné (isotope  $^1\text{H}$  dont le noyau est un proton) dans son état fondamental peut absorber un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda = 21$  cm, c'est ce que l'on appelle usuellement la raie HI à 21 cm. Pour interpréter exactement l'origine de cette raie, il faut mener une étude complète de l'atome d'hydrogène dans le cadre de la théorie de Dirac (mécanique quantique relativiste).

Nous pouvons cependant comprendre qualitativement l'origine de la raie HI à partir des quelques notions simples évoquées dans ce qui suit.

#### I.A – Étude classique de l'atome d'hydrogène

L'étude qui suit sera menée dans le référentiel  $\mathcal{R}$  centré sur le proton, ce référentiel sera considéré comme galiléen. On désignera par  $r$  la distance entre le proton et l'électron et le moment cinétique de l'électron par rapport à l'origine dans le référentiel  $\mathcal{R}$  sera noté  $\vec{L}$ .

- Q 1.** Rappeler l'expression de la force électrostatique  $\vec{F}$  s'exerçant sur l'électron.  
**Q 2.** En déduire l'expression de l'énergie potentielle électrostatique  $E_P$  de l'électron, en choisissant le zéro de cette énergie potentielle quand  $r \rightarrow \infty$ .  
**Q 3.** Montrer que le mouvement de l'électron est plan.  
**Q 4.** Déterminer l'énergie mécanique  $E$  de l'électron et la mettre sous la forme

$$E = \frac{1}{2}m_e \dot{r}^2 + E_{P\text{eff}}(r)$$

où  $E_{P\text{eff}}(r)$  est une fonction de  $r$  à expliciter en fonction des paramètres du problème et du moment cinétique orbital  $L$  de l'électron.

- Q 5.** Donner l'allure de la représentation graphique de  $E_{P\text{eff}}(r)$ . Analyser qualitativement le comportement du système pour différentes valeurs de l'énergie mécanique  $E$  et du moment cinétique  $L$ .  
**Q 6.** À quelles conditions (sur  $L$  et  $E$ ) une orbite circulaire est-elle possible ? Calculer le rayon  $r$  de l'orbite circulaire et l'énergie mécanique  $E$  de l'électron décrivant une telle orbite en fonction de  $L$ ,  $e$ ,  $m_e$  et  $\epsilon_0$ .  
**Q 7.** Dessiner une trajectoire de l'électron si  $L = 0$ .

#### I.B – Le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène

En 1913 Niels Bohr proposa un modèle « semi-classique » de l'atome d'hydrogène, dans ce modèle l'électron se trouve sur une orbite circulaire de rayon  $r$  et son moment cinétique orbital  $L$  est quantifié par

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

où  $n$  est un nombre entier strictement positif et  $h$  la constante de Planck.

- Q 8.** Montrer que les orbites sont quantifiées. Déterminer la valeur du rayon  $a_0$  de la première orbite de Bohr.  
**Q 9.** En déduire que les niveaux d'énergie sont quantifiés. Donner la valeur (en eV) de l'énergie de l'état fondamental.  
**Q 10.** À quelle température l'énergie d'agitation thermique d'un atome d'hydrogène est-elle comparable à son énergie d'ionisation ? Commenter.



**Q 11.** L'atome d'hydrogène dans son état fondamental est susceptible d'absorber ou d'émettre un rayonnement de longueur d'onde proche de  $\lambda = 21$  cm. Le modèle de Bohr permet-il de comprendre l'origine de cette transition ?

## Partie B : Le Millennium Bridge

Pour marquer le millénaire, une nouvelle passerelle a été construite au dessus de la Tamise à Londres pour un coût total de plus de 20 millions de Livres Sterling. Quand elle fut ouverte aux piétons on remarqua très vite qu'elle se balançait latéralement et verticalement en cas de forte affluence. Avec un grand nombre de piétons, son mouvement oblique était tel que la plupart d'entre eux s'arrêtaient et s'accrochaient aux rampes. Des images et des vidéos ont montré que ces mouvements latéraux pouvaient avoir une amplitude moyenne de 75 mm et qu'ils se produisaient avec des fréquences de l'ordre du hertz. Le pont fut donc fermé deux jours après son ouverture au public. Dix-huit mois de recherches furent nécessaire pour résoudre le problème et faire les modifications préconisées par les ingénieurs qui furent donc finalement consultés.

L'objectif de ce problème est la modélisation de plus en plus fine d'une passerelle piétonne et la compréhension de certains problèmes posés par le Millennium Bridge de Londres.

Les vecteurs sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires  $\hat{u}_x$  ou d'une flèche dans le cas général  $\vec{v}$ .

À l'exception de  $i$  tel que  $i^2 = -1$ , les grandeurs complexes sont soulignées :  $\underline{z} \in \mathbb{C}$ . Un point sur une grandeur indique la dérivée par rapport au temps de cette grandeur :  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ .



### I. — Oscillateur simple

Un oscillateur est constitué d'une masse  $m$  dont le centre d'inertie  $G$  est repéré par la position  $x$  dans le référentiel galiléen  $(O, \hat{u}_x)$  – voir figure 1. L'origine  $O$  se situe au niveau du sol. L'oscillateur est relié à un support fixe par l'intermédiaire d'un ressort linéaire de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$  ainsi que d'un amortisseur linéaire de viscosité  $\alpha$ , exerçant sur  $m$  une force de frottement  $\vec{F}_f = -\alpha \dot{x} \hat{u}_x$ , avec  $\alpha > 0$ . À tout instant  $t$ , on assimile la distance  $OG$  à la longueur  $\ell(t)$  du ressort. L'ensemble est soumis à l'accélération de la pesanteur  $\vec{g} = -g \hat{u}_x$  avec  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

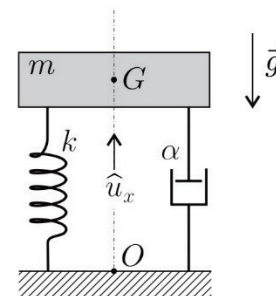


FIG. 1 – Oscillateur

▣ **1** — En appliquant la relation fondamentale de la dynamique établir l'équation différentielle  $\ddot{X} + 2\xi\omega_0\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$  dans laquelle on a introduit la fonction  $X(t) = x(t) - \tilde{x}$  où  $\tilde{x}$  est une constante que l'on déterminera en fonction de  $g$ ,  $\omega_0$  et  $\ell_0$ . On précisera les expressions et significations de  $\omega_0$  et  $\xi$ .

▣ **2** — Dans le régime libre, le système est mis en vibration uniquement par des conditions initiales non nulles  $X(0) = X_0 \neq 0$  et  $\dot{X}(0) = V_0 \neq 0$ . Déterminer les solutions du régime libre (en fonction de  $\omega_0$ ,  $\xi$ ,  $X_0$ ,  $V_0$  et  $t$ ) pour les cas  $\xi = 0$  et  $0 < \xi < 1$  et préciser leur comportement. Dans certains cas, le vent peut induire sur le système une force proportionnelle au vecteur vitesse que l'on écrit  $\vec{F}_v = \beta \dot{x} \hat{u}_x$ , avec  $\beta > 0$ . Quelle peut-être la conséquence de ce phénomène ?

Différents cas peuvent être examinés pour l'excitation (ou forçage)  $F(t)$  de l'oscillateur étudié lors des deux premières questions. Nous nous placerons dans l'optique d'une passerelle piétonne.

L'action de la marche d'un piéton est caractérisée par un contact continu sur la surface du sol puisque le second pied touche le sol avant que le premier ne le quitte. La force engendrée comprend une composante verticale et une composante horizontale non prise en compte dans cette partie.

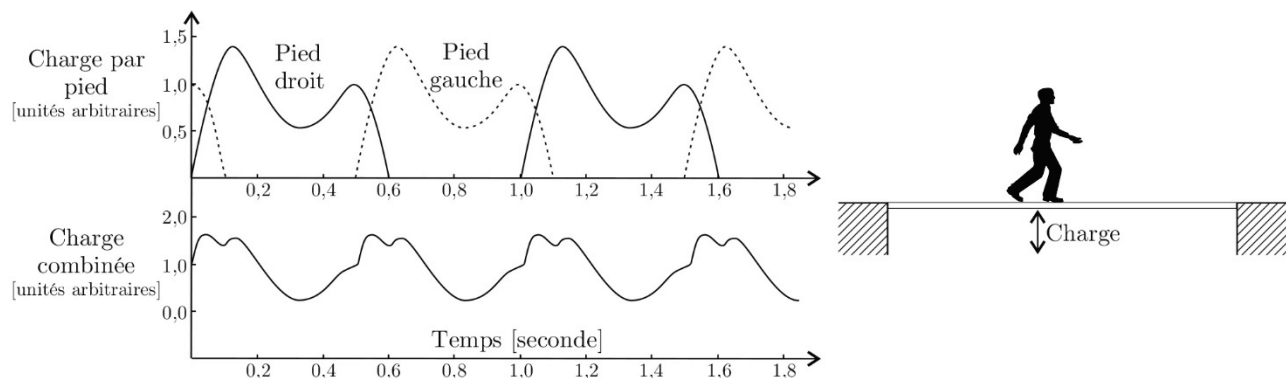


FIGURE 2 – Forçage d'une passerelle par la marche d'un piéton.

Dans le cadre d'un modèle simplifié, nous représenterons cette force, appelée charge, par un vecteur périodique  $\vec{F}(t) = \vec{F}_0 + \vec{F}_1 \cos(2\pi ft)$ .

Le vecteur  $\vec{F}_0$  correspond à la force statique, c'est-à-dire au poids du piéton, la fréquence  $f$  correspond à celle d'une marche normale. Nous considérerons que  $\vec{F}_1 = 0,4 \vec{F}_0$ . Ces deux vecteurs seront supposés constants et orientés comme  $-\hat{u}_x$ .

On note  $F_0 = \|\vec{F}_0\|$  le module de la force statique,  $Y = X + \frac{F_0}{m\omega_0^2}$  la réponse en déplacement de l'oscillateur et  $\underline{Y} = Y_m e^{i\omega t}$  sa représentation complexe.

▣ 3 — Que devient l'équation de l'oscillateur en  $Y$  sous le forçage piéton ? Déterminer la fonction de transfert  $\underline{H}(\omega)$ , rapport de la représentation complexe de la réponse en déplacement  $\underline{Y}$  sur la représentation complexe de l'excitation  $\underline{E} = \frac{1}{m} \underline{F}_1$ . On exprimera  $\underline{H} = \underline{Y}/\underline{E}$  en fonction de  $\xi$ ,  $\omega_0$  et  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ .

▣ 4 — Sous quelle condition portant sur  $\xi$ , un phénomène de résonance peut-il se produire ? Pour quelle pulsation  $\omega_r$  obtient-on alors ce phénomène ? Exprimer le gain en amplitude à la résonance  $|\underline{H}|(\omega_r)$  dans la limite  $\xi^2 \ll 1$ .

▣ 5 — En se plaçant dans l'hypothèse  $\xi^2 \ll 1$  et à partir d'une analyse de la courbe 1 de la figure 3, déterminer un ordre de grandeur de  $\xi$  ainsi que la valeur de la pulsation propre  $\omega_0$  de l'oscillateur modélisant le Millennium Bridge avant la mise en place des amortisseurs harmoniques.

▣ 6 — Pourquoi est-il important de déterminer les fréquences de résonance d'une structure soumise à une action périodique ?

Afin d'étudier précisément les propriétés du forçage que constitue la marche d'un piéton, on réalise l'acquisition en laboratoire du signal correspondant à cette sollicitation.

▣ 7 — Quel(s) type(s) de capteur(s) est-il envisageable d'utiliser pour obtenir un signal électrique issu de la marche d'un piéton ?



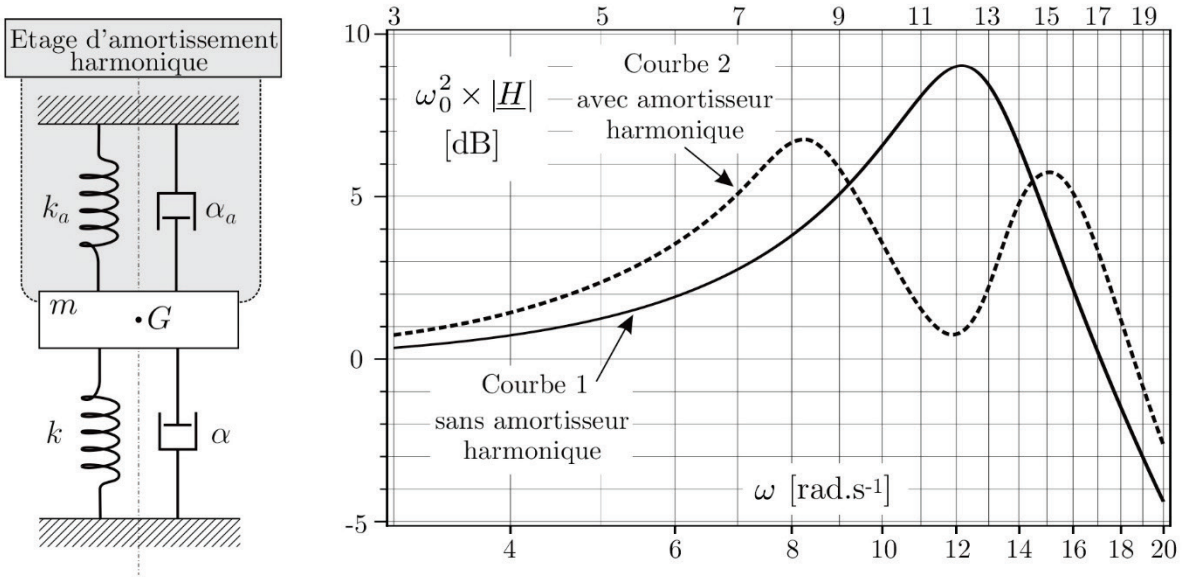


FIGURE 3 – Schéma et réponse d'un amortisseur harmonique appliqué au modèle du Millennium Bridge.

## Partie C : Les marées

### Données :

- distance Terre Lune :  $d_L = 3,8.10^8 \text{ m}$
- distance Terre Soleil :  $d_S = 1.5.10^{11} \text{ m}$
- rayon de la Terre :  $R_T = 6,4.10^6 \text{ m}$
- masse du Soleil :  $m_S = 2.10^{30} \text{ kg}$
- masse de la Terre :  $m_T = 6.10^{24} \text{ kg}$
- masse de la Lune :  $m_L = 7,3.10^{22} \text{ kg}$
- constante de gravitation universelle :  $G = 6,7.10^{-11} \text{ kg}^{-1}.\text{m}^3.\text{s}^{-2}$

### Lexique :

- pleine mer : hauteur maximale de la marée
- basse mer : hauteur minimale de la marée
- marnage : différence de hauteurs entre une pleine mer et une basse mer consécutives
- vive-eau : marée pendant laquelle le marnage est maximal
- phase de la pleine mer : heure à laquelle la pleine mer est atteinte

## PREMIERE PARTIE LE PHENOMENE DE MAREES

### A / NOTIONS QUALITATIVES SUR LES MAREES

*La carte reproduite dans la figure 1 représente l'évolution de la marée réelle dans la Manche. Les nombres indiqués sous certains ports sont la phase de la pleine mer et le marnage par vive-eau. On trouve deux types de courbes :*

- *Les lignes cotidiales (avec une indication en heures) représentent les points dans le même «état de marée» (pleine mer) à un instant donné (les valeurs données correspondent à la date de la pleine mer par rapport à une référence arbitraire).*
- *Les lignes iso-marnage (avec une indication en mètres) représentent les points avec un même marnage (le marnage est la différence de hauteur entre la pleine mer et la basse mer).*

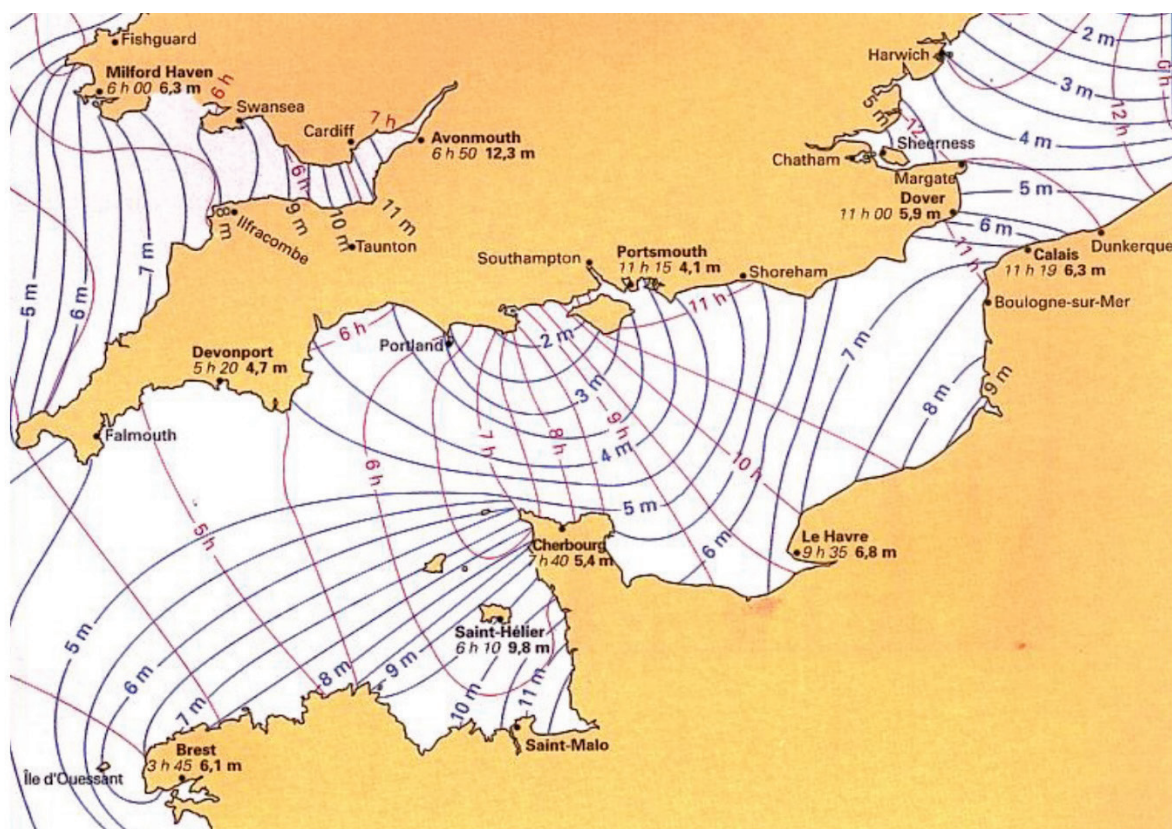


FIGURE 1

- A1.** A quels endroits de la carte les marées sont-elles les plus importantes ? Est-ce dû à une particularité géographique ? On attend une réponse brève.
- A2.** On peut envisager l'évolution spatiale et temporelle de la hauteur d'eau due aux marées comme résultant de la propagation d'une *onde de marée*. Dans quel sens se déplace cette onde de marée dans la Manche ? Une explication basée sur la rotation propre de la Terre est-elle satisfaisante ? Justifier.
- A3.** Donner (sans explication) un ordre de grandeur de la périodicité des marées océaniques. Donner un ordre de grandeur de la vitesse de déplacement de l'onde de marée dans la Manche (à titre de point de repère, la distance entre Saint-Malo et Brest est de l'ordre de 200km). En déduire un ordre de grandeur de la longueur d'onde associée.
- A4.** Dans la Manche la marée est déviée vers les côtes françaises, ce qui a pour conséquence des marnages plus importants que sur les côtes anglaises. Interpréter cette déviation (un schéma clair est attendu).
- A5.** A l'ouest de la ville de Saint-Malo, on distingue sur la carte l'estuaire de la Rance où est implantée une usine marémotrice. Justifier ce choix d'implantation ; pourquoi ne pas avoir fait de même sur l'estuaire de la Seine, au niveau du Havre (Normandie, Seine-Maritime) ?



**Les 3/2 ne feront pas les questions B2 et B3 qui portent sur une partie du programme qu'on n'a pas encore fait.**

## B / CHAMP DE MAREE

*Les marées sont dues aux champs de gravitation au niveau de la Terre des différents astres du système solaire, principalement la Lune et le Soleil. On considérera que les astres ont une distribution de masse à symétrie sphérique.*

**B1.** Donner sans justification l'expression du champ de gravitation  $\vec{g}_A(M)$  créé par l'astre A, de masse  $m_A$  et de centre  $O$ , en un point  $M$  en dehors de l'astre. On pourra noter  $r = OM$  la distance entre  $O$  et  $M$  et  $\vec{e}_r$  un vecteur unitaire dirigé de  $O$  vers  $M$ .

*On cherche maintenant à établir cette expression.*

**B2.** Montrer par des considérations de symétrie que  $\vec{g}_A(M) = g_A(r)\vec{e}_r$ .

**B3.** Énoncer le théorème de Gauss dans le cadre de l'électromagnétisme, puis le transposer au cas de la gravitation. Utiliser ce résultat pour retrouver l'expression donnée au **B1**. Préciser quelle est la simplification dans l'expression du champ de gravitation en dehors de l'astre apportée par la symétrie sphérique de la distribution de masses.

*L'influence d'un astre sur les marées découle d'une petite différence entre la force de gravitation qu'il exerce et la force d'inertie dont il est responsable dans le référentiel géocentrique. On établit ici l'expression du champ de marée en prenant le Soleil comme exemple (dans les trois questions qui suivent, on ne considère que les forces de gravitation dues au soleil), mais le résultat est valable pour n'importe quel astre. Dans toute la suite, on considérera le référentiel héliocentrique ( $R_h$ ) comme galiléen.*

**B4.** Décrire le mouvement du référentiel géocentrique par rapport au référentiel héliocentrique et en déduire l'expression de la force d'inertie d'entraînement sur un point matériel  $M$  de masse  $m$  dans le référentiel géocentrique. On notera  $\vec{a}_{T/R_h}$  l'accélération de  $T$  (centre de la Terre) dans le référentiel héliocentrique.

**B5.** Établir que  $\vec{a}_{T/R_h} = \vec{g}_S(T)$ , où  $\vec{g}_S(T)$  est le champ de gravitation créé par le Soleil au centre de la terre  $T$ . La Terre sera supposée avoir une distribution de masse à symétrie sphérique, ce qui fait que la force de gravitation exercée par le Soleil sur la Terre est assimilable au produit de la masse de la terre par le champ de gravitation du Soleil en son centre.

**B6.** En déduire que la résultante de la force de gravitation et de la force d'inertie d'entraînement dans le référentiel géocentrique dues au Soleil sur un point matériel  $M$  de masse  $m$  s'écrit :

$$m\vec{C}_S(M) \quad \text{avec} \quad \vec{C}_S(M) = -Gm_S \left( \frac{\vec{SM}}{SM^3} - \frac{\vec{ST}}{ST^3} \right)$$

où  $S$  désigne le centre du Soleil,  $m_S$  sa masse, et  $G$  la constante de gravitation universelle.  $\vec{C}_S(M)$  est appelé *champ de marée* du Soleil au point  $M$ .

*Les marées sont essentiellement dues à l'influence de la Lune, celle du Soleil se traduisant par une plus ou moins grande amplitude (marées de vives eaux et de mortes eaux). Dans la suite on ne considère que l'influence de la Lune. Le résultat de la question **B6** est transposable à n'importe quel astre, l'expression du champ de marée dû à la Lune est donc ( $L$  désignant le centre de la Lune) :*

$$\vec{C}_L(M) = -Gm_L \left( \frac{\vec{LM}}{LM^3} - \frac{\vec{LT}}{LT^3} \right)$$

Sur le schéma de la figure 2 on indique quelques points particuliers à la surface de la Terre, relativement à la position de la Lune.

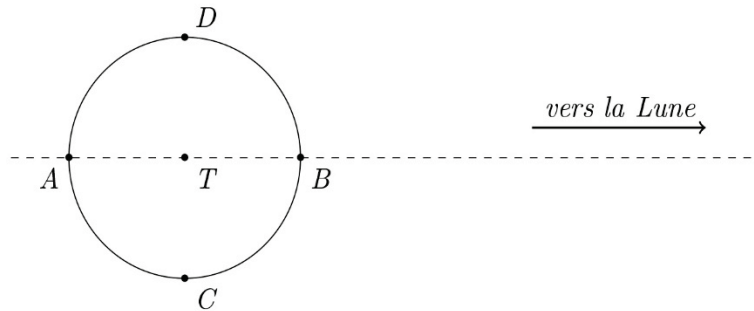


FIGURE 2

- B7.** Reprendre le dessin précédent et représenter en A, B, C et D la force gravitationnelle et la force d'inertie dues à la lune, ainsi que leur résultante (proportionnelle au champ de marée).
- B8.** Indiquer les points (parmi A, B, C et D) de marée haute et de marée basse. Dans quel plan sont situés tous les points de marée basse ?
- B9.** En utilisant la troisième loi de Kepler, donner un ordre de grandeur de la période de révolution de la Lune dans le référentiel géocentrique.
- B10.** Donner un ordre de grandeur de la période de rotation propre de la Terre. Conclure sur la périodicité (approximative) des marées.

On cherche à simplifier l'expression du champ de marée, en tenant compte du fait que, pour un point  $M$  à la surface de la terre,  $TM \ll TL$  et en effectuant un développement limité au premier ordre en  $\frac{TM}{TL}$ . On posera  $TM = r$  et  $TL = d_L$ , et on repérera la position de  $M$ , dans le plan contenant  $L$ ,  $T$  et  $M$ , en coordonnées polaires (voir la figure 3).

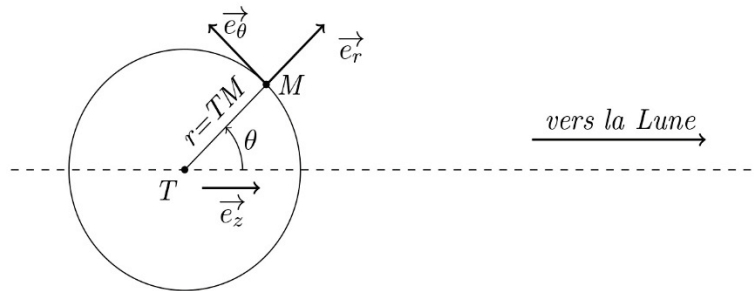


FIGURE 3

- B11.** Montrer que  $\vec{LM} = -d_L \vec{e}_z + r \vec{e}_r$ . En déduire que, au premier ordre en  $\frac{r}{d_L}$ , on a  $\frac{1}{LM^3} = \frac{1}{d_L^3} \left( 1 + \frac{3r \cos(\theta)}{d_L} \right)$ .
- B12.** En déduire que, toujours au premier ordre en  $\frac{r}{d_L}$  :

$$\vec{C}_L(M) = \frac{G m_L r}{d_L^3} (3 \cos(\theta) \vec{e}_z - \vec{e}_r)$$



En projetant  $\vec{e}_z$  sur la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ , on obtient finalement :

$$\vec{C}_L(M) = \frac{Gm_L R}{d_L^3} \left( (3\cos^2(\theta) - 1) \vec{e}_r - 3\sin(\theta)\cos(\theta)\vec{e}_\theta \right)$$

**B13.** Montrer que l'influence de la Lune sur les marées est de l'ordre de 2 fois plus importante que celle du soleil.

**B14.** Préciser les positions relatives de la Terre, de la Lune et du Soleil pour les marées de vives eaux (amplitude maximale, les effets de la Lune et du Soleil s'ajoutent) et pour les marées de mortes eaux (amplitude minimale, les effets de la Lune et du Soleil se compensent partiellement). Attention à bien indiquer deux configurations distinctes pour chaque cas. Indiquer le lien avec les phases de la Lune et donner un ordre de grandeur de la périodicité de l'alternance vives-eaux / mortes-eaux.

## C / AMPLITUDE DES MAREES OCEANIQUES

On considère dans cette partie un modèle simple : la Terre est entièrement recouverte d'eau. On obtient ainsi des résultats pertinents pour l'amplitude des marées en haute mer, mais qui n'expliquent pas les phénomènes observés près des côtes. On se place dans le cadre d'un modèle quasi-statique où la forme des océans à un instant donné obéit à la loi de l'hydrostatique ( $p$  désigne la pression et  $\vec{f}_v$  la résultante des forces volumiques) :

$$\vec{\text{grad}}(p) = \vec{f}_v$$

Dans toute cette partie on ne considère que l'influence de la Lune (et pas celle du Soleil). Le marnage, que l'on notera  $\Delta h$ , est la différence de hauteur d'eau entre la marée haute et la marée basse en un endroit donné.

**C1.** On commence par une approche dimensionnelle : on considère que, outre le facteur  $\frac{m_L}{d_L^3}$  mis en évidence précédemment, la masse de la Terre  $m_T$  et son rayon  $R_T$  interviennent sur le marnage et on pose :

$$\Delta h = \frac{m_L}{d_L^3} m_T^\alpha R_T^\beta$$

Déterminer les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  pour que  $\Delta h$  ait bien les dimensions d'une longueur et calculer numériquement la valeur de  $\Delta h$  qui en résulte.

**C2.** Que traduit la loi de l'hydrostatique ? Quelle est la dimension de ses termes ? Le terme  $\vec{f}_v$  traduit ici l'attraction gravitationnelle due à la Terre, celle due à la Lune ainsi que la force d'inertie d'entraînement dans le référentiel géocentrique due à la Lune. Donner l'expression de  $\vec{f}_v$  en utilisant, pour ce qui est des effets dus à la Lune, le résultat donné dans la partie B. On notera  $\mu$  la masse volumique de l'eau.

On pose  $\vec{f}_v = -\vec{\text{grad}}(V_T + V_L)$ , où  $V_T$  est l'énergie potentielle volumique associée à l'attraction gravitationnelle de la Terre et  $V_L$  l'énergie potentielle volumique associée aux effets dus à la Lune. On donne l'expression du gradient d'une fonction scalaire  $f$  en coordonnées sphériques :

$$\vec{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

**C3.** Etablir l'expression de  $V_T$ , en expliquant bien le choix de la constante.

On donne  $V_L = -\mu G \frac{m_L}{d_L^3} \frac{r^2}{2} (3\cos^2(\theta) - 1)$ . La pression atmosphérique est considérée uniforme à la surface de l'eau, et on néglige les phénomènes de tension superficielle.

**C4.** Montrer que dans ces conditions la surface de l'eau vérifie  $V_T + V_L = cste_1$ , et en déduire que, toujours à la surface de l'eau,  $\frac{m_T}{r} + \frac{m_L}{d_L^3} \frac{r^2}{2} (3\cos^2(\theta) - 1) = cste_2$

On détermine (en écrivant que, l'eau étant considérée comme incompressible, le volume des océans est le même avec et sans déformation) que la constante introduite précédemment vaut  $\frac{m_T}{R_T}$ .

**C5.** La déformation  $h$  étant petite par rapport à  $R_T$ , on pose  $r = R_T + h$  avec  $\frac{h}{R_T} \ll 1$ . En effectuant les développements limités au premier ordre en  $\frac{h}{R_T}$  adéquats, montrer que :

$$h \left( \frac{m_T}{R_T^2} - \frac{m_L R_T}{d_L^3} (3\cos^2(\theta) - 1) \right) \simeq \frac{m_L R_T^2}{2d_L^3} (3\cos^2(\theta) - 1)$$

Vérifier numériquement que  $\frac{m_L R_T}{d_L^3} \ll \frac{m_T}{R_T^2}$  et simplifier l'expression en conséquence. On utilisera cette expression dans les deux questions suivantes.

*Pour simplifier, on considère que la Lune reste dans le plan équatorial.*

**C6.** Où le marnage  $\Delta h$  est-il le plus important ? Que peut-on dire du marnage aux pôles ?

**C7.** Etablir l'expression du marnage à l'Equateur et faire l'application numérique.