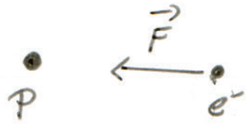
Physique : DS1

Partie A : De l'atome d'H aux galaxies (Centrale PC – 2018)

Q1) Soit $\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r}$



Q2) Or $dE_p = -\vec{F}\cdot d\vec{OM} \Rightarrow \boxed{E_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}} + \underbrace{cste}_{=0}$ avec $\lim\limits_{r\to\infty} E_p = 0$

Q3) Soit $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{OM}\wedge\vec{F} = \vec{0}$.

$\Rightarrow \vec{L} = \vec{OM}\wedge m\vec{v} = \vec{cste}$

$\Rightarrow$ $\vec{v}$ et $\vec{OM}$ $\in$ au m̂ plan qui est toujours orthogonal à $\vec{L}$

$\Rightarrow$ <u>Le mouvement est plan</u>

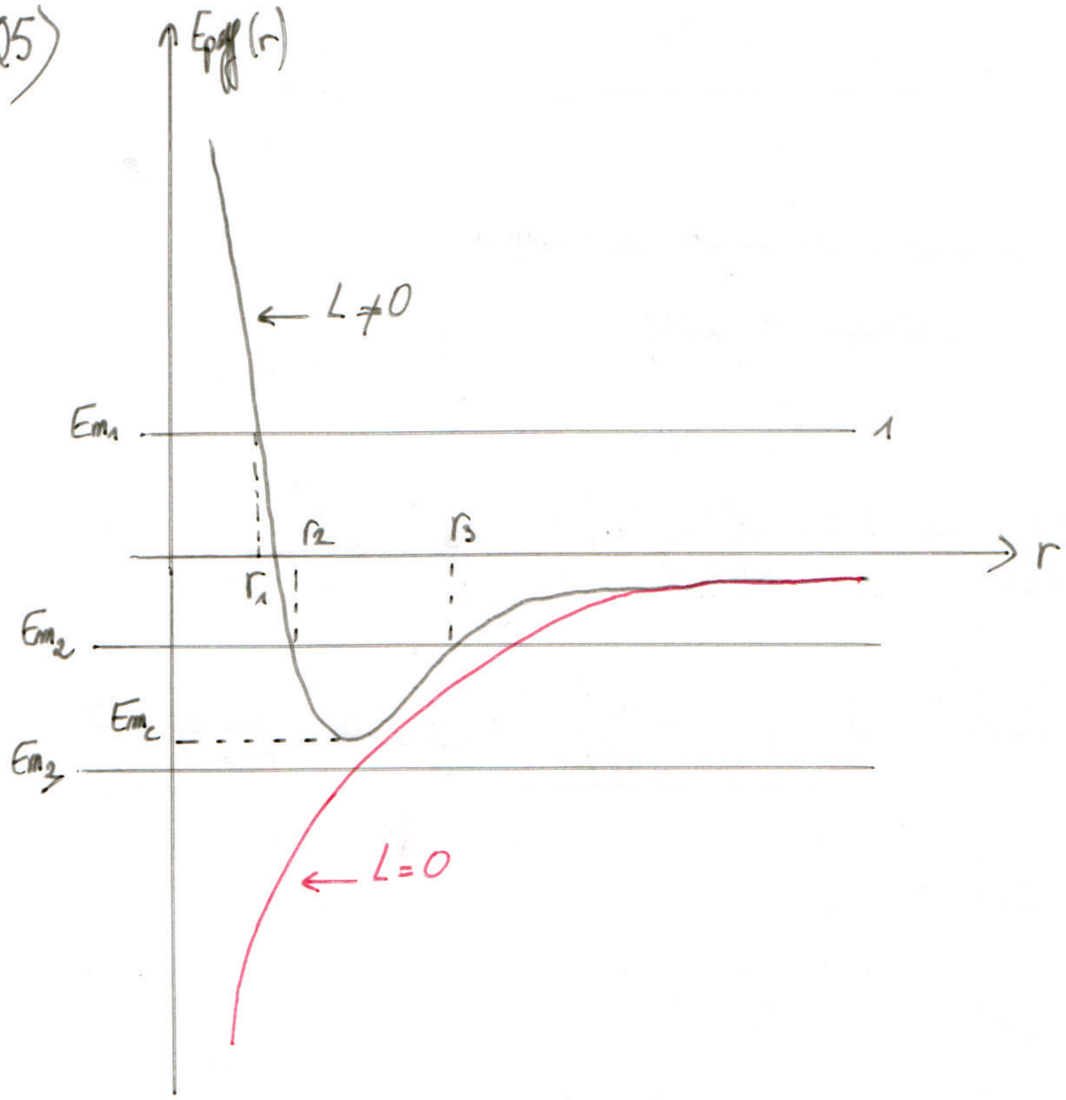
Q4) Soit $E_m = \frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{2}m_e\left(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2\right) - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

or $\|\vec{L}\| = m_e r^2\dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{\|\vec{L}\|}{m_e r^2} = \frac{L}{m_e r^2}$

d'où $E_m = \frac{1}{2}m_e\dot{r}^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{r^2}{2}\cdot\frac{L^2}{m_e r^4}$

$\boxed{\to E_m = \frac{1}{2}m_e\dot{r}^2 + E_{p,eff}(r) \text{ où } E_{p,eff}(r) = \frac{L^2}{2m_e r^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}}$

Q5)



1er cas : $L \neq 0$

- Si $E_m = Em_1$, $r \geq r_1$: état libre (hyperbole)
- Si $E_m = Em_2$, $r_2 \leq r \leq r_3$: état lié (ellipse)
- Si $E_m = 0$, parabole.
- Si $E_m = Em_3$, états impossibles.

2ème cas : $L = 0$

- Si $E_m > 0$: états impossibles
- Si $E_m < 0$: états libres

Q6) Pour avoir une trajectoire circulaire : . $L \neq 0$

. $E_m = E_{m_0} = E_{p\,eff,\,min}$

• Soit $\dfrac{dE_{p\,eff}}{dr} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{L^2}{\cancel{2}m_e}\cdot\left(-\frac{\cancel{2}}{r^3}\right) + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{L^2}{m_e r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \Leftrightarrow \boxed{r = \frac{4\pi\varepsilon_0 L^2}{m_e e^2}} \quad (1)$$

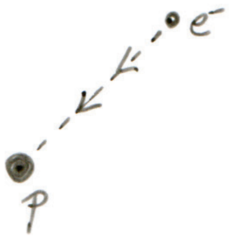
• Et $E_m = \dfrac{1}{2} m_e \dfrac{L^2}{m_e^2 r^2} - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ car $\dot{r} = 0$

$$= \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{m_e e^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2} \Rightarrow \boxed{E_m = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2 L^2}} \quad (2)$$

Q7) Si $L = 0 \Rightarrow \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v}$ colinéaires

$\Rightarrow$ trajectoire rectiligne



Q8) Soit : $L = mvr = n\hbar$

$$(1) \Rightarrow r = \frac{4\pi\varepsilon_0 (n\hbar)^2}{m_e e^2}$$

$$\boxed{\Rightarrow r = n^2 a_0 \text{ où } a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e \cdot e^2} = 52{,}9\ \text{pm}}$$

Q9) $(2) \Rightarrow E_m = -\dfrac{m_e \cdot e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2 (n\hbar)^2}$

$$\boxed{\Rightarrow E_m = \frac{E_0}{n^2} \text{ où } E_0 = -\frac{m_e \cdot e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} = -13{,}6\ \text{eV}}$$

Q10) Soit $\begin{cases} \langle E_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T \\ E_i = - E_0 \end{cases}$ (On tient compte des 3 degrés de liberté de translation)

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{2}{3} \frac{|E_0|}{k_B}} \simeq \underline{10^5 K}$$

Q11) Soit $|E_n - E_0| = E_0 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

Pour $\begin{cases} n = 2 \text{ on a } |E_2 - E_1| = 10{,}2 eV & \text{cas } 1 \\ n \to \infty \text{ on a } |E_n - E_1| = 13{,}6 eV & \text{cas } 2 \end{cases}$

d'où : $\begin{cases} \lambda_1 = hc \cdot \dfrac{1}{|E_2 - E_1|} = 1{,}22.10^{-7} m \\ \lambda_2 = hc \cdot \dfrac{1}{|E_n - E_1|} = 9{,}13.10^{-8} m \end{cases}$

Partie B : Millénium Bridge (Mines-Ponts PC 2016)

I) Oscillateur simple

1°) PFD : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha\dot{x}\,\vec{u}_x - mg\,\vec{u}_x - k(l-l_0)\,\vec{u}_x$

Sur $\vec{u}_x$: $m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} - mg - k(x-l_0)$ car $l = OG = x(t)$.

$\Leftrightarrow \ddot{x} + \dfrac{\alpha}{m}\dot{x} + \dfrac{k}{m}(x-l_0) = -g.$

Notons $\tilde{x} = x_{eq}$ d'où $\dfrac{k}{m}(\tilde{x}-l_0) = -g \Rightarrow \ddot{x} + \dfrac{\alpha}{m}\dot{x} + \dfrac{k}{m}(x-\tilde{x}) = 0$

Si $X = x - \tilde{x}$ alors : $\boxed{\ddot{X} + 2\xi\omega_0\dot{X} + \omega_0^2X = 0}$ (1)

où $\begin{cases} \boxed{\omega_0^2 = k/m} \\ 2\xi\omega_0 = \dfrac{\alpha}{m} \Leftrightarrow \xi = \dfrac{\alpha}{2m\omega_0} = \dfrac{\alpha}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}} \Leftrightarrow \boxed{\xi = \dfrac{\alpha}{2\sqrt{mk}}} \end{cases}$

- ω_0 est la pulsation propre, c'est la pulsation naturelle de l'oscillateur en l'absence d'amortissement
- ξ est le facteur d'amortissement, il croît proportionnellement à α.

2°) 1er cas $\xi = 0$

Dans ce cas (1) s'écrit $\ddot{X} + \omega_0^2X = 0 \Rightarrow X = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

Or $\begin{cases} X(0) = X_0 = A \\ \dot{X}(0) = V_0 = B\omega_0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{X = X_0\cos(\omega_0 t) + \dfrac{V_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$

2ème cas : $0 < \xi < 1$

Dans ce cas le polynôme caractéristique s'écrit : $r^2 + 2\xi\omega_0 r + \omega_0^2 = 0$

t.q $\Delta = 4\xi^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2 = 4\omega_0^2(\xi^2-1) < 0$

Les solutions sont du type : $X = \left[A\cos(\omega_a t) + B\sin(\omega_a t)\right]e^{-\xi\omega_0 t}$ où $\omega_a = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$

Or $\begin{cases} X(0) = X_0 = A \\ \dot{X}(0) = V_0 = -\xi\omega_0 A + B\omega_a . \end{cases}$

car $\dot{X} = -\xi\omega_0\left[A\cos(\omega_a t) + B\sin(\omega_a t)\right]e^{-\xi\omega_0 t} + \omega_a\left[-A\sin(\omega_a t) + B\cos(\omega_a t)\right]e^{-\xi\omega_0 t}$

Donc $V_0 = -\xi\omega_0 X_0 + B\omega_a$

$\Leftrightarrow B = \dfrac{V_0 + \xi\omega_0 X_0}{\omega_a}$

Donc $\boxed{X(t) = \left(X_0\cos(\omega_a t) + \dfrac{1}{\omega_a}(V_0 + \xi\omega_0 X_0)\sin\omega_a t\right)e^{-\xi\omega_0 t}}$

On observe des pseudo-oscillations.

- L'ajout d'une force due au vent revient à changer α en $\alpha - \beta$ car $\vec{F_v} = +\beta\dot{x}\,\vec{u_x}$

$$\Rightarrow \xi = \frac{\alpha - \beta}{2m\omega_0}$$

- Si $\beta > \alpha$, l'oscillateur devient instable. Sous l'effet du vent, l'oscillateur peut se mettre à osciller spontanément.

3°). ① s'écrit avec l'ajout de cette force $\vec{F} = \vec{F_0} + \vec{F_1}\cos(\omega t)$

$$\ddot{X} + 2\xi\omega_0\dot{X} + \omega_0^2 X = -\frac{F_0}{m} - \frac{F_1}{m}\cos(\omega t)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{X} + 2\xi\omega_0\dot{X} + \omega_0^2\left[X + \frac{F_0}{m\omega_0^2}\right] = -\frac{F_1}{m}\cos(\omega t)$$

or $Y = X + \dfrac{F_0}{m\omega_0^2} \Rightarrow \ddot{Y} + 2\xi\omega_0\dot{Y} + \omega_0^2 Y = -\dfrac{F_1}{m}\cos(\omega t)$

- On pose $\underline{Y} = Y_m e^{i\omega t}$ et $\underline{F_1} = F_{1m}e^{i(\omega t)}$

$$\Rightarrow \underline{Y}\left(-\omega^2 + 2\xi\omega_0(i\omega) + \omega_0^2\right) = -\frac{\underline{F_1}}{m} = -\underline{\epsilon}$$

D'où $\underline{Y} = \dfrac{-\underline{\epsilon}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i(2\xi\omega_0\omega)} = \dfrac{-\underline{\epsilon}/\omega_0^2}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + i\left(\dfrac{2\xi\omega}{\omega_0}\right)}$

Donc $\boxed{\underline{H} = \dfrac{1/\omega_0^2}{1-\Omega^2+2i\xi\Omega}}$

4°) Une résonance se produit si $|\underline{H}|$ présente un maximum au voisinage d'une pulsation propre de l'oscillateur.

Soit $|\underline{H}| = \dfrac{1/\omega_0^2}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+4\Omega^2\xi^2}}$

t.q $\dfrac{dH}{d\Omega} = 0 \Leftrightarrow -4\Omega(1-\Omega^2)+8\Omega\xi^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Omega = 0 \text{ (cas non intéressant car minimum)} \\ (1-\Omega^2) = 2\xi^2 \end{cases}$

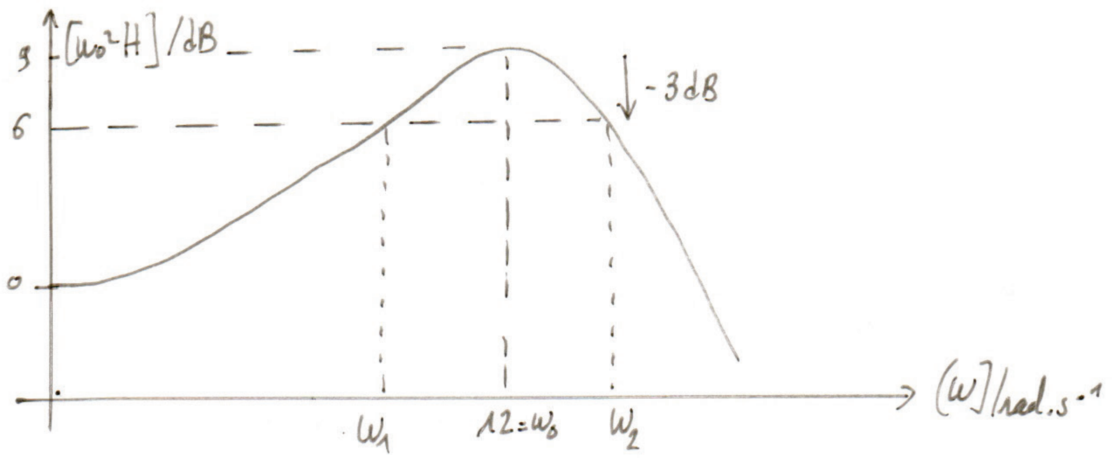
D'où $\Omega^2 = 1-2\xi^2 \rightarrow \boxed{\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2\xi^2}}$

A la résonance : $|\underline{H}(\omega_r)| = \dfrac{1/\omega_0^2}{\sqrt{4\xi^4+(1-2\xi^2).4.\xi^2}}$

$\Leftrightarrow |\underline{H}(\omega_r)| = \dfrac{1/\omega_0^2}{\sqrt{4\xi^2-\underbrace{4\xi^4}_{\ll 4\xi^2}}}$

Vu que $\xi^2 \ll 1 \Rightarrow \boxed{|\underline{H}(\omega_r)| = \dfrac{1}{2\omega_0^2\xi}}$

5°)



. Pour $\xi^2 \ll 1$ on a $\omega_r = \omega_0 \simeq 12 \text{ rad.s}^{-1}$

. Or on sait que la bande passante est t.q : $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0} = \dfrac{1}{Q} = 2\xi$

Avec $\Delta\omega = 14,2 - 9,5 = 4,7 \text{ rad.s}^{-1}$

$$\Rightarrow \boxed{\xi = \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}} = \frac{4,7}{2 \times 12} = \underline{\underline{0,2}}$$

6°) Il est important de connaître les fréquences de résonance d'une structure pour éviter qu'elle ne soit excitée à leur voisinage. Exciter sur une résonance un pont ou une tour peuvent être détruites : <u>pont de Tacoma à Washington</u>

7°) On peut fixer sur la structure des accéléromètres.

Partie C : Les marées (E3A – PC – 2015)

A.1) . Les marées importantes sont dans les baies "normandes" et celles du Pays de Galles :

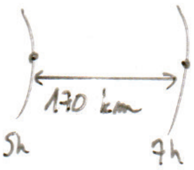
- Saint-Malo (~ 10-11 m)
- Saint-Hélier (9,8 m)
- Mont Saint Michel (~ 10 m)
- Avonmouth (12,3 m)

A.2) . L'onde de marée arrive de l'ouest et est amplifiée dans ces baies.

. Si on tient compte du mouvement de rotation de la terre uniquement, l'onde de marée resterait sur place dans le référentiel terrestre : il faut donc chercher une autre explication

A.3) . Il y a à peu près 2 marées par jour $\Rightarrow$ $T \simeq 12\,h$

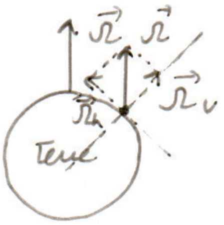
. Entre Saint-Malo et Brest $d = 200\,km$. On prend deux points différents sur les cotidales



$\Rightarrow v = \dfrac{170.10^3}{2 \times 60 \times 60} \simeq 24\,m/s$ ou $85\,km/h$

Par définition : $\lambda = vT = 1{,}04\;10^6\,m = 1{,}0.10^3\,km = \lambda$

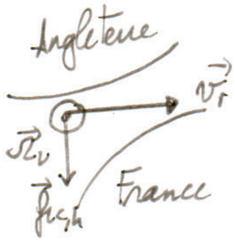
A.4) Dans l'hémisphère nord la force de Coriolis dévie les masses d'eau en courant vers la droite. En effet,



$\vec{f}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$

où $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_h + \vec{\Omega}_v$

Dans le plan terrestre $\vec{f}_{ic,h} = -2m\vec{\Omega}_v \wedge \vec{v}_r$

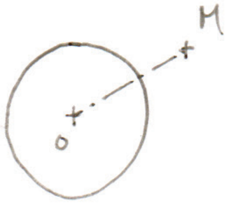


Ainsi la force de Coriolis est dirigée vers les côtes françaises d'où un marnage plus important en france.

A.5) Les marées de Saint-Malo sont de 11m alors que celle de l'estuaire du Havre sont de 7m. La récupération d'énergie marémotrice sera plus efficace à "La Rance".

B.1) Pour un astre de masse m_A : $\boxed{\vec{g_A} = -\frac{G m_A}{r^2}\vec{e_r}}$

B.2)



. Tout plan contenant (OM) est plan de symétrie : $\vec{g_A}(M) = g_A \vec{e_r}$

. Invariance par rotation autour de (OM) : $g_A(M) = g_A(r)$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{g_A}(M) = g_A(r)\vec{e_r}}$$

B.3) Théorème de Gauss : $\oiint \vec{E_A}(M).\vec{dS} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \oiint \vec{g_A}(M).\vec{dS} = -4\pi G m_{int}$

En l'appliquant à l'extérieur de l'astre en un point M t.q OM = r on obtient :

$$g_A(M).\, 4\pi r^2 = -4\pi G m_{int}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{g_A}(M) = -\frac{G m_A}{r^2}\vec{e_r}}$$

B.4) Le référentiel géocentrique est en translation circulaire par rapport au référentiel héliocentrique d'où :

$$\boxed{\begin{cases} \vec{f_{ic}} = \vec{0} \\ \vec{f_{ie}} = -m\vec{a}(T)\Big|_{R_h} = -m\vec{a}_{T/R_h}. \end{cases}}$$

B.5) PFD appliqué en T dans R_h :

$$m_T \vec{a}_{T/R_h} = m_T \cdot \vec{g_s}(T)$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{a}_{T/R_h} = \vec{g_s}(T)}$$

B.6) Soit un pt M dans Rgéo t.q : $\vec{F} = m\vec{g_s}(M) + \vec{f_{ie}}$

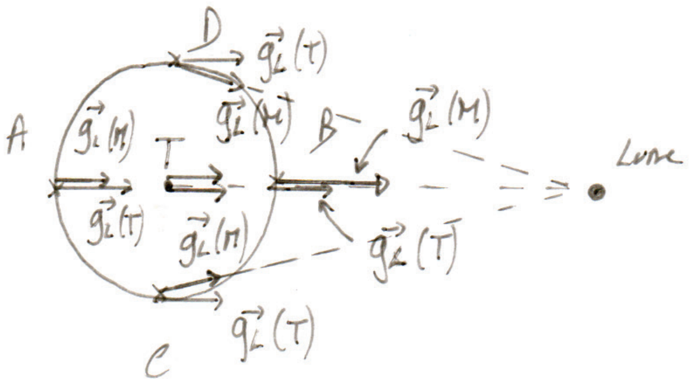
$$= m\vec{g_s}(M) - m\vec{g_s}(T)$$

$$= m\left[\vec{g_s}(M) - \vec{g_s}(T)\right]$$

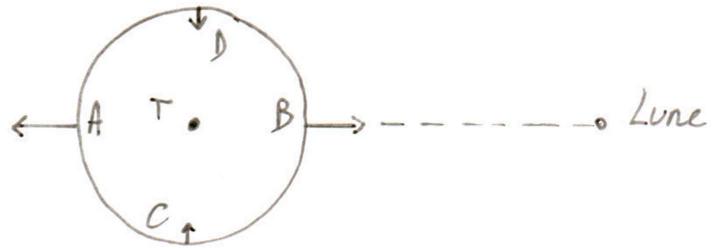
$$= m\left[-\frac{Gm_s}{SM^2}\vec{u}_{SM} - \left(-\frac{Gm_s}{ST^2}\right)\vec{u}_{ST}\right]$$

Donc $\boxed{\vec{F} = m\vec{C_s}(M) \text{ où } \vec{C_s}(M) = Gm_s\left(\frac{\vec{SM}}{SM^3} - \frac{\vec{ST}}{ST^3}\right)}$

B.7)



D'où les résultantes :



$\begin{cases} \text{En A et B : marées hautes} \\ \text{En C et D : — basses} \end{cases}$ $\Rightarrow$ des points de marée basse sont dans un plan perpendiculaire à l'axe TL.

B.9) 3ème Loi de Kepler : $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_T}}$

$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d_L^3}{GM_T}}} = \underline{27 \text{ jours}}$

B.10) • Par connaissance : $T_{propre} = 1 \text{ jour} \Rightarrow T_{Lune} \gg T_{terre}$

On peut ainsi considérer que la lune bouge pas dans un premier temps $\Rightarrow T_{marée} = \frac{T_{terre}}{2} = 12h$.

• Sinon composition des vecteurs "rotation" : $\Omega_{R_{Lune}/R_g} = \Omega_{R_{Lune}/R_T} + \Omega_{R_T/R_g}$

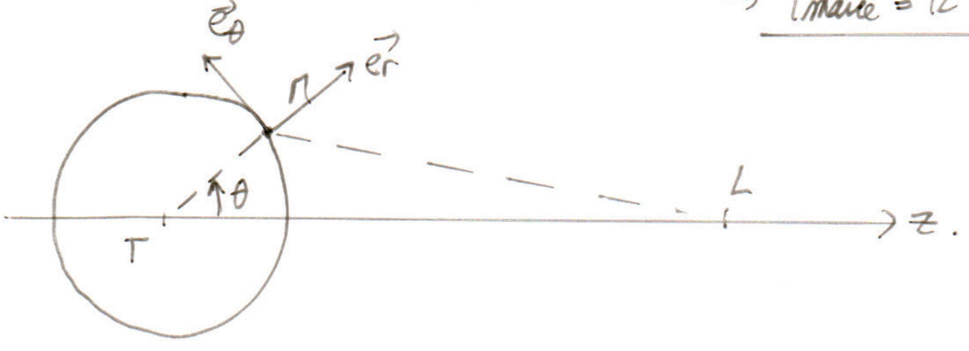
$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{T_{Lune}} = \frac{2\pi}{T_a} + \frac{2\pi}{T_T}$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{T_a} = \frac{1}{T_{Lune}} - \frac{1}{T_{Terre}}}$

$\Rightarrow T_a = 25^h$

$\Rightarrow \boxed{T_{marée} = 12^h30}$

B.11)



Soit $\boxed{\vec{LM} = \vec{LT} + \vec{TM} = -d_L\vec{e_z} + r\vec{e_r}}$

Calculons LM^2 : $LM^2 = \vec{LM}\cdot\vec{LM} = d_L^2 + r^2 - 2rd_L\, \vec{e_z}\cdot\vec{e_r}$
$= d_L^2 + r^2 - 2rd_L\cos\theta$.

Donc $\frac{1}{LM^3} = \left(d_L^2 + r^2 - 2rd_L\cos\theta\right)^{-3/2}$
$= d_L^{-3}\left(1 + \cancel{\left(\frac{r}{d_L}\right)^2} - 2\frac{r}{d_L}\cos\theta\right)^{-3/2}$ car $\left(\frac{r}{d_L}\right)^2 \ll \frac{r}{d_L}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{LM^3} \overset{D.L}{=} \frac{1}{d_L^3}\left(1 + 3\frac{r}{d_L}\cos\theta\right)}$

B.12) Or $\vec{C_L}(M) = -Gm_L\left(\frac{\vec{LM}}{LM^3} - \frac{\vec{LT}}{LT^3}\right)$

$= -Gm_L\left(\frac{-d_L\vec{e_z} + r\vec{e_r}}{d_L^3}\left(1 + \frac{3r}{d_L}\cos\theta\right) - \frac{-d_L\vec{e_z}}{d_L^3}\right)$

$= -Gm_L\left(\frac{r}{d_L^3}\vec{e_r}\left(1 + \underbrace{\cancel{\frac{3r}{d_L}\cos\theta}}_{\text{ordre 2}}\right) - \frac{d_L}{d_L^3}\vec{e_z}\left(\frac{3r}{d_L}\cos\theta\right)\right)$

$= -Gm_L\left[\frac{r}{d_L^3}\vec{e_r} - \frac{3r}{d_L^3}\cos\theta\,\vec{e_z}\right]$

$\Rightarrow \boxed{\vec{C_L}(M) = \frac{Gm_L r}{d_L^3}\left[3\cos\theta\,\vec{e_z} - \vec{e_r}\right]}$

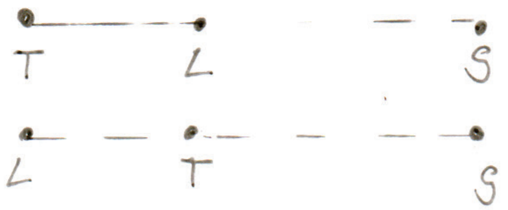
B.13) Il faut comparer le terme en $\frac{Gm_L}{d_L^3}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\text{terme Lune}}{\text{terme soleil}} = \frac{m_L}{m_S}\cdot\left(\frac{d_S}{d_L}\right)^3 = 2{,}2}$ l'effet de la lune est 2 fois plus important que celui du soleil.

B.14) • <u>Vives eaux</u> :

Nouvelle Lune

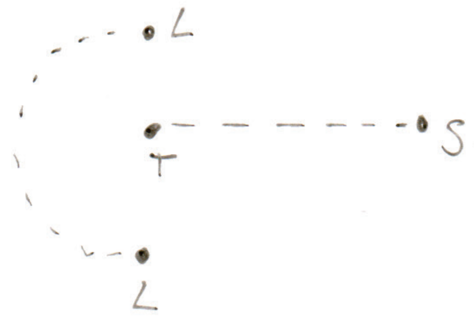
Pleine Lune



• <u>Mortes eaux</u>

Premier quartier

Dernier quartier



• Si on s'intéresse seulement à $T_{lune} = 27_j \Rightarrow T_{vives\,eaux} = T_{mortes\,eaux}$
$= 13{,}5$ jours.

Sinon $T_a' = \dfrac{T_{rotation/T} - T_{lune}}{T_{rotation/T} \cdot T_{lune}} = 29{,}2$ jours

$\Longrightarrow \underline{\underline{T_{ve} = T_{me} \simeq 14{,}6\,\text{jours}}}$

C.1) <u>Enoncé</u> : $\Delta h = \dfrac{m_L}{d_L^3} m_T^{\alpha} \cdot R_T^{\beta}$

$\Rightarrow L = ML^{-3} M^{\alpha} L^{\beta}$ d'où $\begin{cases} 1 = \beta - 3 \\ 0 = 1 + \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 4 \\ \alpha = -1 \end{cases}$

d'où $\boxed{\Delta h = \dfrac{m_L}{d_L^3} m_T^{-1} R_T^4} = \underline{0{,}4\,m}$

C.2) • La loi de l'hydrostatique traduit l'équilibre d'une particule de fluide.

• Soit $\overrightarrow{grad}\,p = \vec{f_v}$

$\underline{Pa.m^{-1}}$ $\underline{N.m^{-3}}$

La particule de fluide est soumise à son poids et au terme de marées :

$$\vec{f_v}.d\mathcal{C} = -\frac{G m_T . dm}{r^2}\vec{e_r} + dm\,\vec{C_L}(T)$$

$$\Rightarrow \vec{f_v} = -\frac{\mu G m_T}{r^2}\vec{e_r} + \mu\vec{C_L}(T)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{f_v} = -\mu G\left[\frac{m_T}{r^2}\vec{e_r} + \frac{m_L r}{d_L^3}\left[(3\cos^2\theta - 1)\vec{e_r} - 3\sin\theta\cos\theta\,\vec{e_\theta}\right]\right]}$$

C.3) Soit $\vec{f_v} = -\overrightarrow{grad}(V_T + V_L)$ d'où : $-\mu G\frac{m_T}{r^2} = -\frac{\partial V_T}{\partial r} \Rightarrow V_T = -\mu G\frac{m_T}{r} + cste$

Or par convention $\lim_{r\to\infty} V_T = 0 \quad \Rightarrow \boxed{V_T = -\frac{\mu G m_T}{r}}$

C.4). Soit $\overrightarrow{grad}\,p = -\overrightarrow{grad}(V_T + V_L) \Leftrightarrow \overrightarrow{grad}(p + V_T + V_L) = 0$

$$\Rightarrow p + V_T + V_L = cste$$

A la surface de l'eau $p = cste \Rightarrow \boxed{V_T + V_L = cste_1}$

• Or $\vec{f_v} = -\overrightarrow{grad}(V_T + V_L)$ d'où $V_T + V_L = -\mu\frac{G m_T}{r} - \mu\frac{G m_L r^2}{2 d_L^3}(3\cos^2\theta - 1) = cste\,1$

On divise par $-\mu G$: $\boxed{\frac{m_T}{r} + \frac{m_L r^2}{2 d_L^3}(3\cos^2\theta - 1) = cste_1/(-\mu G) = cste\,2} = m_T/R_T$ (énoncé)

C.5) Soit $r = R_T + h$ d'où : $\frac{m_T}{R_T} = \frac{m_T}{R_T + h} + \frac{m_L}{d_L^3}\frac{(R_T + h)^2}{2}(3\cos^2\theta - 1)$

$$\Leftrightarrow \cancel{\frac{m_T}{R_T}} = \frac{m_T}{R_T}\left(\cancel{1} - \frac{h}{R_T}\right) + \frac{m_L}{2 d_L^3}(R_T^2 + 2hR_T)(3\cos^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{h\left(\frac{m_T}{R_T^2} - \frac{m_L}{d_L^3}R_T(3\cos^2\theta - 1)\right) = \frac{m_L}{2 d_L^3}R_T^2(3\cos^2\theta - 1)}$$

A.N : $\frac{m_T/R_T^2}{m_L R_T/d_L^3} = 1{,}7.10^7$ d'où $m_T/R_T^2 \gg m_L R_T/d_L^3$

$$\Rightarrow \boxed{h\,m_T/R_T^2 = \frac{m_L}{2 d_L^3}R_T^2(3\cos^2\theta - 1)}$$

C.6) Le marnage est maximal pour $\theta = 0$ ou π càd <u>à l'équateur</u>. Par contre aux pôles le marnage <u>est "négatif" et moitié moindre</u>.

C.7) A l'équateur : $h_E = \frac{m_L R_T^4}{m_T d_L^3} \sim \underline{\underline{0{,}4\,m}}$. C'est faible il faut tenir compte des reliefs géographiques.