Physique : DM6

Son et Audition (Centrale PC – 2015)

I Ondes acoustiques et oreille externe

I.A.1)

Approximation acoustique : – les perturbations sont faibles devant les grandeurs d'équilibre : $p \ll p_0$ et $\rho \ll \rho_0$

– $v \ll c$

I.A.2) . Equation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0$$

. Euler : $\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}\, p$

. Isentropie : $\chi_S = \frac{1}{\rho} \cdot \left.\frac{\partial \rho}{\partial p}\right|_S$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = 0 & (1') \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}\, p & (2') \\ \chi_S = \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p} & (3') \end{cases}$$

Equation acoustique sur p ?

(2') s'écrit : $\rho_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{div} \vec{v}) = -\Delta p \overset{(1')}{\Rightarrow} \rho_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left[-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial t}\right] = -\Delta p$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = +\Delta p$. or (3') s'écrit : $d\rho = \rho_0 \chi_S dp$.

d'où : $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \rho_0 \chi_S = \Delta p$.

Avec $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_S}}$ on obtient : $\boxed{\Delta p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}}$

I.A.3) On a $PV^\gamma = \text{cste} \Leftrightarrow P.\rho^{-\gamma} = \text{cste} \Rightarrow \frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$

$\Rightarrow \frac{d\rho}{dp} = -\frac{\rho}{\gamma p}$

$\sim -\rho_0/\gamma p_0$ donc $\chi_S = \frac{1}{\gamma p_0}$

De plus $PV = nRT \Rightarrow \rho_0 = \dfrac{M p_0}{RT}$

$$\text{d'où } c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{M p_0}{RT} \cdot \dfrac{1}{\gamma p_0}}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}} = 342\,ms^{-1}$$

I.A.4) Pour l'eau $M_{eau} \sim M_{air}$ mais $\underline{\underline{\chi_s(\text{eau}) \ll \chi_s(\text{air})}}$ d'où $c_{eau} > c_{air}$

I.A.5) On a $\begin{cases} \lambda_{eau}(1\,kHz) = 1{,}5\,m. \\ \lambda_{air}(1\,kHz) = 30\,cm. \end{cases}$ $\Rightarrow$ la source peut-être localisée dans l'air par la différence des ondes reçues par les 2 oreilles.

Dans l'eau la distance séparant les oreilles est très faible devant λ et le son est donc quasi-identique.

I.A.6) . C'est la conservation de l'énergie analogue au théorème de Poynting

$$\cdot \; \frac{\partial}{\partial t}\Big[\underbrace{\tfrac{1}{2}\rho_0 v^2}_{e_c} + \underbrace{\tfrac{1}{2}\chi_s p^2}_{e_p}\Big] + \operatorname{div}(\underbrace{p\vec{v}}_{\vec{\Pi}_{sonore}}) = 0$$

. Le flux de $p\vec{v}$ à travers S représente la puissance acoustique (ou intensité acoustique).

. L'équation de poynting dans le vide. $\boxed{\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \dfrac{B^2}{2\mu_0}\right) + \operatorname{div}\left(\dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}\right) = 0}$

I.B.1) Soit $\begin{cases} \rho_0 \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}\vec{u}_x \\ \text{et } \tau = t - x/c \end{cases}$ d'où $\rho_0 \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} = +\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial p}{\partial \tau}\vec{u}_x$

donc $\rho_0 c \vec{v} = p\vec{u}_x + \cancel{cste}$

$$\text{d'où } \boxed{Z = \frac{p}{v} = \rho_0 c}$$

Donc $\boxed{\begin{cases} Z_{air} = 408\,Pa.s.m^{-1} \\ Z_{eau} = 1{,}5\,10^6\,Pa.s.m^{-1} \end{cases}}$

I.B.2) On a : $I = \langle \|\vec{\Pi}_{sonore}\| \rangle \Leftrightarrow I = \langle \|p\vec{v}\| \rangle = \left\langle \dfrac{p^2}{Z} \right\rangle$

$$\Leftrightarrow I = \frac{1}{2}\,p_0^2/Z \Leftrightarrow \boxed{I = \frac{1}{2}\,p_0^2/\rho_0 c}$$

I.B.3) Soit $v = \frac{\partial u}{\partial t} \Rightarrow \underline{v} = j\omega \underline{u}$ d'où $u_0 = \frac{v_0}{\omega}$

$$\Leftrightarrow u_0 = \frac{p_0}{Z\omega}$$

or $p_0 = \sqrt{2\rho_0 c I}$

donc $u_0 = \frac{\sqrt{2\rho_0 c I}}{Z\omega}$

$$\Leftrightarrow \boxed{u_0 = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{2I}{\rho_0 c}}}$$

À 440 Hz { le seuil d'audition est $I = 10^{-12}\,\mathrm{W\,m^{-2}} \Rightarrow u_0 = 25\,\mathrm{pm}$.
le seuil de douleur est $I = 1\,\mathrm{W\,m^{-2}} \Rightarrow u_0 = 25\,\mu\mathrm{m}$.

I.C.1) Dans un cornet acoustique, la surface a une forme telle que les réflexions multiples sur les parois renvoient vers l'axe une bonne partie de l'énergie incidente, ce que l'on retrouve sur le pavillon de l'oreille.

I.C.2) . Impédance nulle $\Rightarrow p = 0$ donc extrémité ouverte.
. Impédance infinie $\Rightarrow v = 0$ — " fermée, orthogonale à $\vec{v}$.

On obtiendra une <u>onde stationnaire</u>.

I.C.3) Le son sera amplifié lorsqu'il y aura résonance dans le cas d'un tube ouvert-fermé.
d'où $\cos(kL) = 0$

$$\Leftrightarrow kL = n\pi + \pi/2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{L = (2n+1)\,\lambda/4} \Rightarrow f = (2n+1)\frac{c}{4L} \Rightarrow \boxed{f = \{2{,}8 - 8{,}4 - 14 - 19{,}6\ \mathrm{kHz}\}}$$

Sur le document 4 on a un maximum de sensibilité vers 3 kHz qui correspond à la valeur de 2,8 kHz : 1er mode propre.

I.D.1) Il faut d'abord déterminer les fréquences des notes considérées, en utilisant le fait que deux sons séparés d'un ton ont des fréquences dans le rapport 8/9 et d'un demi-ton des fréquences dans le rapport $\sqrt{8/9}$ (document 3)

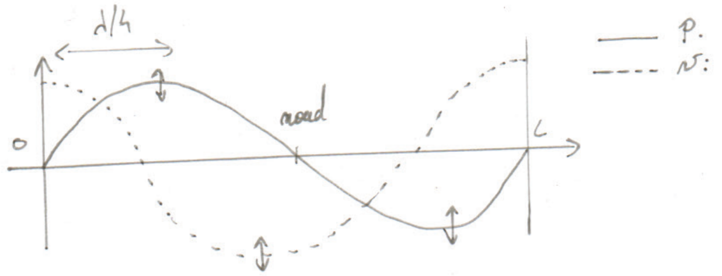
$$\Rightarrow f_{mi} = \sqrt{\frac{8}{9}}\, f_{fa} \;/\; f_{fa} = \sqrt{\frac{8}{9}}\, f_{fa\#} \;/\; f_{fa\#} = \sqrt{\frac{8}{9}}\, f_{sol} \;/\; f_{sol} = \sqrt{\frac{8}{9}}\, f_{sol\#} \;/\; f_{sol\#} = \sqrt{\frac{8}{9}}\, f_{la}$$

et $f_{la} = \sqrt{8/9}\, f_{sib}$.

Pour $f = 115{,}2\,Hz$ on a $\lambda = c/f = 2{,}95\,m$ d'où $\lambda = L$ (document 3)

Position	1	2	3	4	5	6	7
Note	si_b	la	la_b	sol	sol_b	fa	mi
f (Hz)	115,2	108,6	102,4	96,54	91,02	85,82	80,91
λ (m)	2,95	3,13	3,32	3,52	3,74	3,96	4,20
L (m)	2,950	3,126	3,32	3,52	3,74	3,96	4,174

I.D.2)



I.D.3) On a trois octaves et une quinte d'où $\alpha = 2^3 \times \frac{3}{2} = 12$

or $f_0 = 80{,}91\,Hz$

$\Rightarrow \boxed{f_{max} = 12 f_0} = \underline{970{,}9\,Hz}$

I.D.4) Le trombone produit une intensité d'au moins 85 dB à 20 cm du pavillon. Vu que l'on a affaire à un orchestre on peut estimer le bruit à 100 dB, il faudra donc l'atténuer mais les musiciens doivent continuer à écouter les m̂ sons donc une réponse plate est préférable.

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{bouchon type D (ou C)}}$

II Le rôle de l'oreille moyenne

II.A.1) - Continuité de la surpression
- Continuité de la vitesse acoustique (normale)

II.A.2) Soit $\begin{cases} p_i(0,t) + p_r(0,t) = p_t(0,t) \\ v_i(0,t) + v_r(0,t) = v_t(0,t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + r = t \\ \dfrac{p_i(0,t) - p_r(0,t)}{Z_1} = \dfrac{p_t(0,t)}{Z_2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 - r = \dfrac{Z_1}{Z_2} t$

Donc $\boxed{r = \dfrac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \text{ et } t = \dfrac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2}}$

II.A.3) Soit $R = \left|\frac{p_r v_r}{p_i v_i}\right| = \frac{p_r^2}{p_i^2} = \boxed{\left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2 = R}$

et $T = \left|\frac{p_t v_t}{p_i v_i}\right| = \frac{p_t^2 / Z_2}{p_i^2 / Z_1} = \frac{Z_1}{Z_2} t^2 \Rightarrow \boxed{T = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}}$

II.A.4) On obtient $T = 0{,}0011 \Rightarrow \Delta I_{dB} = 10 \log T \simeq -30\,dB$

II.A.5) D'après le document 1, la chaîne d'osselets est placée entre l'air et l'eau de la cochlée car une simple interface air/eau ne permettrait pas une audition convenable.

II.B.1) On a $F_1 d_1 = F_2 d_2$

$\Leftrightarrow p_1 S_1 d_1 = p_2 S_2 d_2$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{p_2}{p_1} = \frac{S_1 d_1}{S_2 d_2}} = 20 \times 1{,}3 = 26$

II.B.2) D'où $\Delta I_{dB} = 10 \log \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = 20 \log 26 \Rightarrow \Delta I_{dB} = 28\,dB$

III) L'oreille interne

III.A) • Notons x le déplacement du bouchon $\Rightarrow \boxed{\Delta V = Sx}$

a $\chi_S = \frac{1}{\rho_0} \left.\frac{\partial \rho}{\partial p}\right|_S = V_0 \cdot \left.\frac{\partial (1/V)}{\partial p}\right|_S = -\frac{1}{V_0} \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_S \Rightarrow \boxed{\Delta p = -\frac{1}{V_0 \chi_S} Sx}$

• Or $m\ddot{x} = s\, P_{cavité} - s\, P_{ouverture}$

$= s\,(p_0 + \Delta p - (p_0 + p_m \cos \omega t)) = s\,(\Delta p - p_m \cos(\omega t))$

$= s\left[-\frac{1}{V_0 \chi_S} Sx - p_m \cos(\omega t)\right]$

$\Leftrightarrow \rho_0 l s \ddot{x} + s\left[\frac{Sx}{V_0 \chi_S} + p_m \cos \omega t\right] = 0$

$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{S}{V_0 \rho_0 \chi_S} x = -\frac{p_m}{\rho_0 l} \cos \omega t \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{c^2 S}{V_0 l} x = -\frac{p_m}{\rho_0 l} \cos(\omega t)$

$\Rightarrow$ résonance pour $\boxed{\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{c^2 S}{V_0 l}}}$

III.B) La membrane basilaire est décrite comme plus étroite mais plus épaisse à sa base qu'à son extrémité. On peut supposer que le caractère d'étroitesse est traduit par le paramètre l, et l'épaisseur par s, ce qui justifierait qu'il y ait résonance à fréquence élevée à la base et à fréquence basse à l'extrémité.

III.C) Plus un système est rigide, plus la fréquence de résonance est élevée $\omega_r = \sqrt{\frac{k}{m}}$; donc la membrane basilaire doit-être plus rigide à la base qu'à l'extrémité.