Physique : DM5

Partie A : Le haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé en figure 1, est constitué d'un châssis sur lequel est fixé le circuit magnétique. Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile formé de la membrane et de la bobine mobile. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort et sur le pourtour par une suspension périphérique. L'ensemble de la suspension assure le rappel vers la position d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe $z'z$. Le circuit magnétique, constitué d'aimants permanents, génère un champ magnétique $\vec{B}$ radial et uniforme (B = 1,05 T) dans l'entrefer. La longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut l = 3,81 m. La masse de l'équipage mobile vaut m = 4,0 g.

Les parties **A.1-**, **A.2-** et **A.3-** ne sont que très partiellement liées.

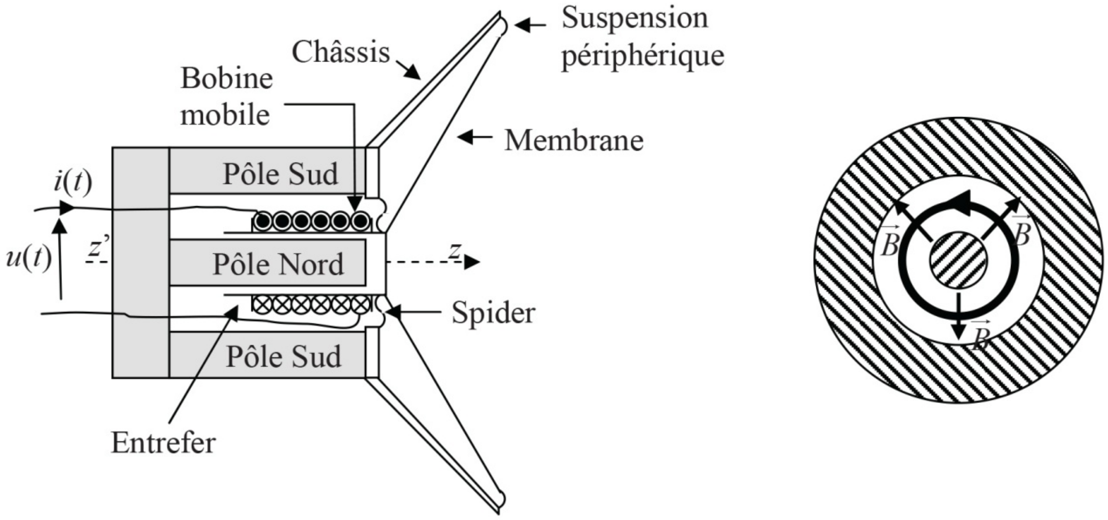


Figure 1 : schéma de principe du haut-parleur électrodynamique

A.1- Etude temporelle du fonctionnement

A.1.1- Pourquoi qualifie-t-on le haut-parleur de convertisseur électromécanique ?

A.1.2- On applique aux bornes de la bobine une tension variable $u(t)$. La bobine est alors traversée par un courant d'intensité $i(t)$ et la membrane se déplace avec la vitesse $v(t)$.

A.1.2.1- Justifier précisément l'apparition d'une f.é.m. induite $e(t)$ aux bornes de la bobine.

A.1.2.2- Le schéma électrique équivalent de la bobine est donné en figure 2, page suivante. Donner la relation qui lie $u(t)$ à $i(t)$, $i'(t)=\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$ et $e(t)$. Que représente chacun des termes de cette équation dite électrique ? Pour la suite du problème, on posera $e(t)=v(t)\cdot B\cdot l$.

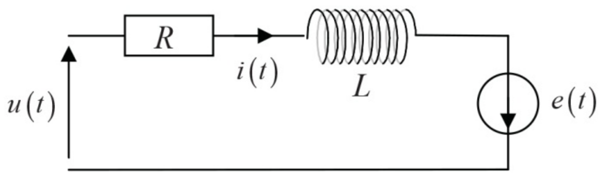


Figure 2 : schéma électrique de la bobine

A.1.3- Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace $d\overrightarrow{f_L}$ exercée sur une portion de conducteur de longueur dl en fonction de $i(t)$, dl, B et $\overrightarrow{u_z}$.

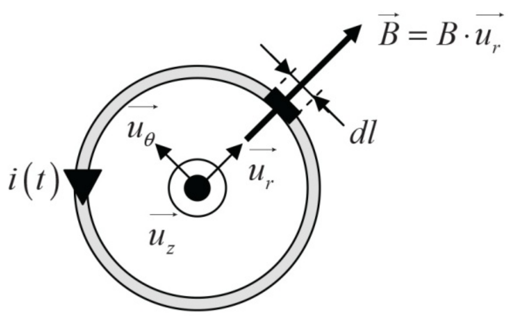


Figure 3 : portion de conducteur soumis à la force de Laplace

A.1.4- En prenant l'origine des z comme étant la position d'équilibre du centre d'inertie de l'équipage mobile (bobine + membrane), le principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système donne la relation suivante : $m \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -i(t) \cdot l \cdot B \cdot \overrightarrow{u_z} - k \cdot z(t) \cdot \overrightarrow{u_z} - \lambda \cdot \vec{v}$. Interpréter les différents termes de cette relation.

En déduire une équation reliant $i(t)$ à $z(t)$ et ses dérivées $z'(t) = \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}$ et $z''(t) = \frac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2}$.

L'équation ainsi obtenue est appelée équation mécanique.

A.2- Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée est supposée sinusoïdale, de fréquence f : $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.
Nous utiliserons le formalisme complexe qui, à toute fonction sinusoïdale du type $a(t) = A_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ associe la fonction complexe $\underline{a}(t) = A_m \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi)}$. On rappelle que j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

A.2.1- Ecrire les équations mécanique et électrique en utilisant le formalisme complexe.

A.2.2- En déduire l'expression de l'impédance du haut-parleur $\underline{Z}(\omega) = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$.

A.2.3- Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ correspond à la mise en série de deux impédances : l'une $\underline{Z_e}(\omega)$, appelée impédance propre, qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre $\underline{Z_m}(\omega)$, appelée impédance motionnelle, qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système. Préciser les expressions de $\underline{Z_e}(\omega)$ et $\underline{Z_m}(\omega)$.

A.2.4- Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y_m}(\omega) = \dfrac{1}{\underline{Z_m}(\omega)}$ peut s'écrire sous la forme : $\underline{Y_m}(\omega) = j \cdot C_m \cdot \omega + \dfrac{1}{j \cdot L_m \cdot \omega} + \dfrac{1}{R_m}$. Préciser les expressions de C_m, L_m et R_m en fonction de *l*, *B*, *k*, *m* et λ. On donne k = 1 250 N.m^{-1} et λ = 1,0 kg.s^{-1}, vérifier que $C_m = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ F, $L_m = 12{,}8$ mH et $R_m = 16\ \Omega$.

A.2.5- Proposer un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel vous ferez apparaître *R*, *L*, C_m, L_m et R_m.

A.2.6- On peut également poser que l'impédance du haut-parleur se compose d'une partie réelle R_T et d'une partie imaginaire X_T : $\underline{Z}(\omega) = R_T + j \cdot X_T$. Montrer alors que l'expression de R_T est la suivante : $R_T = R + \dfrac{R_m}{1 + R_m{}^2 \cdot \left(C_m \cdot \omega - \dfrac{1}{L_m \cdot \omega}\right)^2}$.

A.2.7- En utilisant la courbe $R_T = f(\omega)$ de la figure 4, déterminer la valeur numérique de la résistance *R* et montrer que la fréquence de résonance vaut $f_0 = 89$ Hz. Vérifier la cohérence de la valeur de f_0 avec les données de l'énoncé.

Figure 4 : courbe représentant R_T en fonction de ω

A.3- Etude énergétique

Nous ferons l'hypothèse que la transformation de l'énergie mécanique des parties mobiles en énergie acoustique s'effectue sans perte.

A.3.1- Etablir le bilan de puissance électrique global sous la forme :

$$u(t)\cdot i(t)=\frac{\mathrm{d}\left(E_{magn}\right)}{\mathrm{d}t}+P_J\left(i(t)\right)+P_L\left(v(t)\right).$$

Préciser les expressions de E_{magn}, $P_J\left(i(t)\right)$ et $P_L\left(v(t)\right)$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.2- Etablir le bilan de puissance mécanique global sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\left(E_c\left(v(t)\right)\right)}{\mathrm{d}t}+P_A\left(v(t)\right)+\frac{\mathrm{d}\left(E_{pe}\left(z(t)\right)\right)}{\mathrm{d}t}=P_L\left(v(t)\right).$$

Préciser les expressions de $E_c\left(v(t)\right)$, $E_{pe}\left(z(t)\right)$ et $P_A\left(v(t)\right)$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.3- Déduire des deux relations précédentes que :

$$u(t)\cdot i(t)=\frac{\mathrm{d}\left(E_{magn}\right)}{\mathrm{d}t}+P_J\left(i(t)\right)+\frac{\mathrm{d}\left(E_M(t)\right)}{\mathrm{d}t}+P_A\left(v(t)\right).$$

A.3.4- Montrer que la puissance moyenne $\left\langle P_S(t)\right\rangle$ fournie par l'alimentation électrique est reliée à la valeur moyenne du courant au carré consommé par le haut-parleur $\left\langle i(t)^2\right\rangle$ et à la valeur moyenne de la vitesse au carré de l'équipage mobile $\left\langle v(t)^2\right\rangle$ par la relation :

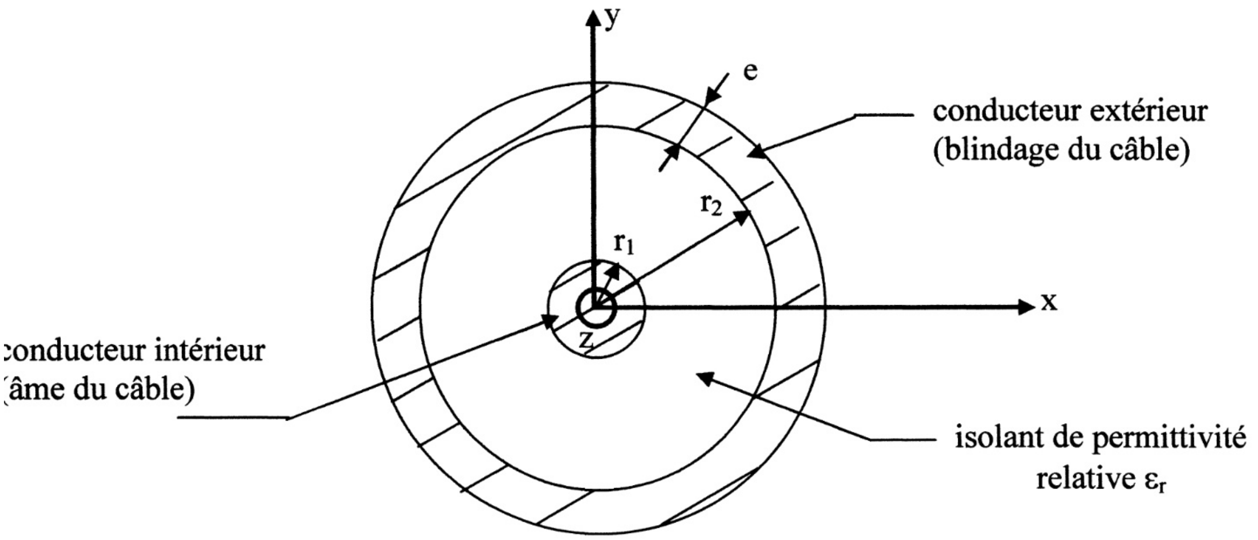
$$\left\langle P_S(t)\right\rangle=R\cdot\left\langle i(t)^2\right\rangle+\lambda\cdot\left\langle v(t)^2\right\rangle.$$

Lequel de ces termes correspond à la puissance utile moyenne $\left\langle P_u(t)\right\rangle$? En déduire l'expression du rendement η.

Partie B – Câble coaxial

Un câble coaxial est constitué par deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe Oz, et de rayons respectifs r_1, r_2 et (r_2+e), et de longueur ℓ. La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie**.

L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\varepsilon_r = 2,0$. On rappelle que la permittivité absolue ε de l'isolant est liée à sa permittivité relative par la relation $\varepsilon = \varepsilon_0.\varepsilon_r$, la notation ε_0 désignant la permittivité absolue du vide.



Pour les applications numériques, on prendra: $r_1 = 0,15$ cm , $r_2 = 0,50$ cm , $\ell = 10$ m , $e = 0,10$ cm , $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} , $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}$ F.m^{-1} .

1. Le conducteur **intérieur** est porté au potentiel $\mathbf{V_1}$ constant et le conducteur **extérieur au potentiel $\mathbf{V_2}$, qu'on suppose nul**. Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors respectivement les charges électriques +Q et –Q , supposées uniformément réparties sur les **deux seules** surfaces des conducteurs qui sont de rayon $\mathbf{r_1}$ et $\mathbf{r_2}$.

1.1. Montrer que le champ électrique est radial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r, soit : $\vec{E} = E(r)\,\vec{u}_r$.

1.2.a. Etablir l'expression de E(r) en fonction de Q, de la permittivité $\varepsilon = \varepsilon_o.\varepsilon_r$ de l'isolant, de r et de ℓ, en distinguant les trois cas : $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$ et $r_2 < r < (r_2+e)$. Il est rappelé que l'expression de E(r) demandée se déduit de celle obtenue dans le cas d'un câble coaxial « à vide » en remplaçant la permittivité absolue ε_o du vide par celle, ε , du matériau isolant

1.2.b. Montrer que, dans le domaine $r > (r_2+e)$, $E(r) = 0$.

1.3.a. Tracer le graphe de E(r).

1.3.b. Commenter **physiquement** les éventuelles discontinuités de E(r) à la traversée des cylindres de rayons r_1 , r_2 et (r_2+e) .

1.4. Exprimer la tension $U_{12} = V_1 - V_2$ en fonction de Q, $\varepsilon = \varepsilon_o.\varepsilon_r$, ℓ, r_1 et r_2 .

1.5. Montrer que la capacité par unité de longueur du câble coaxial, notée C_1 , est donnée par :

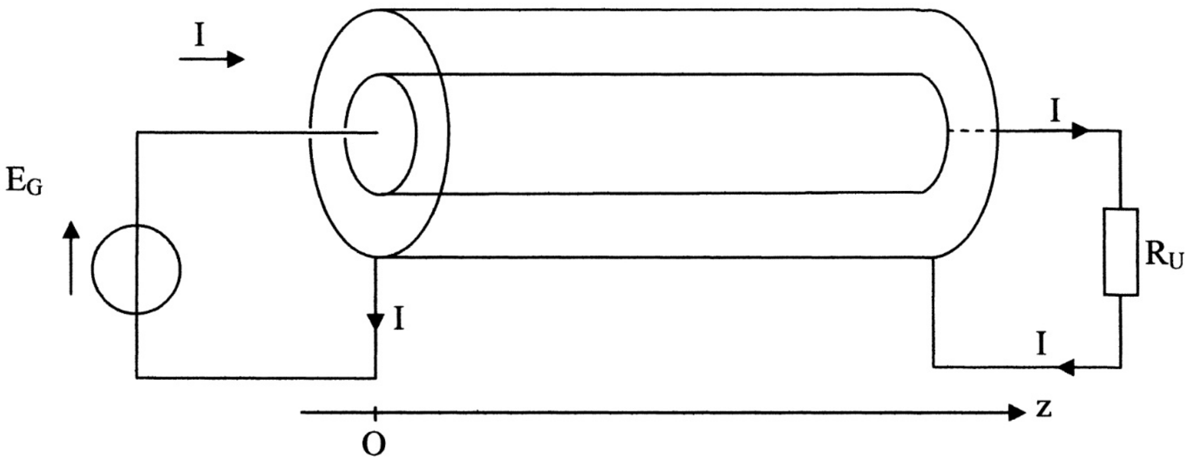
$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} .$$

1.6. En déduire **simplement** l'expression de l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ.

1.7. Calculer la valeur numérique de C_1.

1.8. Calculer la valeur numérique de W_e pour une tension U_{12} = 10 V entre les armatures du câble.

2. Le câble coaxial est chargé (à sa sortie) par une résistance R_u et alimenté en entrée par un générateur de tension continue E_G.



Le conducteur intérieur constitue le conducteur aller du courant électrique d'intensité I.
Le conducteur extérieur constitue le conducteur retour de ce courant.

Les conducteurs sont parcourus dans toute leur épaisseur par des courants volumiques de densités uniformes $\vec{j}_1$ et $\vec{j}_2$, de même direction que Oz. On considère de nouveau que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie**.

2.1. Montrer que le champ magnétique est orthoradial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r , soit : $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_\theta$.

2.2. Etablir les expressions de B(r), en fonction de μ_o, I, r_1, r_2 et de e, en distinguant quatre domaines à définir.

2.3.a. Tracer l'allure du graphe de B(r).

2.3.b. Observe-ton des discontinuités de B(r) à la traversée des cylindres de rayons r_1 , r_2 et (r_2+e) ? Aurait-on pu le prévoir avant de traiter les questions 2.1 à 2.2 ? Pourquoi ?

2.4.a. Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique en un point de l'espace, en fonction du champ magnétique en ce point.

Dans toute la suite, on néglige, notamment pour alléger les calculs, la part de l'énergie magnétique emmagasinée dans l'âme - région $r<r_1$ - et celle localisée dans le blindage - région $r_2 < r < (r_2+e)$ - du câble coaxial.

2.4.b. Exprimer, **dans ces conditions**, l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ, en fonction de μ_o, I, r_1, r_2 et de ℓ.

2.5. En déduire l'expression de l'inductance propre du câble coaxial par unité de longueur notée L_1.

2.6. Calculer la valeur numérique de L_1.

2.7. Le câble coaxial est parcouru par un courant d'intensité I = 0,10 A.
Calculer la valeur numérique de l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial.

3. Les conducteurs intérieur et extérieur ont une conductivité $\gamma = 5{,}8.10^7$ S.m^{-1}.

3.1. Exprimer la résistance des conducteurs par unité de longueur, notée R_1, en fonction de γ, r_1, r_2, et de $r_3 = (r_2+e)$.

3.2. Calculer la valeur numérique de R_1.

3.3. On souhaite régler la tension E_G du générateur pour obtenir un courant d'intensité I = 0,20 A. La ligne est chargée par $R_u = 50\ \Omega$. Calculer la valeur numérique de E_G.