Physique : DM18

PHYSIQUE – CCP 2015 - PC

A – Elements de thermohydraulique

A.1.1) Soit $P_{th} = \iiint \varphi_v \, d\tau \iff \boxed{P_{th} = 2elH\varphi_v} = \underline{150\ kW}$

A.1.2) Soit $\rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = \varphi_v + \lambda \Delta T$

En régime permanent : $\Delta T = -\dfrac{\varphi_v}{\lambda} \iff T(x) = -\dfrac{\varphi_v}{2\lambda} x^2 + Ax + B$

or $\begin{cases} T_1 = -\varphi_v/_{2\lambda}\, e^2 - Ae + B \\ T_2 = -\varphi_v/_{2\lambda}\, e^2 + Ae + B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 + T_2 = -\dfrac{\varphi_v}{\lambda} e^2 + 2B. \\ T_1 - T_2 = -2Ae. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{T_2 - T_1}{2e} \\ B = \dfrac{T_1 + T_2 + \varphi_v/_\lambda e^2}{2} \end{cases}$

D'où $\boxed{T(x) = -\dfrac{\varphi_v}{2\lambda} x^2 + \dfrac{T_2 - T_1}{2e} x + \dfrac{T_1 + T_2 + \varphi_v e^2/\lambda}{2}}$

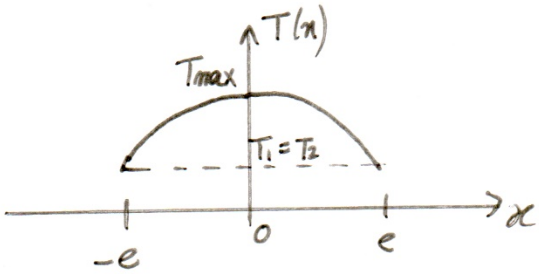
Or $\dfrac{dT}{dx} = 0 \iff -\dfrac{\varphi_v}{\lambda} x + \dfrac{T_2 - T_1}{2e} = 0 \iff x_{max} = \dfrac{\lambda (T_2 - T_1)}{2e\varphi_v}$

Avec $T_{max} = T(x_{max}) = -\dfrac{\varphi_v}{2\lambda} \cdot \left(\dfrac{\lambda (T_2 - T_1)}{2e\varphi_v}\right)^2 + \dfrac{T_2 - T_1}{2e} \cdot \dfrac{\lambda (T_2 - T_1)}{2e\varphi_v} + \dfrac{T_1 + T_2 + \varphi_v e^2/\lambda}{2}$

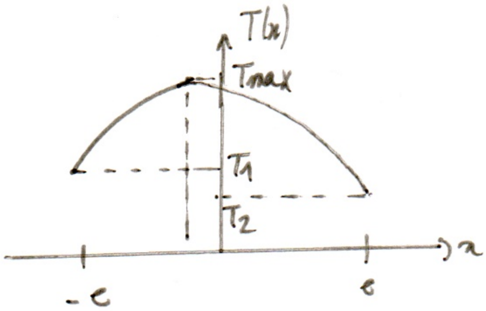
$\iff T_{max} = -\dfrac{\lambda (T_2 - T_1)^2}{8e^2\varphi_v} + \dfrac{\lambda (T_2 - T_1)^2}{4e\varphi_v} + \dfrac{T_1 + T_2 + \varphi_v e^2/\lambda}{2}$

$\iff \boxed{T_{max} = \dfrac{\lambda (T_2 - T_1)^2}{8e\varphi_v} + \dfrac{T_1 + T_2 + \varphi_v e^2/\lambda}{2}}$

A.1.3) Si $T_1 = T_2 = 540\,K$ alors $\begin{cases} x_{max} = 0 \\ T_{max} = 814\,K \end{cases}$



A.1.4) Soit $T_1 = 580\,K$ et $T_2 = 540\,K$ $\rightarrow$ $\begin{cases} x_{max} = -7{,}3.10^{-2}\ mm. \\ T_{max} = 834\,K \end{cases}$



D'après le 1er principe $D_m \Delta h = P_{th}$.

$\Leftrightarrow$ $D_m c_p (T_f - T_i) = P_{th}$. car $\Delta e_c = \Delta e_p \approx 0$.

Donc si ΔT grand $D_m = \mu S v$ sera petit donc :

Si $T_1 > T_2$ alors $v_1 < v_2$

A.2.1). Dans ce cas on a $\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow T(x) = Ax + B$ $\Rightarrow$ profil 3 exclu

. Il y a absence de résistance thermique entre les 2 corps donc $T(e_1^-) = T(e_1^+)$

$\Rightarrow$ profil 4 exclu

. De plus $\vec{j}(e^-) = \vec{j}(e^+)$ donc $\frac{dT}{dx}(e^-) = \frac{dT}{dx}(e^+)$ $\Rightarrow$ profil 2 exclu

Seul le profil 1 semble possible

On a donc : $\begin{cases} T_A(x) = Ax+B \\ T_B(x) = Cx+D \end{cases}$ où $\begin{cases} T_0 = B \\ T_2 = C(e_1+e_2)+D \\ T_1 = Ae_1+B = Ce_1+D \\ \lambda_A A = \lambda_B C \quad \text{(Continuité du flux)} \end{cases}$

Donc :
- $B = T_0$
- ② - ③ donne : $Ce_2 = T_2 - (Ae_1+B) \Rightarrow e_2\dfrac{\lambda_A}{\lambda_B} A = T_2 - Ae_1 - T_0$.

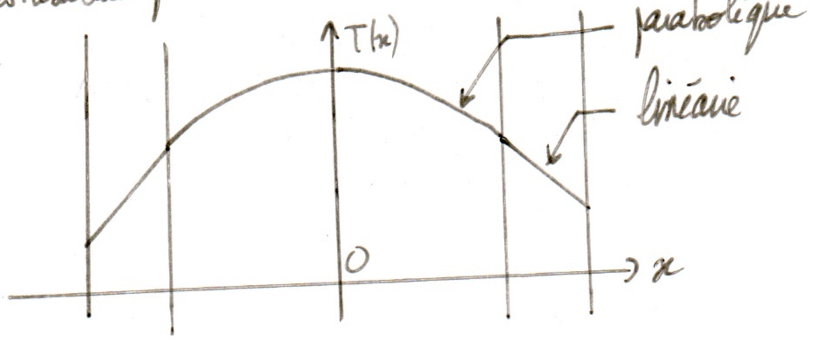
$$\Rightarrow (T_2 - T_0) = A\left(e_2\frac{\lambda_A}{\lambda_B} + e_1\right) \Rightarrow A = \frac{T_2 - T_0}{e_1 + e_2\,\lambda_A/\lambda_B}.$$

D'où $T_A(x) = \dfrac{T_2 - T_0}{e_1 + e_2\dfrac{\lambda_A}{\lambda_B}}\, x + T_0$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = T_0 + \frac{T_2 - T_0}{e_1 + e_2 \cdot \dfrac{\lambda_A}{\lambda_B}}\, e_1}$$

Par définition : $\vec{j} = -\lambda \underbrace{\dfrac{dT}{dx}}_{>0} \vec{u_x}$ donc $\vec{j}$ orienté suivant les x décroissants

A.2.2) A l'aide des résultats précédents et en tenant compte des continuités



A.3.1). En régime permanent on a $\text{div}(\rho\vec{v}) = 0 \Rightarrow \dfrac{\partial(\rho v)}{\partial z} = 0$ vu que $\vec{v} = v\vec{u_z}$

$$\Rightarrow \boxed{G(z) = \rho(z)v(z) = G}$$

- Vu que $S(z) = S = cste$ alors $D_m(z) = \boxed{\rho(z)v(z)S = D_m}$

A.3.2) • En régime permanent on a :

$$D_m h(z) - D_m h(z+dz) + q_L dz = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D_m \cdot \frac{dh}{dz} = q_L}$$

$$\Leftrightarrow dh = \frac{q_L}{D_m} \cdot dz$$

$$\Rightarrow h(z) = \frac{q_L}{D_m} z + h_e. \quad \text{avec } h_e = h(0).$$

$$\Rightarrow \boxed{h_S = h(H) = \frac{q_L}{D_m} H + h_e} = \underline{2400 \text{ kJ.kg}^{-1}}$$

Donc $h' < h_S < h''$ $\Rightarrow$ état diphasé à la sortie.

• La côte z_{eb} est t.q $h' = h(z_{eb}) = \frac{q_L}{D_m} . z_{eb} + h_e$.

$$\Leftrightarrow \boxed{z_{eb} = (h' - h_e) \frac{D_m}{q_L}} = \underline{26 \text{ cm}}$$

A.3.3) Avec $D_m = 1 \text{kg.s}^{-1}$, $z_{eb} = 2,6 \text{m}$ donc <u>le système reste monophasique</u>

A.3.4) • Si $\rho = $ cste on a : $m \frac{\partial v}{\partial t} = S \rho \left[v^2 + \frac{P}{\rho} + g \right]_{z+dz}^{z}$

$\Rightarrow$ On reconnaît la loi de qté de mouvement.

• Le terme $\rho S [v^2]_{z+dz}^{z}$ représente une force liée aux variations du débit massique.

• Le terme $S[P]_{z+dz}^{z}$ représente les forces de pression.

• Le terme $S\rho [g]_{z+dz}^{z}$ représente la contribution de la pesanteur

• En régime stationnaire on a : $S \left[\rho v^2 + P \right]_{z+dz}^{z} - \rho g S dz = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{d(\rho v^2 + P)}{dz} dz - \rho g dz = 0 \quad \Leftrightarrow \boxed{\frac{dP}{dz} = -\frac{d}{dz}(\rho v^2) - \rho g}$$

A.3.5.a) La relation précédente s'écrit :

$$\int_{P_e}^{P_s} dp = \int_{z_e}^{z_s} -\frac{d(\rho v^2)}{dz}.dz + \int_{z_e}^{z_s} -\rho g\, dz + \Delta P_{frott}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p = \Delta p_{acc} + \Delta p_{grav} + \Delta p_{frott}}$$

A.3.5.b) • On a $D_m = SG$

$= \ell d . G.$ $\Rightarrow \boxed{G = \frac{D_m}{\ell d}} = \underline{2700\, kg.m^{-2}.s^{-1}}$

• Or $\Delta p_{acc} = \rho_e v_e^2 - \rho_s v_s^2$

$= \frac{G_e^2}{\rho_e} - \frac{G_s^2}{\rho_s}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p_{acc} = G^2\left(\frac{1}{\rho_e} - \frac{1}{\rho_s}\right)} = \underline{-530\, Pa}$$

A.3.5.c) A l'aide de $\bar{\rho} = \frac{\rho_e + \rho_s}{2}$ on a : $\int_{z_e}^{z_s} -\bar{\rho}.g\, dz = \bar{\rho} g (z_e - z_s)$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p_{grav} = -\frac{\rho_e + \rho_s}{2} g H} = \underline{-8200\, Pa}$$

A.3.5.d) Le nombre de Reynold représente l'importance des effets convectifs et diffusifs :

$$R_e = \frac{\|\rho.(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}\|}{\|\mu \vec{\Delta}\vec{v}\|} = \frac{\rho v D_H}{\mu} \quad \text{où } D_H = \frac{4S}{2\ell} = 2d$$

viscosité dynamique

donc $R_e = 2\rho v d/\mu = \frac{2Gd}{\mu}$ d'où $\underline{(R_e)_{entrée} = 2.10^5 > 2500}$

$$\Rightarrow f = 0{,}316\, R_e^{-0{,}25} = \underline{0{,}015}$$

Donc $\boxed{\Delta p_{frott} = -\frac{G^2 f H}{4.d\rho}} = \underline{-6{,}4.10^3\, Pa}$

A.3.5.e) Soit $W_{pompe} = \Delta p_t^{\alpha} D_m^{\beta} \rho_e^{\gamma}$

⚠ puissance

d'où $ML^2T^{-3} = (ML^{-1}T^{-2})^{\alpha} (M\cancel{L^3}\cancel{L^3}T^{-1})^{\beta} (ML^{-3})^{\gamma}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \alpha + \beta + \gamma & (1) \\ 2 = -\alpha - 3\gamma & (2) \\ -3 = -2\alpha - \beta & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1)+(3) : & -2 = -\alpha + \beta \\ (2) : & -2 = \alpha + 3\gamma \\ (3) : & -3 = -2\alpha - \beta \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1')-(3') : & 1 = \alpha \\ (2') : & \gamma = -1 \\ (3') : & \beta = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{pompe} = k.\frac{\Delta p_t . D_m}{\rho_e}}$$

. Or $\Delta p_t = |\Delta p_{acc} + \Delta p_{grav} + \Delta p_{frott}| = 1{,}5.10^4\ Pa$.

perte de charge totale

En prenant $k = 1$ on a : $W_{pompe} = 18W$

. La valeur obtenue est faible mais il n'y a pas qu'un seul élément combustible

A.3.5.f) . Les N canaux étant en parallèles : $\boxed{\Delta p_{coeur} = \Delta p_t}$

. Pour le débit : $\boxed{D_{m,coeur} = N . D_m}$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{N D_m . \Delta p_t}{\rho_e} = N W_{pompe}}$$

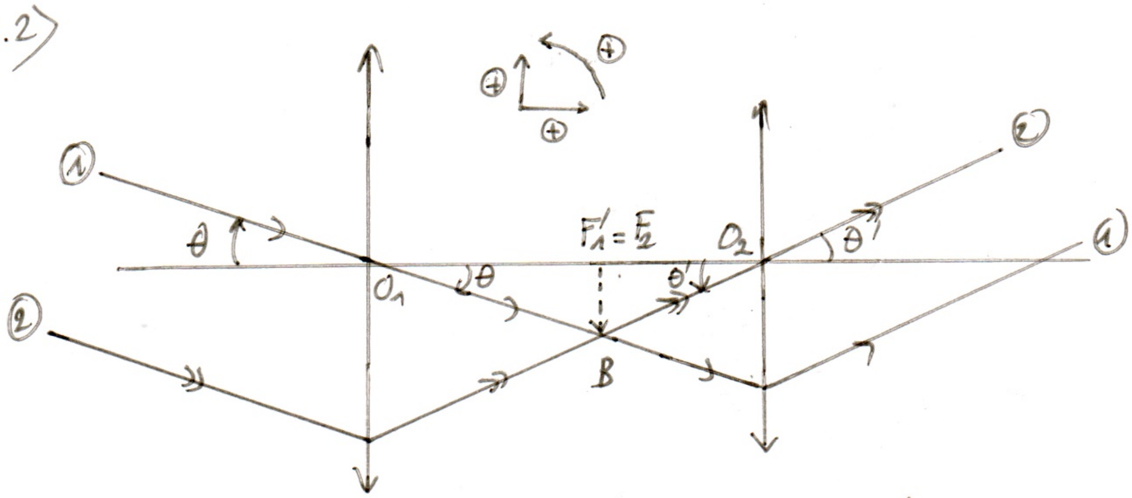
$$\Rightarrow \underline{\underline{W = 36 kW}}$$

B – Lunette astronomique

B.1.1) Un oeil sans défaut n'accomode pas s'il observe une image provenant de l'infini

$\Rightarrow$ Le système doit être afocal donc $\boxed{\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2}$

B.1.2)



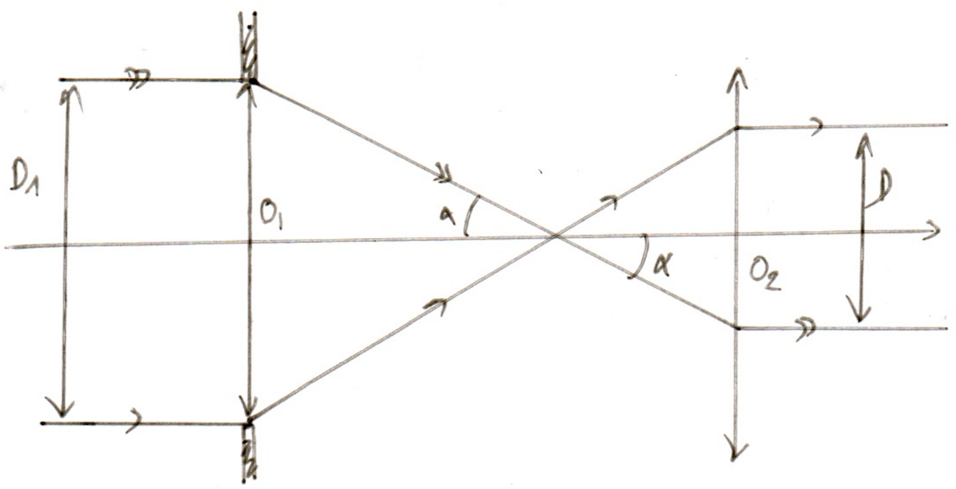
Conditions de Gauss : on utilise des rayons paraxiaux { peu inclinés par rapport à l'axe optique / proches de l'axe optique.

Dans ce cas le système centré présente un stigmatisme approché

Soit $G = \dfrac{\theta'}{\theta} \simeq \dfrac{\tan\theta'}{\tan\theta} \Leftrightarrow G = \dfrac{\overline{F'_1B}}{\underbrace{\overline{O_2F_2}}_{>0}} \Big/ \dfrac{\overline{F'_1B}}{\underbrace{\overline{O_1F'_1}}_{<0}} = \dfrac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F_2}}$

$$\Leftrightarrow \boxed{G = -\frac{f'_1}{f'_2}} = \underline{\underline{-50}}$$

B.2)



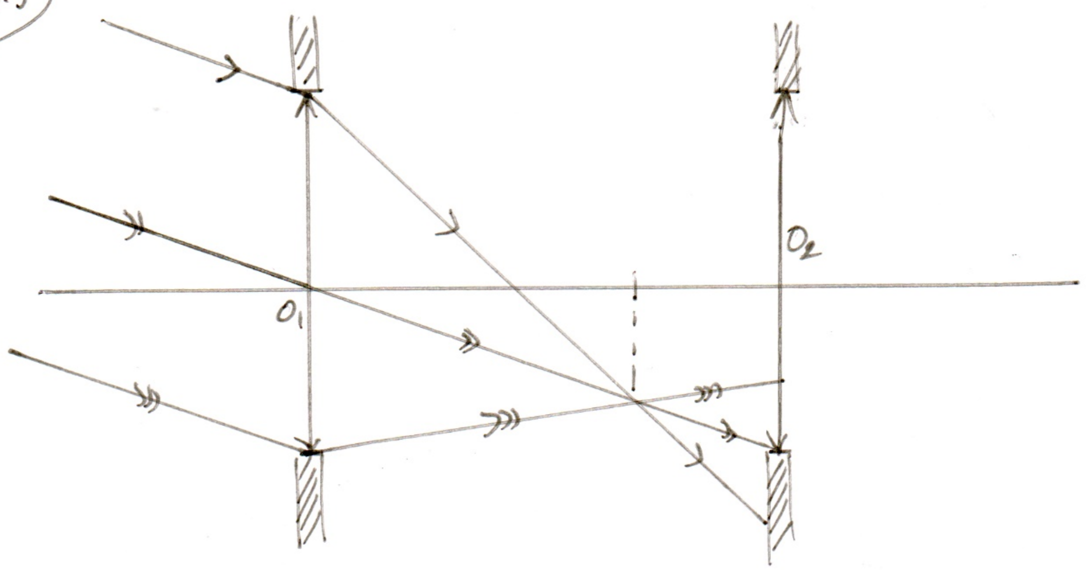
On remarque que $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{D/2}{f'_2} = \frac{D_1/2}{f'_1}$

d'où $\frac{D_1}{D} = \frac{f'_1}{f'_2} = -G.$

Donc $\underline{D = \left|\frac{D_1}{G}\right|} = \underline{2{,}0\,mm} \ll D_2$

↳ C'est bien le diaphragme d'ouverture qui est limitant

B.3)



Si θ est trop grand, les rayons vont être bloqués par l'oculaire

⇒ l'oculaire filtre les rayons trop inclinés : elle limite le champ angulaire

⇒ le nom de diaphragme de champ

B.4) Une lentille est formé d'une épaisseur de verre dispersive qui respecte le modèle de Cauchy : $n = A + B/\lambda^2$ d'où la présence d'aberration chromatique.

Le verre est un milieu dispersif !

C – Récupération d'énergie vibratoire

C.1.1) . Le système requiert des forces de freinage qui vont limiter l'énergie récupérée.

. Le tableau proposé montre un facteur 10 à 100 entre l'énergie récupérée prévue et celle réellement obtenue.

C.1.2) Si on se place à la résonance on récupèrera plus d'énergie en contrepartie, le système peut se détériorer, en particuliers le ressort qui peut sortir de sa zone "elastique".

C.1.3) Supposons une batterie de téléphone de 5W (5000mA.h).

$$\Rightarrow E = P\tau = 5 \times 3600 \quad \text{où } \tau = 1h$$
$$= 18\ kJ$$

Or le meilleur des dispositifs permet de récupérer $400\,mJ.cm^{-3}$.

$$\Rightarrow \text{Volume} = \frac{18000}{0,4} = 45\,000\,cm^3.$$
$$= 45\,L$$

<u>C'est trop important pour une batterie de téléphone</u>

C.1.4) • On a $z_{vib}(t) = Z_{vib} \sin(\omega t)$

$$\Rightarrow a_{vib}(t) = -\omega^2 Z_{vib} \sin(\omega t)$$

Donc $A_{vib} = \omega^2 Z_{vib} \Leftrightarrow \boxed{Z_{vib} = \frac{A_{vib}}{(2\pi f)^2}} = \underline{3\mu m}$. CQFD

• A la résonance : $Z = QZ_{vib} = 300\mu m$ avec $Q = 100$

or $v = \frac{dz}{dt} = Z\omega \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m \frac{Z^2\omega^2}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{\langle E_c \rangle = \frac{1}{4} m Z^2 \omega^2} = \underline{\underline{40\mu J}}$$

C.2.1) A l'équilibre : $mg = k(l_{eq} - l_0)$

$$\Leftrightarrow \boxed{l_{eq} = l_0 + mg/k}$$

C.2.2) Méthode 1 (qu'on verra cette année) :

Soit $m\vec{a_r} = \vec{F} + \vec{f_{ie}}$

$$\Leftrightarrow m\ddot{z} = -mg + k(l - l_0) - \lambda\dot{z} - m\ddot{z}_{vib}.$$

Méthode 2 Soit $m\dfrac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \vec{F}$

$$\Leftrightarrow m\frac{d^2(\vec{OO'} + \vec{O'M})}{dt^2} = \vec{F}$$

$$\Leftrightarrow m\frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2} = \vec{F} - m\frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}$$

$$\Leftrightarrow m\ddot{z} = -mg + k(l - l_0) - \lambda\dot{z} - m\ddot{z}_{vib} \text{ car } O'A = cste.$$

or $z = l - l_{eq}$ d'où $l - l_0 = z - mg/k$.

Donc : $\boxed{\ddot{z} + \dfrac{\lambda}{m}\dot{z} + \dfrac{k}{m}z = \omega^2 Z_{vib}\sin(\omega t)}$

C.2.3) En notation complexe : $-\omega^2\underline{Z} + \dfrac{\lambda}{m}j\omega\underline{Z} + \omega_0^2\underline{Z} = \omega^2\underline{Z}_{vib}$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{H} = \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega\frac{\lambda}{m}}}$$

$\begin{cases} \text{Si } \omega \to 0 \text{ alors } \underline{H} \to 0 \\ \text{Si } \omega \to \infty \text{ alors } \underline{H} \to -1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ c'est un passe-haut du second ordre.

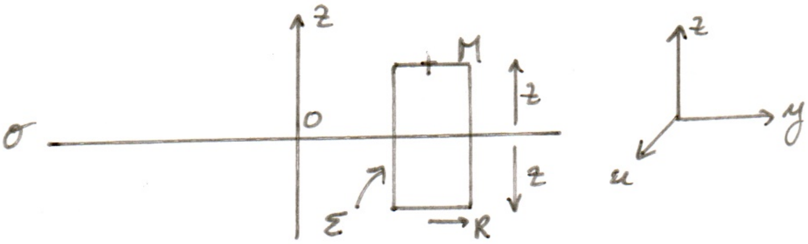
C.2.4) On a donc : $\underline{H} = \dfrac{x^2}{1-x^2+jx/Q} = \dfrac{x^2}{1-x^2+jx\cdot\frac{\lambda}{m\omega_0}}$ où $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

Donc $\boxed{\omega_0 = \sqrt{k/m}}$ et $Q = \dfrac{m\omega_0}{\lambda} = \dfrac{m}{\lambda}\cdot\sqrt{\dfrac{k}{m}} = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{km}}{\lambda}}}$

C.2.5) Si on se place à la fréquence de résonance H est maximal et vaut Q.

$\Rightarrow$ <u>on récupèrera plus d'énergie</u>

C.3.1.a) Théorème de Gauss : $\boxed{\oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot\vec{dS} = Q_{int}/\varepsilon_0}$



. Les plans (yMz) et (xMz) sont plans de symétries $\Rightarrow \vec{E} = E\,\vec{u}_z$

. Invariance par translation suivant (Ox) et (Oy) $\Rightarrow E = E(z)$

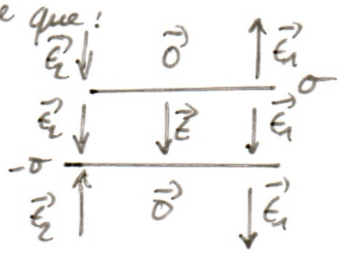
. On prend comme surface de Gauss le cylindre de hauteur $2z$ et de rayon R t.q

$$\oint\!\!\oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{dS} = 2E\,S_{disque} = \frac{\sigma\,S_{disque}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\mathrm{sign}(z)\,\vec{u}_z \Rightarrow \boxed{\begin{cases}\vec{E}_+ = +\sigma/2\varepsilon_0\,\vec{u}_z\\ \vec{E}_- = -\sigma/2\varepsilon_0\,\vec{u}_z\end{cases}}$$

C.3.1.b) A l'aide du théorème de superposition on démontre que :

$$\boxed{\begin{cases}\vec{E}_{z>e} = \vec{E}_{z<0} = \vec{0}\\ \vec{E}(0<z<e) = -\sigma/\varepsilon_0\,\vec{u}_z\end{cases}}$$



C.3.1.c) • Par définition : $C = \dfrac{Q}{U}$ où $U = -\int \vec{E}.\vec{dl}$

$$= + \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dz.$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.d$$

Donc $C = \dfrac{\sigma S}{\sigma d} \varepsilon_0$.

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$

• Soit $W_e = \int P dt = \int U . \underbrace{\frac{C dU}{dt}}_{i} .dt = \int \frac{1}{2} C \, d(U^2)$

$$\Rightarrow \boxed{W_e = \frac{1}{2} C U^2}$$

C.3.2) la distance varie entre $d-z$ et $d+z$ d'où :

$$\boxed{C_{min} = \frac{\varepsilon_0 S}{d+z} \text{ et } C_{max} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-z}}$$

C.3.3a) On a $\boxed{w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$

C.3.3.b) On a $w = \dfrac{dW}{d\mathcal{V}} = cste$ car $E = cste$

d'où $W = w \Delta V$

$$= wS\left[(d+z) - (d-z)\right]$$

$$= w.S\left[\frac{\varepsilon_0 S}{C_{min}} - \frac{\varepsilon_0 S}{C_{max}}\right] = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 S \left[\frac{\varepsilon_0 S}{C_{min}} - \frac{\varepsilon_0 S}{C_{max}}\right]$$

or $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{q}{\varepsilon_0 S} = \dfrac{C_{max} U}{\varepsilon_0 S}$ (car charge constante)

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \varepsilon_0^2 S^2 \left(\frac{C_{max} U}{\varepsilon_0 S}\right)^2 \left(\frac{1}{C_{min}} - \frac{1}{C_{max}}\right)$$

$$\Leftrightarrow W = \frac{1}{2} C_{max}^2 U^2 \left(\frac{1}{C_{min}} - \frac{1}{C_{max}} \right)$$

$$\Leftrightarrow W = \frac{1}{2} U^2 \left[\frac{C_{max}^2}{C_{min}} - C_{max} \right]$$

$$\Leftrightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} U^2 (C_{max} - C_{min}) \frac{C_{max}}{C_{min}}} \quad \text{CQFD}$$

C.4) . La vibration du boitier engendre un déplacement relatif de la poutre, donc de la bobine par rapport à l'aimant.

. Dès lors il apparaît une phénomène d'induction, engendrant une fem induite aux bornes de la bobine.