

# Physique : DM12

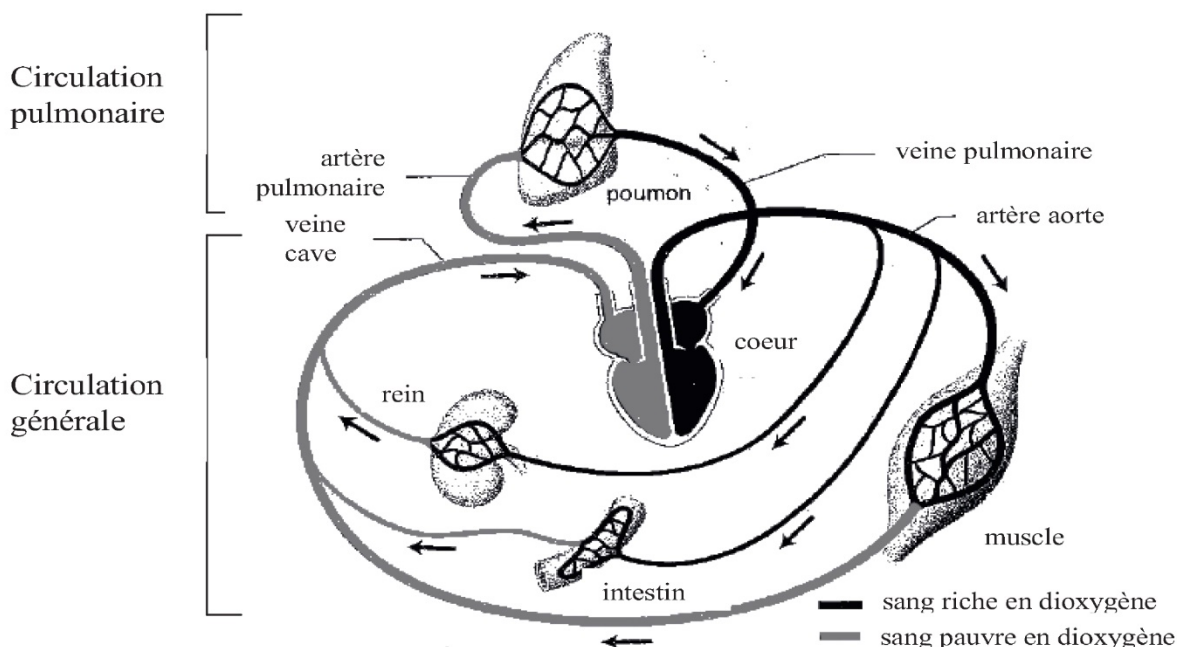
La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

## Partie I – Circulation sanguine

Le 18 décembre 2013 à l'hôpital européen Georges-Pompidou de Paris, le premier cœur 100 % artificiel et autonome était implanté sur un patient. Cette prouesse n'aurait pu être réalisée sans les nombreuses découvertes théoriques et expérimentales qui l'ont précédée. Aussi, nous nous proposons, dans ce problème, d'en étudier un des aspects : la circulation sanguine. Ce domaine de la physiologie est appelé l'hémodynamique.

La **figure 1** représente le système vasculaire humain. La cavité droite du cœur envoie le sang appauvri en dioxygène dans les poumons à travers l'artère pulmonaire. Les poumons enrichissent le sang en dioxygène. Le sang enrichi en dioxygène retourne dans le côté gauche du cœur et irrigue l'ensemble du corps puis revient au côté droit par la veine cave. Le système vasculaire issu de l'aorte se divise en artères, puis artérioles et capillaires. Le **tableau 1** page suivante donne, chez l'homme, le diamètre des différents types de vaisseaux et leur nombre.

Le cœur humain pèse environ 0,3 kilogramme et bat environ une fois toutes les secondes lorsqu'il est au repos. À chaque battement, son côté gauche injecte  $80 \text{ cm}^3$  de sang par l'aorte à la pression de 16 kPa. La puissance mécanique massique totale du cœur est de  $5 \text{ W.kg}^{-1}$ . Pour une durée de vie d'environ 80 années, cela en fait une source de travail remarquable.



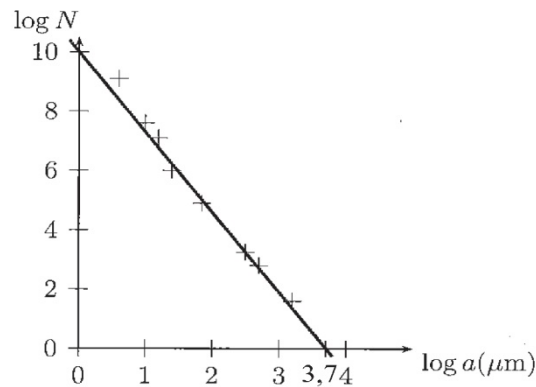
**Figure 1** – Le système vasculaire humain

Le côté gauche du cœur est représenté à droite et le côté droit à gauche.

Vaisseau	Diamètre $2a$ (mm)	Nombre $N$
Artère aorte	$10^1$	1
Grandes artères	3	$4 \cdot 10^1$
Branches principales	1	$6 \cdot 10^2$
Branches secondaires	$6 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^3$
Branches tertiaires	$10^{-1}$	$8 \cdot 10^4$
Artères terminales	$5 \cdot 10^{-2}$	$10^6$
Branches terminales	$3 \cdot 10^{-2}$	$10^7$
Artérioles	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^7$
Capillaires	$8 \cdot 10^{-3}$	$10^9$

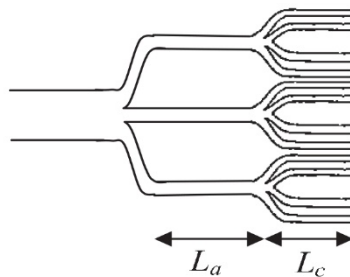
**Tableau 1** – Diamètres et nombres des différents types de vaisseaux chez l’homme

Le biologiste anglais C. Murray a étudié la relation qui existe entre le diamètre d’un vaisseau et le nombre de vaisseaux semblables. La **figure 2** où sont portés en échelle logarithmique les nombres de vaisseaux  $N$  en fonction de leur rayon  $a$  met en évidence cette relation.



**Figure 2** – Nombre de vaisseaux  $N$  en fonction de leur rayon  $a$

Cette relation peut être interprétée par un modèle simple. Le système vasculaire y est alors décrit par deux types de vaisseaux : des artères et des vaisseaux capillaires. Il est supposé être composé de  $N_a$  artères de longueur  $L_a$  et de rayon  $r_a$ , et de  $N_c$  vaisseaux capillaires de longueur  $L_c$  et de rayon  $r_c$  (**figure 3**).



**Figure 3** – Modélisation du système circulatoire artériel

En considérant alors un écoulement laminaire du sang, de viscosité  $\eta$ , qui se traduit par la loi de Poiseuille, l'expression de la résistance hydraulique de l'ensemble du système, que l'on retrouvera en **partie II**, vaut :  $R_{tot} = \frac{8 \cdot \eta}{\pi} \cdot \left( \frac{L_a}{N_a \cdot r_a^4} + \frac{L_c}{N_c \cdot r_c^4} \right)$ . Par ailleurs, si on admet que le corps se construit en limitant la résistance hydraulique totale, on peut alors justifier qualitativement la loi de Murray théorique, qui traduit la loi de dépendance entre  $N_a$ ,  $r_a$ ,  $N_c$  et  $r_c$ . (**partie III**).

Pour une compréhension et une modélisation plus raffinées de la circulation sanguine dans les vaisseaux, il faut garder à l'esprit plusieurs caractéristiques du système vasculaire, qui le différencient d'un réseau d'adduction d'eau, par exemple :

- il est alimenté par une source pulsée : le cœur n'injecte du sang dans l'aorte que lors de la contraction du ventricule gauche ;
- les vaisseaux sanguins ne sont pas des tuyaux rigides : les tissus qui les constituent possèdent une certaine élasticité ;
- le sang n'est pas un liquide newtonien tel que l'eau. Son caractère non newtonien se traduit par exemple par le fait que sa viscosité dépend du diamètre du vaisseau dans lequel il s'écoule.

En s'appuyant sur les éléments donnés lors de l'introduction du problème 1, nous établirons dans la **partie I** certains résultats généraux de la circulation sanguine. La **partie II** nous conduira à justifier l'expression de la résistance hydraulique de l'ensemble du système vasculaire et la **partie III** nous permettra de comparer les lois de Murray théorique et expérimentale. Dans la **partie IV**, nous étudierons le rôle de l'élasticité des vaisseaux et la **partie V** traitera de la mesure de la vitesse de circulation du sang par effet Doppler. Ces cinq parties sont indépendantes.

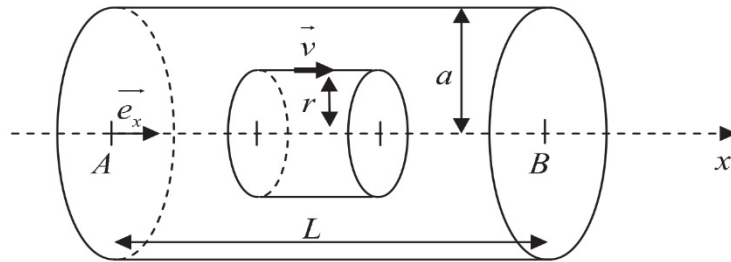
## Partie I – Généralités

- Q1.** Calculer le volume de sang qui circule chaque minute dans le système vasculaire. Vérifier qu'il correspond, environ, aux cinq litres de sang contenus dans le corps d'un adulte.
- Q2.** En considérant que le côté droit du cœur développe une puissance mécanique de 0,2 Watt, vérifiez que la puissance mécanique massique totale du cœur est de  $5 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}$ . On pourra notamment s'appuyer sur une analyse dimensionnelle.
- Q3.** En physiologie, on estime qu'environ 10 % de l'énergie reçue par un muscle est convertie en travail mécanique. À quoi peuvent correspondre les 90 % restants ?
- Q4.** Préciser la relation reliant le nombre de vaisseaux  $N$  à leur rayon  $a$ . Cette relation correspond à la loi expérimentale de Murray.
- Q5.** Estimer la vitesse moyenne du sang dans l'artère aorte.

## Partie II – Loi de Poiseuille

On considère l'écoulement stationnaire d'un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  et de viscosité  $\eta$  dans un tuyau cylindrique immobile dans le référentiel d'étude galiléen, centré sur l'axe horizontal  $(Ax)$  de vecteur unitaire  $\vec{e}_x$ , de section circulaire de rayon  $a$  et de longueur  $L$  (**figure 4**, page suivante). Nous sommes alors en présence d'un écoulement de Poiseuille cylindrique. La pression à l'entrée du tube est  $P(x=0) = P_A$  et  $P(x=L) = P_B$  à la sortie. Le champ des vitesses est

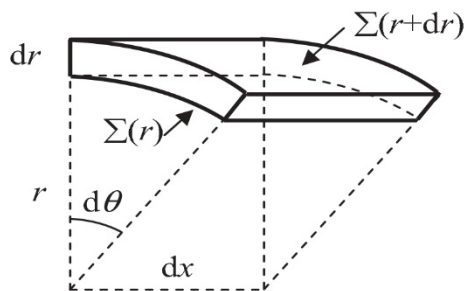
de la forme  $\vec{v}(M) = v(r) \cdot \vec{e}_x$ . Par ailleurs, un élément de fluide limité par une partie du cylindre d'axe  $(Ax)$  et de rayon  $r$ , de surface latérale  $\Sigma(r)$ , est soumis de la part du fluide situé entre les rayons  $r$  et  $a$  à la force de viscosité  $\vec{F} = \eta \cdot \frac{dv(r)}{dr} \cdot \Sigma(r) \cdot \vec{e}_x$ . On négligera les effets de la pesanteur.



**Figure 4** – Loi de Poiseuille pour un tube de section circulaire

- Q6.** Pourquoi choisit-on des pressions en entrée et en sortie différentes pour décrire cet écoulement ?
- Q7.** L'équation locale de la dynamique, ou équation de Navier-Stokes, pour les fluides incompressibles est :  $\rho \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \cdot (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = \vec{f}_{\text{vol}} - \text{grad}P + \eta \cdot \Delta \vec{v}$ .  
Donner la signification des différents termes de cette équation.
- Q8.** À quelle condition l'écoulement peut-il être considéré comme laminaire ? Tester cette condition pour l'écoulement dans l'artère aorte en considérant une viscosité dynamique de  $10^{-3}$  Pa.s et une masse volumique du sang de  $10^3$  kg.m<sup>-3</sup>. Commenter.
- Q9.** D'après les premiers éléments descriptifs de l'écoulement de Poiseuille cylindrique, simplifier l'équation de Navier-Stokes.

Pour définir la loi d'évolution  $v(r)$ , il faut préciser le terme  $\eta \cdot \Delta \vec{v}$ . Pour cela, il nous faut retrouver la densité volumique des forces de viscosité en calculant la résultante des forces de viscosité s'exerçant sur une particule de fluide possédant la forme décrite en **figure 5**.



**Figure 5** – Particule de fluide en géométrie cylindrique

**Q10.** Déterminer les expressions de la force de viscosité  $\overrightarrow{dF}_+$  appliquée sur la face supérieure de surface latérale  $\Sigma(r+dr)$  et de la force de viscosité  $\overrightarrow{dF}_-$  appliquée sur la face inférieure de surface latérale  $\Sigma(r)$ . Montrer que la résultante des forces de viscosité qui s'exercent sur la particule de fluide est donc :  $\overrightarrow{dF}_{visc} = \eta \cdot \left( \frac{d}{dr} \left( r \cdot \frac{dv}{dr} \right) \right) \cdot d\theta \cdot dx \cdot dr \cdot \overrightarrow{e}_x$ . En déduire la densité volumique des forces de viscosité  $\overrightarrow{f}_{v,visc}$ .

**Q11.** La pression dépend-elle de la variable  $\theta$ ? Projeter l'équation de Navier-Stokes et montrer que le champ des pressions est égal à  $P(x) = P_A - (P_A - P_B) \cdot \frac{x}{L}$  et que  $v(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4 \cdot \eta \cdot L} \cdot (a^2 - r^2)$ .

**Q12.** Donner l'expression du débit volumique  $D_v$  de cet écoulement. En expliquant l'analogie avec la résistance électrique, montrer que la résistance hydraulique du tuyau vaut :  $R_H = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot a^4}$ .

**Q13.** Justifier l'expression de la résistance hydraulique de l'ensemble du système vasculaire  $R_{tot}$ .

### Partie III – Loi de Murray

On suppose que l'organisme dispose d'un volume  $V_0$  donné de tissus pour réaliser les parois du système vasculaire et que l'épaisseur  $e$  d'un vaisseau est proportionnelle à son rayon extérieur  $r$  :  $e = \alpha \cdot r$  avec  $\alpha \ll 1$ .

**Q14.** Exprimer  $V_0$  en fonction de  $N_a, L_a, r_a, N_c, L_c, r_c$  et  $\alpha$ . En exprimant que le système circulatoire se construit en utilisant une quantité minimale et donc un volume  $V_0$  minimal de tissus, déterminer  $\frac{dr_c}{dr_a}$  en fonction de  $N_a, L_a, r_a, N_c, L_c, r_c$ .

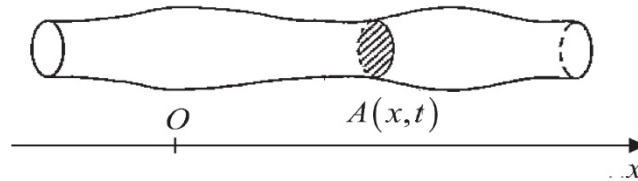
**Q15.** Le corps se construit aussi de façon à minimiser la résistance hydraulique totale  $R_{tot}$  du système circulatoire. Montrer que cela entraîne une relation entre  $N_a, r_a, N_c, r_c$  que l'on identifiera comme étant la loi de Murray théorique.

**Q16.** Proposer des interprétations à l'écart entre la loi de Murray théorique et la loi expérimentale obtenue à la question **Q4**. Toute démarche construite, même inachevée, développant une réflexion physique sur les limites de la modélisation, sera prise en considération dans l'évaluation.

### Partie IV – Le rôle de l'élasticité des vaisseaux

**Q17.** Il est souvent affirmé que « l'élasticité de l'aorte et des artères contribue à lisser le flux sanguin. ». Expliquer qualitativement pourquoi.

Pour étudier ce phénomène, nous considérons un tube élastique de longueur infinie que l'on repère par un axe ( $Ox$ ) représenté sur la **figure 6** et nous supposons le problème à une dimension  $x$ . À l'intérieur du tube, en un point d'abscisse  $x$  et à un instant  $t$  donnés, un fluide de masse volumique  $\rho(x,t) = \rho_0 + \tilde{\rho}(x,t)$  circule à la vitesse  $v(x,t)$  sous une pression  $P(x,t) = P_0 + \tilde{P}(x,t)$ . Les grandeurs  $\rho_0$  et  $P_0$  correspondent respectivement à la masse volumique et à la pression du fluide dans son état de repos. Les grandeurs  $\tilde{\rho}(x,t)$  et  $\tilde{P}(x,t)$  correspondent respectivement aux variations de la masse volumique et de la pression du fluide par rapport à son état au repos. Nous supposons que  $\rho_0 \gg \tilde{\rho}(x,t)$  et que  $P_0 \gg \tilde{P}(x,t)$ ;  $\tilde{\rho}(x,t)$ ,  $\tilde{P}(x,t)$  et  $v(x,t)$  sont des infiniment petits du premier ordre. Par ailleurs, les effets de la pesanteur sont négligeables. Enfin, nous considérerons ici que le sang se comporte comme un fluide parfait sans viscosité.



**Figure 6** – Modélisation de l'artère

Pour décrire l'élasticité du vaisseau, nous avons besoin de nous intéresser à la surface de sa section  $A(x,t)$  et à sa distensibilité  $D$ . Sa section se décompose en :  $A(x,t) = A_0 + \tilde{A}(x,t)$  où  $A_0$  correspond à la surface de la section du vaisseau au repos et  $\tilde{A}(x,t)$  est un infiniment petit du premier ordre. La distensibilité a pour expression  $D = \frac{1}{A} \cdot \left( \frac{\partial A}{\partial P} \right)_S$  où  $\left( \frac{\partial A}{\partial P} \right)_S$  désigne la dérivée de la surface  $A$  en fonction de la pression  $P$  à entropie  $S$  constante. En l'absence de viscosité, l'entropie est maintenue constante et  $D \approx \frac{1}{A_0} \cdot \frac{\tilde{A}}{\tilde{P}}$ . Enfin, le sang sera considéré ici comme légèrement compressible, de compressibilité isentropique  $\chi_s = \frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S$ , qui est ici assimilable à  $\chi_s \approx \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{P}}$ .

**Q18.** Donner l'expression de l'équation d'Euler. En tenant compte des termes d'ordre le plus bas, prouver que l'équation d'Euler se réduit à l'équation suivante :

$$\rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x}.$$

**Q19.** Établir le bilan de masse entre les instants  $t$  et  $t+dt$  dans le volume  $A(x,t) \cdot dx$  délimité par le vaisseau entre les sections situées aux abscisses  $x$  et  $x+dx$ .

**Q20.** Cette équation conduit, après avoir retenu les termes d'ordre le plus bas, à la relation :

$$\rho_0 \cdot A_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 \cdot \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + A_0 \cdot \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = 0.$$

En déduire qu'elle correspond à la relation :  $(D + \chi_s) \cdot \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = - \frac{\partial v}{\partial x}$ .

**Q21.** À partir des résultats précédents, montrer que  $\tilde{P}$  obéit à une équation d'onde de type d'Alembert. Préciser cette équation. En déduire l'expression de la vitesse de propagation  $c$  de l'onde de pression en fonction de  $\rho_0$ ,  $D$  et  $\chi_s$ . Donner la forme de la solution de cette équation. Quelle est la dénomination usuelle de ce type d'onde ? Vérifier que si le sang est considéré comme un fluide incompressible, alors  $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \cdot D}}$ . Dans ce cas,  $c$  est de l'ordre du mètre par seconde, commenter cette valeur.

## Partie II - Diffusion thermique

*Ce sujet étudie plusieurs parties sur les microprocesseurs, on s'intéressera à la partie « IV » de dissipation thermique. Il était composé de quelques questions ouvertes (repérable à une barre verticale noire) et une bonne maîtrise d'analyse documentaire.*

### IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques  $\text{cm}^2$ . L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

**IV.A** – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions  $a \times b \times \ell$  avec  $a \gg \ell$  et  $b \gg \ell$ , lorsque les faces repérées par les points  $O$  et  $A$  sont uniformément aux températures  $T_1$  et  $T_0$  respectivement (cf figure 9). L'objet est caractérisé par sa masse volumique  $\mu$ , sa capacité thermique massique  $c$  et sa conductivité thermique  $\lambda$ . L'origine de l'axe des  $x$  est prise en  $O$ .

**IV.A.1)** Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de  $x$  et  $t$  seulement.

**IV.A.2)** Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température  $T(x, t)$  dans le solide considéré.

**IV.A.3)** Les températures  $T_0$  et  $T_1$  étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de  $x$ .

Exprimer la puissance thermique  $\Phi$  qui traverse le solide de  $O$  vers  $A$ .

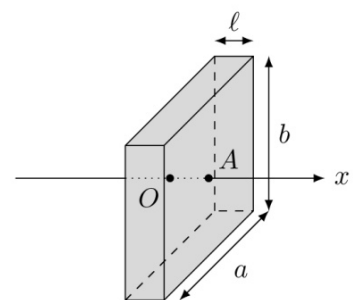


Figure 9

**IV.A.4)** Montrer qu'on peut relier la différence de températures  $T_1 - T_0$  au flux  $\Phi$ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique  $R_{th}$  de l'objet parallélépipédique.

**IV.B** – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à  $T_a$ , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant  $dt$  à travers une surface de section  $dS = dy dz$  :

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où  $h$  est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et  $T_0$  est la température de surface du solide (cf. **figure 10**).

**IV.B.1)** Donner l'unité de  $h$  dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique  $R_h$  qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface  $S$  de solide.

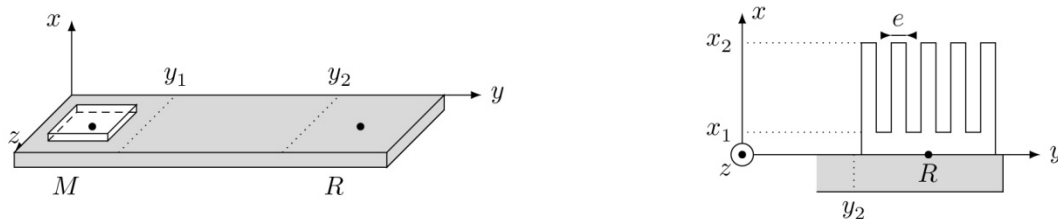
**IV.B.2)** Dans le cas d'une interface silicium/air,  $h_s = 30$  S.I. si l'air environnant est immobile et vaut  $h_c = 300$  S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions  $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$ . Calculer les valeurs des résistances thermiques  $R_{th}$  dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi  $R_h$  l'air étant immobile, commenter.

**IV.C** – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée  $\Delta t$  au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

**IV.D** – Pour maintenir le microprocesseur à sa température de fonctionnement optimale  $\simeq 70^\circ\text{C}$ , on utilise un radiateur sur lequel souffle l'air brassé par un ventilateur d'une part et un dispositif appelé caloduc d'autre part, qu'on se propose d'étudier.

Le caloduc est une enceinte métallique (elle est parfois en silicium) creuse, de volume constant, plate et longue, qui relie thermiquement le microprocesseur situé en  $M$  au radiateur situé en  $R$ . La plupart des ordinateurs portables en sont équipés. La **figure 11** à gauche représente le caloduc vu de l'extérieur.



**Figure 11**

Dans un premier temps, on étudie le radiateur (cf **figure 11** à droite) qui est une pièce métallique qui présente une surface de contact avec l'air très importante, grâce à un grand nombre d'ailettes parallélépipédiques représentées en coupe sur la **figure 11**. La dimension des ailettes dans la direction  $\vec{e}_z$  est notée  $l_z$ ,  $e$  selon  $\vec{e}_y$  et  $H = x_2 - x_1$  selon  $\vec{e}_x$ .

Pour étudier l'évolution de la température dans les ailettes, on isole une ailette, que l'on assimile à un milieu unidimensionnel selon  $\vec{e}_x$ . La température est notée  $T(x)$ , elle est uniforme dans une section de l'ailette. Enfin, comme l'ailette est plongée dans l'air, qui est en permanence renouvelé grâce au ventilateur, on considère que l'air qui entoure l'ailette a une température  $T_a = 20^\circ\text{C}$ , et on se limite à l'étude du régime stationnaire.

On note  $T_R$  la température au niveau du socle du radiateur, on considère que c'est la température en  $T(x_1)$  sur chacune des ailettes.

**IV.D.1)** Après avoir fait un schéma correspondant à l'étude d'une ailette considérée isolément, effectuer un bilan d'énergie sur une tranche de longueur  $dx$  de l'ailette.

Déduire de l'équation précédente l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$  :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} (T(x) - T_a) = 0$$

où  $\delta$  est à exprimer en fonction de  $\lambda$ ,  $e$ ,  $l_z$  et  $h$ .

Résoudre cette équation en considérant que la longueur  $H$  de l'ailette est très grande, c'est à dire  $H \rightarrow \infty$ .

**IV.D.2)** Calculer la puissance thermique évacuée par le radiateur complet, constitué de 6 ailettes et donner la valeur de la résistance thermique équivalente au radiateur.



Pour l'application numérique on prendra  $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $e = 2 \text{ mm}$  et  $l_z = 1 \text{ cm}$ .

**IV.E** – On étudie désormais le caloduc. Celui-ci est un constitué d'une enceinte métallique ou semi-conductrice de volume constant de petite dimension, dont la paroi interne est tapissée de fines rainures, dans lesquelles un liquide peut se déplacer par capillarité. À l'intérieur de l'enceinte, un corps pur diphasé (de l'eau, mais il peut être autre que de l'eau) a été injecté. L'ensemble forme un système fermé et passif.

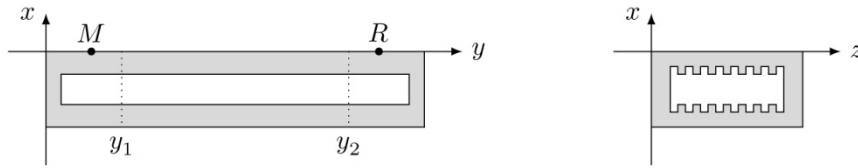


Figure 12

La figure 12 représente deux coupes du caloduc. Le schéma de gauche représente une coupe dans la longueur du caloduc, dans un plan de direction  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ , le schéma à droite représente une vue d'une section droite du caloduc.

On suppose que le caloduc est parfaitement dimensionné pour un microprocesseur qui dissipe une puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{micro}} = 20 \text{ W}$ , la température en  $M$  sous le microprocesseur est égale à  $71 \text{ }^\circ\text{C}$ , celle sous le point  $R$  vaut  $70 \text{ }^\circ\text{C}$  et l'eau circule à l'intérieur du caloduc de façon permanente. On admet qu'une goutte de liquide qui arrive sous le microprocesseur se vaporise totalement et qu'une bulle de vapeur qui arrive sous le radiateur se liquéfie totalement et pénètre dans les rainures. L'eau reste liquide lorsqu'elle circule à l'intérieur des micro rainures entre  $y_1$  et  $y_2$ .

Enfin, la zone intermédiaire, entre  $y_1$  et  $y_2$  est considérée adiabatique. Toutes les transformations envisagées sont supposées réversibles.

**IV.E.1)** Analyser le terme caloduc, à quel autre terme du langage courant vous fait-il penser ? Proposer une signification du terme caloduc.

**IV.E.2)** Les forces de capillarité sont susceptibles de provoquer la montée d'un liquide dans un tube vertical plongé dans un liquide de petit diamètre. Justifier qualitativement que les forces de capillarité travaillent.

**IV.E.3)** La figure 13 représente l'allure du cycle (en trait noir) décrit par une goutte de liquide à l'intérieur du caloduc, dans un diagramme représentant la pression  $P$  en fonction du volume massique  $v$ . La courbe grise est la courbe de saturation qui délimite le domaine où règne l'équilibre liquide-vapeur noté  $\ell/v$ .

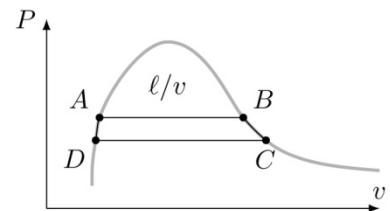


Figure 13

Expliquer qualitativement le fonctionnement du caloduc, en reliant les positions internes au caloduc aux points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  du cycle.

**IV.F** – En régime stationnaire de fonctionnement, le caloduc évacue toute la chaleur dissipée par le microprocesseur et les températures extrêmes sont séparées de  $T_R - T_M = 1 \text{ K}$ . Calculer la résistance thermique équivalente du caloduc et comparer celle-ci à celle d'un barreau de cuivre de mêmes dimensions.

Quel est l'intérêt du caloduc ?

## Données

Constante d'Avogadro

$$\mathcal{N}_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Constante de Boltzmann

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

Constante universelle des gaz parfaits

$$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

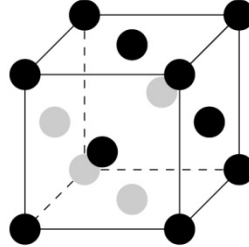
Masse d'un électron

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Expression du facteur de Boltzmann

$$\exp\left(-\frac{e}{kT}\right)$$

Maille d'un réseau cubique faces centrées



### Données sur le cuivre et le silicium

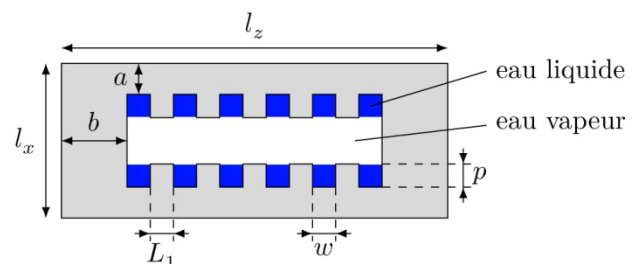
	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )	63,546	28,0855
Température de fusion ( $^{\circ}\text{C}$ )	1083	1410
Température d'ébullition ( $^{\circ}\text{C}$ )	2567	2355
État de la matière à $20^{\circ}\text{C}$ et 1 bar	solide	solide
Densité à $20^{\circ}\text{C}$ ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )	8,92	2,33
Niveaux d'oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	$[\text{Ar}]3d^{10}4s^1$	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Énergie d'ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique ( $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ )	$59,6 \times 10^6$	$2,52 \times 10^{-4}$
Conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	401	148
Chaleur massique ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	380	700

### Équilibre liquide vapeur de l'eau au voisinage de $70^{\circ}\text{C}$

$T$ (K)	$P$ (kPa)	$\rho_\ell$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	$\rho_v$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	$h_\ell$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	$h_v$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	$S_\ell$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$S_v$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$C_{v,\ell}$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$C_{v,v}$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
342	27,188	979,503	0,17440	279,866	2620,69	0,9165	7,8013	3,9416	1,4888
343	32,366	977,247	0,20537	296,628	2627,55	0,9655	7,7414	3,9208	1,4951
344	38,354	974,904	0,24077	313,401	2634,35	1,0140	7,6833	3,8999	1,5018

### Dimensions du caloduc

$b$ (mm)	$a$ (mm)	$l_x$ (mm)	$l_z$ (cm)	$w$ ( $\mu\text{m}$ )	$L_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$p$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_2 - y_1$ (cm)
6	1	2,9	2	20	80	70	10



*Spécification du microprocesseur i7-4500U*

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations <sup>†</sup>	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T <sub>JUNCTION</sub>	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168
Low Halogen Options Available	See MDDS