

## Physique : DM3

## Partie I - Ariane V (X - MP - 2018)

① Analyse préliminaire

① Soit  $\vec{F} = -\rho V_g \vec{e}_x$  cette expression est bien une force de poussée car :

- Si le gaz est éjecté vers l'arrière, la poussée est vers l'avant
- la poussée est d'autant plus grande que le débit est grand.
- la poussée fait intervenir  $\vec{v}_{\text{gaz}}/\text{fusée}$ , elle est indépendante du référentiel
- $[\vec{F}] = \text{MT}^{-1} \cdot \text{LT}^{-1} = \text{MLT}^{-2} = \text{force}$ .

② La vapeur d'eau est assimilée à un GP en équilibre à la température  $T_0$  dont l'énergie est purement cinétique d'où :

$$U = \langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T_0$$

$$\Leftrightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{3k_B T_0}{m} = \frac{3RT_0}{M_{H_2O}}$$

$$\Leftrightarrow \langle v^2 \rangle = 3rT_0 \text{ avec } r = \frac{R}{M_{H_2O}}$$

③ Soit  $F_{th} = \rho V_{th} = \rho A_0 v_{th} \times v_{th} = \rho A_0 v_{th}^2 = \rho A_0 \times 3rT_0$

$$\text{or } pV = nRT \Leftrightarrow \frac{p}{\rho} = rT \Leftrightarrow p_0 = \rho r T_0$$

$$\text{D'où } \underline{F_{th} = 3A_0 p_0}$$

④ A.N :  $F_{th} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ N}$ . Or le poids de la fusée  $m_f g_0 = 4,8 \cdot 10^6 \text{ N}$   
 $\Rightarrow$  la nécessité d'une tuyère.

$$(5) \text{ de la loi de Laplace est t.q : } \rho V^\gamma = \text{cste} \Leftrightarrow \frac{P}{\rho^\gamma} = \text{cste}$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} \text{ donc } c^2 = \frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho}$$

$$\text{or } p = \rho r T \Rightarrow \underline{c^2 = \gamma r T}$$

$$(6) \text{ des expressions } \left\{ \begin{array}{l} D = \rho_0 v_0 A_0 \\ \text{et} \\ \rho_0 = \frac{P_0}{r T_0} \end{array} \right. \Rightarrow v_0 = \frac{D}{\rho_0 A_0} = \frac{D r T_0}{P_0 A_0} = v_0 = 188 \text{ ms}^{-1}$$

$$(7) \text{ Soit } c_0 = \sqrt{\gamma r T_0} = 1450 \text{ ms}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0}{c_0} = 0,13 < 1 \quad \left. \vphantom{\frac{v_0}{c_0}} \right\} \text{écoulement subsonique.}$$

### (13) Hugoniot

(8) Soit  $D = \rho v A$  le débit massique. Or l'écoulement est stationnaire donc  $D = \text{cste}$

$$\Rightarrow \underline{\rho v A = \text{cste}}$$

$$(9) \text{ Soit } \rho v A = \text{cste} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (1)$$

$$\text{or } \begin{cases} \rho v dv = -dP \\ c^2 = \frac{dP}{d\rho} \end{cases} \Rightarrow c^2 = \frac{-\rho v dv}{d\rho} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{v dv}{c^2}$$

$$\text{D'où (1) s'écrit : } -\frac{v dv}{c^2} + \frac{dv}{v} + \frac{dA}{A} = 0 \Leftrightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dv}{v} \left( + \frac{v^2}{c^2} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{dA}{A} = \frac{dv}{v} (M^2 - 1)} \text{ où } M^2 = \frac{v^2}{c^2}$$

(10) Pour accélérer le gaz on veut  $dv > 0$ , or si l'écoulement est subsonique il faut alors :  $dA < 0$ . La tuyère (a) ne vérifie pas cette propriété

(11) Dans la partie convergente  $dA < 0$ ,  $v$  augmente tant que  $M$  reste inférieur à 1.  
 - Si  $M$  reste inférieur à 1 jusqu'au col, dans la partie divergente  $v$  diminue  
 - Si  $M$  devient supérieur à 1 avant le col alors  $v$  diminue avant le col.  
 Il faut donc que  $M^2 - 1$  change de signe au même temps que  $dA$  c'est au col.  
 $\Rightarrow \underline{M = 1 \text{ au col}}$

(12) La tuyère divergente peut être utilisée si dès la chambre de combustion, le gaz est supersonique.

(13) Puisque  $M^2 = \frac{v^2}{\gamma r T} \Rightarrow 2 \frac{dM}{M} = 2 \frac{dv}{v} - \frac{dT}{T}$   
 $\Rightarrow \underline{\frac{dM}{M} = \frac{dv}{v} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T}}$

(14) Laplace :  $\rho^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte} \Rightarrow (1-\gamma) \frac{dp}{\rho} + \gamma \frac{dT}{T} = 0 \Rightarrow \frac{dp}{\rho} = \frac{dT}{(\gamma-1)T}$

or  $dp = -\rho v dv \Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{\rho v^2} = -\frac{\gamma p}{\rho v^2} \frac{dp}{\rho}$

or  $\frac{p}{\rho} = rT \Rightarrow \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma rT = c^2$

d'où  $\frac{dv}{v} = -\frac{1}{M^2} \frac{dp}{\rho} = -\frac{1}{M^2} \cdot \frac{dT}{(\gamma-1)T}$

$\Rightarrow \underline{\frac{dv}{v} = \frac{1}{M^2} \frac{dT}{(1-\gamma)T}}$

$$\begin{aligned}
 (15) \text{ D'après (13) et (14): } \frac{dM}{M} &= \frac{dv}{v} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \\
 &= \frac{dv}{v} - \frac{1}{2} M^2 (1-\gamma) \frac{dv}{v} \\
 &= \frac{dv}{v} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{or } \frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dv}{v} \text{ (Hugoniot)}$$

$$\text{d'où } \frac{dM}{M} = \frac{1}{M^2 - 1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \frac{dA}{A}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dM}{M} \frac{M^2 - 1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dA}{A} = \frac{M^2 - 1}{1 + \alpha M^2} \frac{dM}{M} \text{ où } \alpha = \frac{\gamma-1}{2} > 0$$

$$(16) \text{ Soit } \frac{C_1}{M} + \frac{C_2 + C_3 M}{1 + \alpha M^2} = \frac{M^2 - 1}{M(1 + \alpha M^2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_1(1 + \alpha M^2) + C_2 M + C_3 M^2}{M(1 + \alpha M^2)} = \frac{M^2 - 1}{M(1 + \alpha M^2)}$$

$$\text{Donc: } \begin{cases} C_2 = 0 \\ \alpha C_1 + C_3 = 1 \Rightarrow C_3 = 1 + \alpha \\ C_1 = -1 \end{cases}$$

$$(17) \text{ On a donc } \frac{dA}{A} = -\frac{1}{M} + \frac{(1+\alpha)M}{1+\alpha M^2} dM \text{ qui s'intègre en:}$$

$$\ln A = -\ln M + \frac{1+\alpha}{2\alpha} \ln(1+\alpha M^2) + \text{cste.}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AM}{\text{cste}} = (1+\alpha M^2)^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}} \Leftrightarrow \frac{AM}{(1+\alpha M^2)^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}}} = \text{cste.}$$

$$\Leftrightarrow A f(M) = \text{cste} \text{ où } f(M) = \frac{M}{(1+\alpha M^2)^\beta} \text{ avec } \beta = \frac{1+\alpha}{2\alpha}$$

18) D'après sa définition  $\beta > \frac{1}{2}$  donc  $\lim_{M \rightarrow 0} f(M) = 0$ , et  $f(0) = 0$ . Comme  $f$  est continue et positive, la fonction admet un maximum.

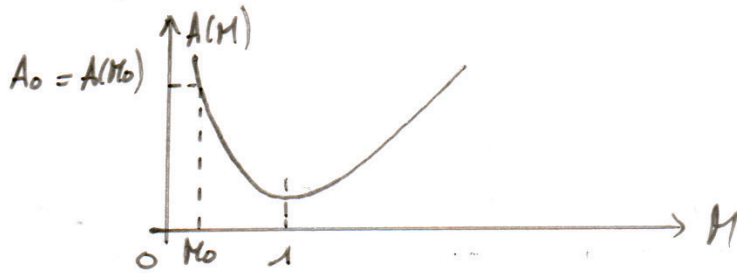
Or  $A f(M) = \text{cte}$

$\Rightarrow f(M)$  maximum quand  $A$  minimum c'est à dire au col

19) Soit  $A(M) = \frac{\text{cte}}{f(M)}$  qui présente un minimum en  $M=1$  et diverge pour  $M=0$  et  $\infty$ .

Pour  $M \ll 1$  :  $A(M) \approx \text{cte}/M$

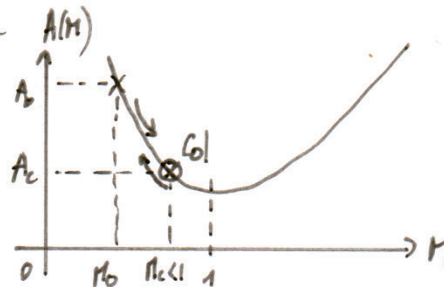
Pour  $M \gg 1$  :  $A(M) \approx \text{cte} \cdot \kappa^\beta \cdot M^{2\beta-1}$



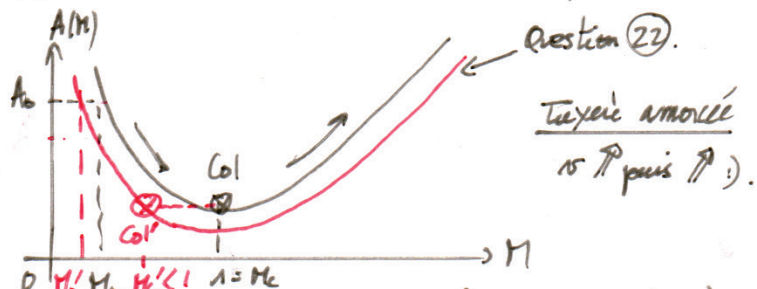
20) Dans la partie convergente  $A$  diminue donc  $M$  augmente.

- Si au col  $M$  n'a pas atteint la valeur 1, dans la partie divergente  $M$  diminue en repassant sur le tracé utilisé dans la partie convergente.

- la valeur de  $M=1$  ne peut pas être atteinte avant le col car il faudrait que  $A$  puisse encore diminuer



- Si la section au col est assez faible, on atteint  $M=1$  au col et dans la partie divergente on se retrouve sur la partie croissante de la courbe.  $M$  devient supérieur à 1



21) Mercat avec  $\alpha$ .

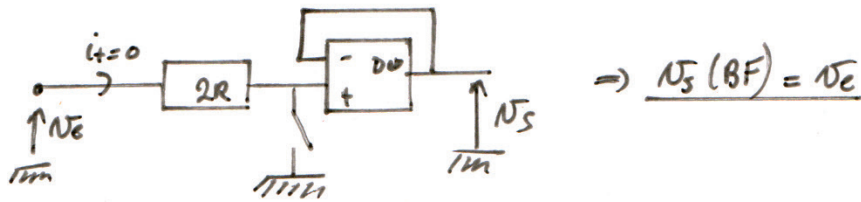
22) Pour  $M_0' < M_0$  on a donc pour le  $\hat{m}$   $A_0 f(M_0') < A_0 f(M_0)$   
 $\Rightarrow M_c' < 1$  on se retrouve dans le cas d'une tuyère non amorcée.

## Partie II - Electronique (Centrale TSI - 2010)

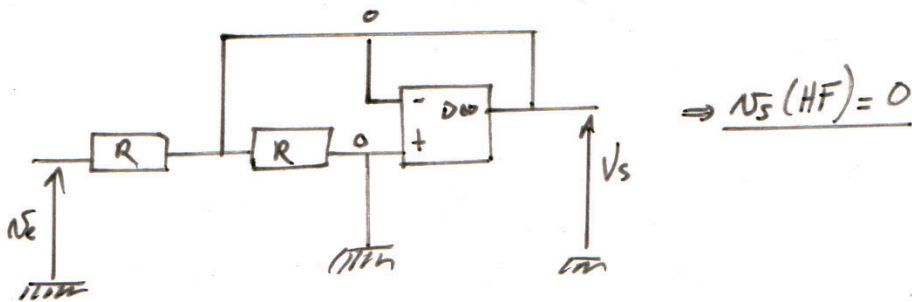
III.A.1) Un ALE idéal fonctionnant en régime linéaire vérifie :

- $i_+ = i_- = 0$  (impédance d'entrée infinie)
- $V_+ = V_-$

III.A.2) (a). Soit  $Z_C = 1/j\omega C \Rightarrow Z_C(BF) = +\infty \Rightarrow$  modélisation par circuit ouvert.



(b) De même  $Z_C(HF) = 0 \Rightarrow$  modélisation circuit fermé.



(c) Nature du filtre: Passes-bas

III.B.1) loi des noeuds en A:  $\frac{V_A - V_e}{R} + (V_A - V_+)/R + (V_A - V_s) 2j\omega C = 0$  (1)

. en + :  $(V_+ - 0)j\omega C + (V_+ - V_A)/R = 0$  (2)

. Et  $V_+ = V_- = V_s$  (3)

(2) s'écrit:  $V_+ (j\omega C + 1/R) = \frac{V_A}{R} \Rightarrow V_A = V_s (1 + jRC\omega)$

d'où (1):  $V_s \frac{(1 + jRC\omega) - V_e}{R} + [V_s (1 + jRC\omega) - V_s] \left( \frac{1}{R} + 2j\omega C \right) = 0$

$$\Leftrightarrow V_S \left[ \frac{1}{R} + j\omega C + j\omega C + j^2 R C^2 \omega^2 \times 2 \right] V_S = \frac{V_E}{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_S}{V_E} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega + 2(jRC\omega)^2}$$

Par analogie :  $H_0 = 1$ ,  $\frac{2d}{\omega_0} = 2CR$  et  $\frac{1}{\omega_0^2} = 2R^2C^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} H_0 = 1 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2} RC} \\ \frac{1}{\omega_0} = RC \Leftrightarrow d = RC\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Donc } \underline{H} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\frac{d}{\omega_0} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \begin{cases} H_0 = 1, d = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{et} \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{RC} \end{cases}$$

C'est bien l'expression d'un passe-bas d'ordre 2 t.g.  $\begin{cases} \underline{H}(BF) = 1 \\ \underline{H}(HF) = 0. \end{cases}$

M.B.2) (a) On a  $\underline{V}_{sm} = |\underline{H}| \underline{V}_{em}$

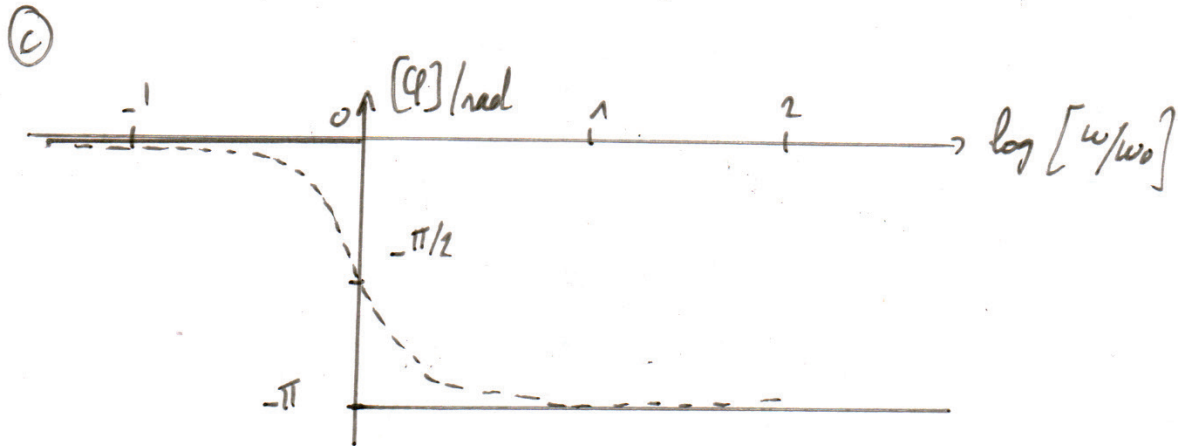
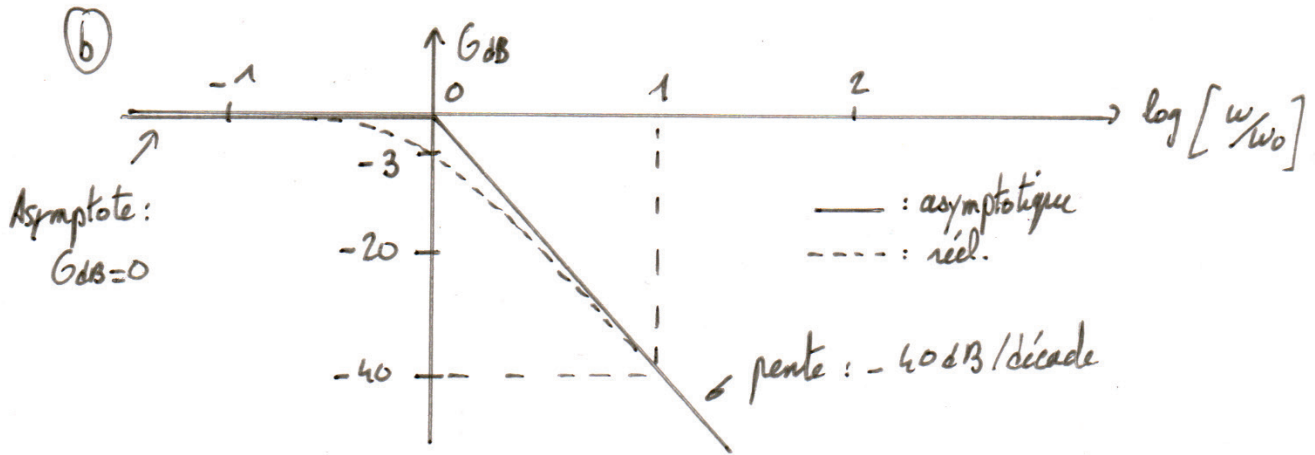
• On mesure à l'aide d'un oscilloscope l'amplitude des 2 signaux (Un que c'est un rapport on peut aussi mesurer  $V_{rms}$  ou  $V_{pp}$ )

(b) Soit  $\varphi_s = \varphi + \varphi_e$  ou  $\varphi = \text{Arg } \underline{H}$

• On mesure  $\varphi_s - \varphi_e = \varphi$  à l'aide des mesures automatiques des oscilloscopes numériques.

M.B.3) (a) On a  $\underline{H}^2 = \frac{1}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4\frac{d^2}{\omega_0^2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (-2 + 4d^2)}$

or  $4d^2 = 2 \Rightarrow |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$



Pour  $\omega = \omega_0$  :  $\varphi = -\pi/2$

IV.A) Soit  $\begin{cases} f_{m1} = 300 \text{ Hz} \\ f_{m2} = 41,5 \text{ kHz} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 10^6 \text{ m} \\ d_2 = 66,7 \cdot 10^3 \text{ m} \end{cases}$  d'où une antenne de  $\begin{cases} 33 \text{ km} \\ \text{à} \\ 500 \text{ km} \end{cases}$

$\Rightarrow$  C'est irréalisable

Pour émettre un signal il faudra donc des signaux de HF pour diminuer les tailles d'antenne : c'est le rôle de la gateuse.

IV.B.1) D'après le schéma :  $s = kpc + p = p(1 + ke)$

$\Leftrightarrow s(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} t) [1 + k A_m \cos(2\pi f_m t)]$

$\Leftrightarrow s(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} t) [1 + m \cos(2\pi f_m t)]$  où  $m = k A_m$



# Annexe

Cette annexe doit être rendue avec les autres copies. Il ne pourra pas être délivré d'autres exemplaires de ce document.

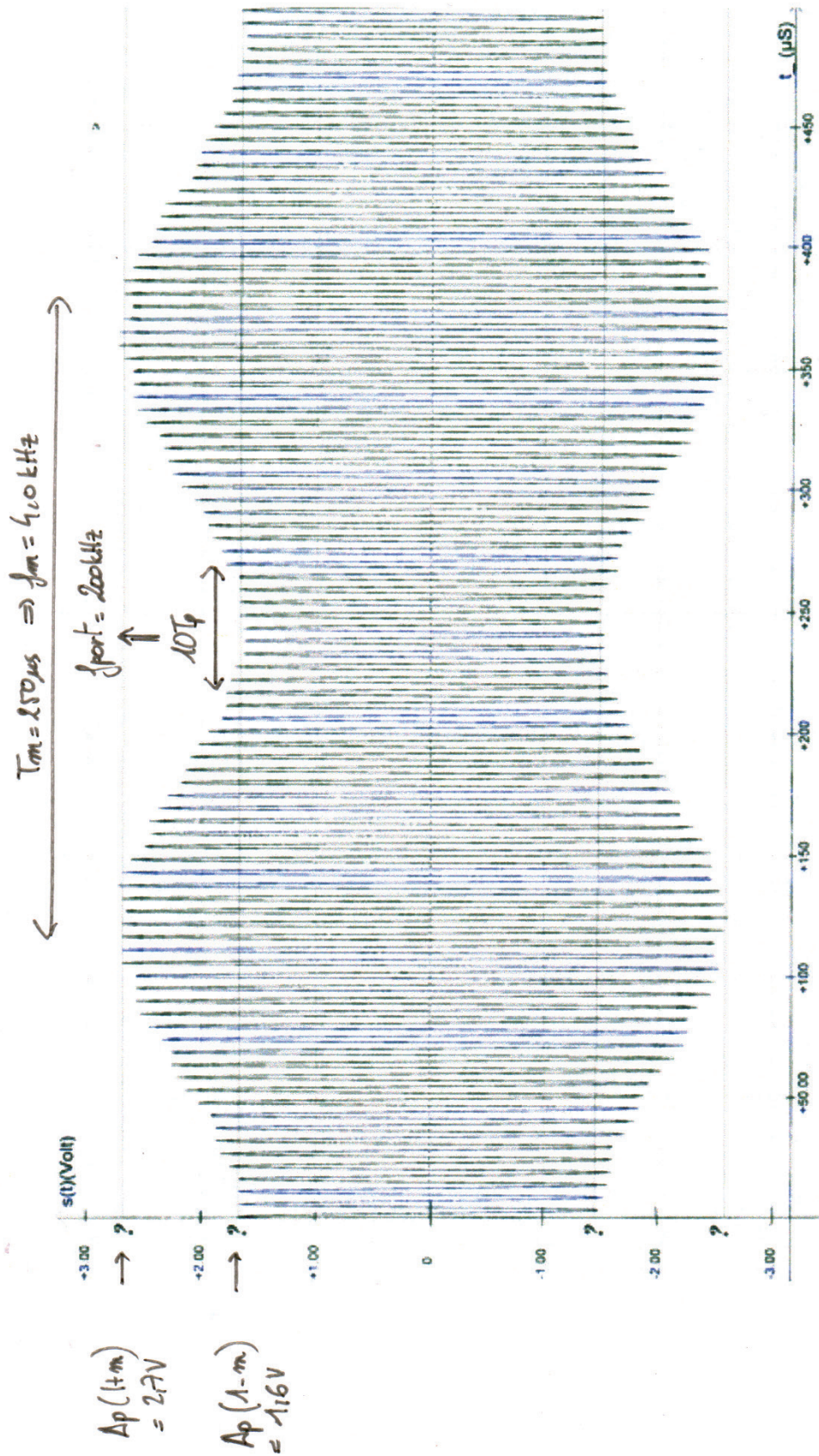


Figure 7

IV.B.2) la courbe est formée d'une enveloppe de période  $T_m = 5 \mu s$   
 d'une "sinusoïde" de période  $T_{port} = 250 \mu s$   $\Rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} f_{port} = 2000 \text{ Hz} \\ f_m = 4 \text{ kHz} \end{array} \right.$

d'amplitude du signal varie de  $A_p(1-m)$  à  $A_p(1+m)$   
 $= 1,6 \text{ V}$   $= 2,7 \text{ V}$

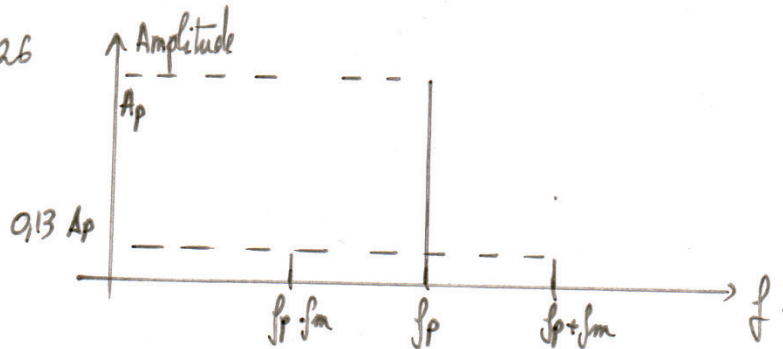
$$\Rightarrow \begin{cases} A_p(1-m) = 1,6 = a \\ A_p(1+m) = 2,7 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2A_p = a+b \\ 2m A_p = b-a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_p = \frac{a+b}{2} = 2,15 \text{ V} \\ m = \frac{b-a}{2A_p} = 0,26 < 1 \end{cases}$$

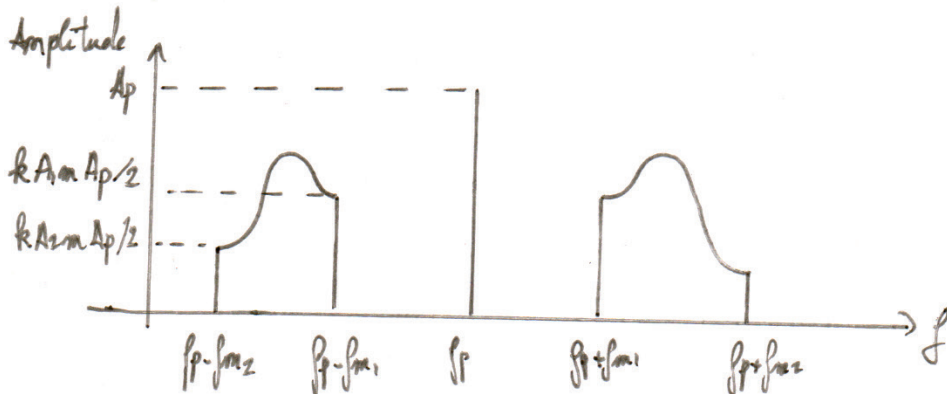
IV.B.3) Soit  $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$$\Rightarrow s_p = A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{mA_p}{2} [\cos(2\pi(f_p+f_m)t) + \cos(2\pi(f_p-f_m)t)]$$

On que  $m = 0,26$



IV.B.4) (a) le nouveau spectre est donc



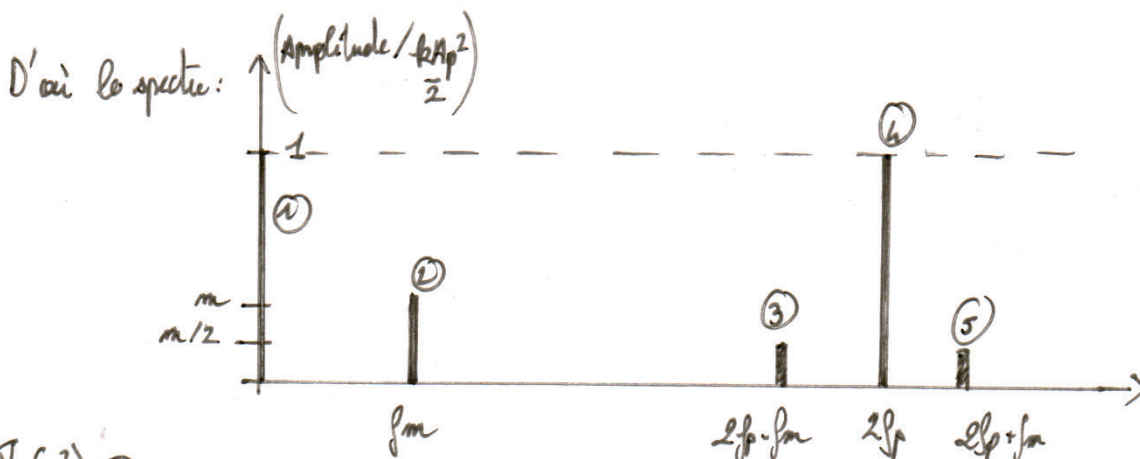
⑥ Si on veut récupérer tout  $s(t)$  il faut une BP t.q :  $[f_p - f_m; f_p + f_m]$   
 $= [180,5 \text{ kHz}, 183,5 \text{ kHz}]$

D'où un passse bande t.q  $Q = \frac{f_{port}}{\Delta f} = \frac{180}{9} = 20.$

⑦ La BP est assez étroite pour récupérer l'ensemble des signaux avec une antenne de  $l = \frac{\lambda}{2} \approx 0,8 \text{ km}$ . En fait les antennes émettrices travaillent à  $\frac{\lambda}{6} = 0,27 \text{ km}$  pour Europe 1 (Ce n'est pas la bande FM, mais la bande AM).

IV.C.1) Soit  $s'(t) = kps = kA_p \cos(2\pi f_p t) [A_p (1 + kA_m \cos(2\pi f_m t))] \cos(2\pi f_p t).$   
 $= kA_p \cos(2\pi f_p t) [A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{kA_m A_p}{2} [\cos 2\pi(f_p + f_m)t + \cos 2\pi(f_p - f_m)t]]$   
 $= \frac{kA_p^2}{2} [1 + \cos(2\pi \cdot 2f_p t)] + \frac{kA_m}{2} [\cos 2\pi(2f_p + f_m)t + \cos 2\pi(2f_p - f_m)t + 2\cos(2\pi f_m t)]$

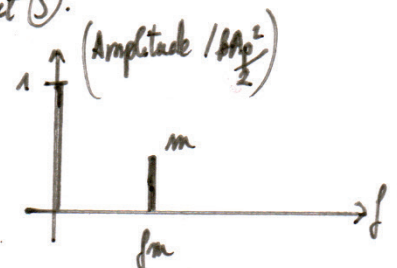
$\Rightarrow s'(t) = \frac{kA_p^2}{2} \left[ 1 + \cos(2\pi \cdot 2f_p t) + \frac{m}{2} [\cos(2\pi f_m t) + \cos 2\pi(2f_p + f_m)t + \cos[2\pi(2f_p - f_m)t]] \right]$



IV.C.2) a)

Soit  $f_m < f_{ca} < f_{port} \Rightarrow$  le filtre passe bas 1 élimine ③, ④ et ⑤.

$\rightarrow s''(t) = \frac{kA_p^2}{2} [1 + \cos(2\pi f_m t) \cdot m]$



- b) On veut éliminer les composantes 3,4,5 d'où la forte atténuation  $-80\text{dB}$  qu'on aura avec un passe-bas d'ordre 2 t.q :

$$\begin{aligned} G_{dB}(2f_p) &= -80\text{dB} \\ \Leftrightarrow -40 \log x &= -80\text{dB} \\ \Leftrightarrow \log \frac{2f_p}{f_0} &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{2f_p}{f_0} &= 100 \quad \Leftrightarrow \underline{f_0 = \frac{2f_p}{100} = 3,7\text{kHz.}} \end{aligned}$$

$$\text{or } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{2} RC} \Rightarrow \underline{R = \frac{1}{2\pi \sqrt{2} \cdot C f_0} = 30,4\text{k}\Omega}$$

- c) le condensateur C' élimine la composante continue

$$\rightarrow \underline{d(t) = \frac{kA_p^2}{2} m \cdot \cos(2\pi f_m t)}$$

- d) de 2<sup>nd</sup> filtre et t.q:  $f_{cc} < f_m \Rightarrow \underline{a(t) = \frac{kA_p^2}{2}}$

- e) Donc  $\underline{e(t) = Am \cos(2\pi f_m t) = \frac{1}{k} \frac{d}{a} = e(t)}$

Grâce aux signaux  $d(t), a(t)$  et la valeur de  $k$  on retrouve  $e(t)$