

Physique : DS5

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

Partie I – Les miroirs de télescope

I.1. Interférences de deux sources ponctuelles

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O, xyz)$. Des interférences lumineuses sont obtenues à l'aide d'un dispositif interférentiel permettant de créer deux sources ponctuelles cohérentes S_1 et S_2 à partir d'une même source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde dans l'air λ . Les deux sources S_1 et S_2 , distantes de a , émettent des ondes lumineuses sphériques en phase et de même intensité (ou éclairement) I_0 . Le milieu S du segment S_1S_2 est situé sur l'axe Ox . L'écran d'observation est placé dans le plan yOz à la distance d de S . Le dispositif interférentiel est placé dans l'air d'indice 1. Il permet d'orienter l'axe des sources, soit parallèlement à l'écran selon l'axe Oz (**figure 1**), soit perpendiculairement à l'écran selon l'axe Ox (**figure 2**).

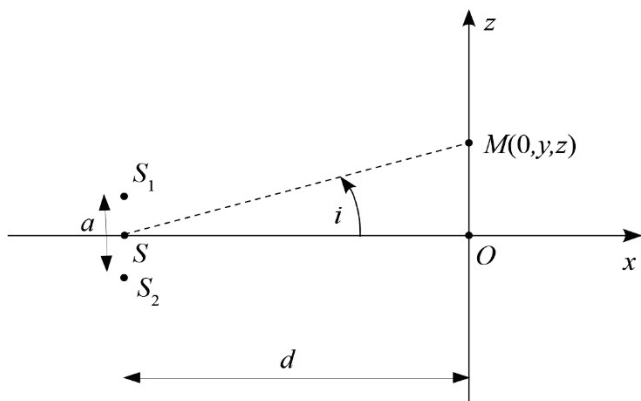


Figure 1

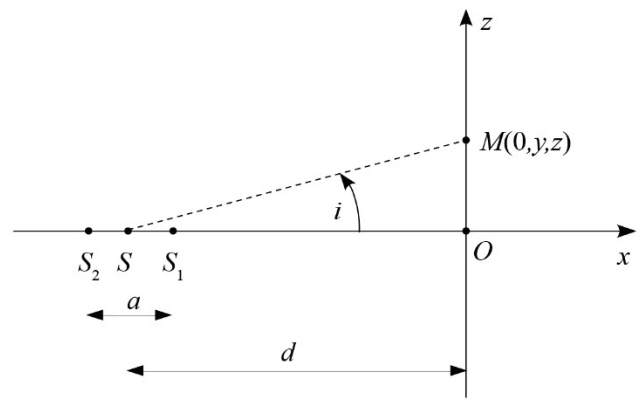


Figure 2

- I.1.1.** Exprimer l'intensité lumineuse (ou l'éclairement) $I(M)$ en un point $M(0, y, z)$ de l'écran en fonction de l'intensité I_0 de chacune des sources et du déphasage $\Delta\phi(M)$ au point M entre les deux ondes issues de S_1 et S_2 .
- I.1.2.** Relier $\Delta\phi(M)$ à la différence de marche géométrique $\Delta L(M)$ au point M entre les deux ondes lumineuses provenant des sources S_1 et S_2 et atteignant M .

- I.1.3.** On se place dans le cas où l'axe des deux sources est parallèle au plan de l'écran (**figure 1**, page 2). Pour observer des interférences, le dispositif interférentiel est éclairé avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500\text{nm}$ et réglé de façon à obtenir une figure d'interférence dont les dimensions sont de l'ordre du centimètre, avec $a = 1\text{mm}$ et $d = 1\text{m}$.
- I.1.3.a.** En fonction des réglages imposés au dispositif interférentiel, exprimer la différence de marche $\Delta L(M)$ en fonction de a , d et de la position du point M .
- I.1.3.b.** Exprimer l'intensité $I(M)$ sur l'écran d'observation en fonction de la position du point M .
- I.1.3.c.** Calculer l'ordre d'interférence p_0 au point O . Commenter.
- I.1.3.d.** Décrire l'allure de la figure d'interférence observée sur l'écran. Déterminer en fonction de a , λ et d la distance d_i entre deux franges brillantes (interfrange).
- I.1.3.e.** Application numérique : calculer la position du premier maximum d'intensité lumineuse situé en dehors du centre O de l'écran.
- I.1.4.** On se place maintenant dans le cas où l'axe des deux sources est perpendiculaire au plan de l'écran (**figure 2**, page 2). Le dispositif interférentiel est toujours éclairé avec la même source et il est réglé de façon à obtenir une figure d'interférence dont les dimensions sont de l'ordre du centimètre avec $a = 1\text{mm}$ et $d = 1\text{m}$.
- I.1.4.a.** En fonction des réglages imposés au dispositif interférentiel, montrer que la différence de marche $\Delta L(M)$ au point M s'exprime en fonction de a et de l'angle i , formé entre le segment SM et l'axe Ox par la relation :

$$\Delta L(M) = a \cos i.$$
- Il sera judicieux d'utiliser l'égalité $S_1M^2 = SM^2 + SS_1^2 - 2\overline{SM} \cdot \overline{SS_1}$.
- I.1.4.b.** D'après les dimensions de la figure d'interférence, l'angle i est voisin de 0 et on peut utiliser les développements limités de sinus, cosinus et tangente à l'ordre 2. Exprimer la différence de marche $\Delta L(M)$ au point M en fonction de d , a et de la position du point M .
- I.1.4.c.** Donner l'expression de l'intensité $I(M)$ sur l'écran d'observation en fonction de la distance $\rho = OM$.
- I.1.4.d.** Application numérique : calculer l'ordre d'interférence p_0 au point O . Commenter.
- I.1.4.e.** Représenter, en la justifiant, l'allure de la figure d'interférence observée sur l'écran.

I.1.4.f. Evaluer approximativement la position du premier maximum d'intensité lumineuse situé en dehors du centre O de l'écran.

I.1.5. Comment faut-il modifier le système pour observer les figures d'interférences localisées à l'infini ?

I.2. Dispositif interférentiel

Le dispositif interférentiel est représenté **figure 3**. Son principe de fonctionnement est similaire à celui de l'interféromètre de Michelson. Il est composé d'un séparateur de faisceau constitué de deux prismes droits de section rectangle isocèle identiques accolés par leurs bases et de deux miroirs plans M_1 et M_2 , de centre respectif O_1 et O_2 . Il est éclairé par une source ponctuelle S_L , obtenue grâce à un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$ provenant d'un laser ; le faisceau laser est expansé grâce à une lentille de focale image $f' = 1 \text{ cm}$ placée entre le faisceau laser et la face d'entrée du séparateur. Le séparateur de faisceau se comporte comme une lame séparatrice L_p , unique, d'épaisseur nulle (face commune aux deux prismes) qui transmet 50 % de l'intensité lumineuse, l'autre partie étant réfléchie.

On note $\ell = S_L O_p = 10 \text{ cm}$ la distance entre la source ponctuelle S_L et le centre O_p de la séparatrice et $L = O_p O = 70 \text{ cm}$ la distance entre la séparatrice et l'écran (E).

Les deux miroirs sont mobiles et peuvent pivoter autour de leurs axes $O_1 y$ et $O_2 y$. On note α_1 et α_2 les angles de rotation de chacun des miroirs, pris respectivement entre $(O_1 z$ et M_1) et $(O_2 x$ et M_2).

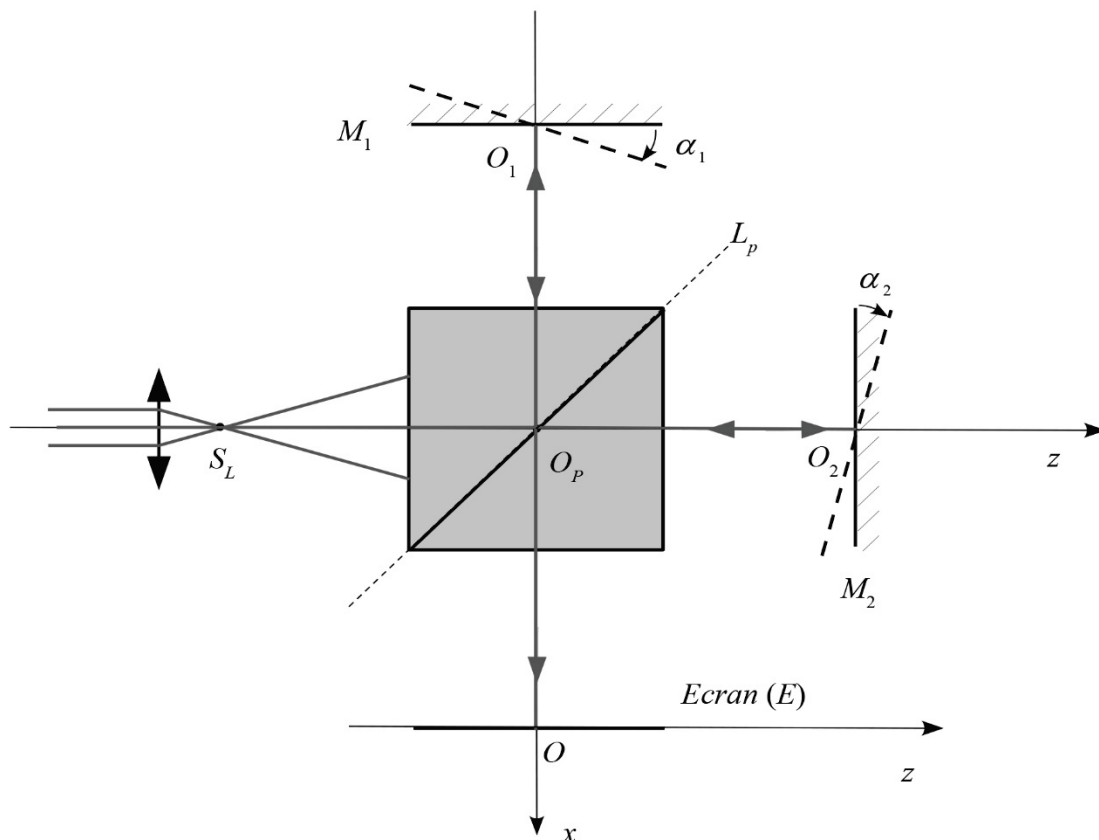


Figure 3 : dispositif interférentiel

- I.2.1.** On se place dans le cas où les deux miroirs M_1 et M_2 sont orthogonaux (M_1 est dans le plan yO_1z et M_2 dans le plan xO_2y). Les positions des miroirs sont données par les distances $d_1 = O_pO_1$ et $d_2 = O_pO_2$ avec $d_2 \geq d_1$.
- I.2.1.a.** En vous aidant d'un schéma clair, déterminer les coordonnées dans le repère (O,xyz) des sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre en fonction de ℓ , L , d_1 et d_2 . S_1 est l'image de la source S_L issue des réflexions sur L_p et M_1 ; S_2 est l'image de S_L issue des réflexions sur M_2 et L_p .
- I.2.1.b.** En déduire la distance a qui sépare les sources S_1 et S_2 et la distance d de leur milieu S à l'écran en fonction de ℓ , L , d_1 et d_2 .
- I.2.1.c.** Le miroir M_1 réglé à $d_1 = \ell$ restant fixe, le miroir M_2 est translaté de façon à obtenir un éclairage uniforme de l'écran. Donner dans ces conditions la valeur de a .
- I.2.2.** A partir de la position précédente, le miroir M_2 est déplacé parallèlement à l'axe Oz d'une distance e , telle que $d_2 - d_1 = e > 0$ avec $e \ll d_1$ et $e \ll d_2$.
- I.2.2.a.** Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran.
- I.2.2.b.** Le centre de la figure d'interférence est brillant. La première frange brillante, hors de l'axe, est située à 20 mm du centre de la figure. Calculer, à partir des résultats obtenus dans la partie **I.1**, la distance e .
- I.2.2.c.** Calculer l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférence.
- I.2.3.** A partir de la position des miroirs obtenus question **I.2.1.c**, on fait subir à chaque miroir une très faible rotation, dans le même sens et du même angle α ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$).
- I.2.3.a.** Montrer, en vous aidant d'un schéma, que les sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre sont situées sur un axe parallèle à Oz , le milieu S de S_1S_2 étant sur l'axe Ox .
- I.2.3.b.** Déterminer la distance a entre les deux sources et la distance d du milieu des sources à l'écran en fonction de α , ℓ et d_1 ou d_2 .
- I.2.3.c.** Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran.
- I.2.3.d.** La distance entre deux franges brillantes consécutives est égale à $d_i = 5 \text{ mm}$. Calculer, à partir des résultats obtenus dans la partie **I.1**, l'angle α en radians.
- I.2.3.e.** Comment varie la distance entre les franges si on augmente l'angle α ?

Partie II – Mesures interférométriques

Données

Deutérium D masse molaire atomique $M_D \approx 3.10^{-27} \text{ kg.mol}^{-1}$.

Charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masse d'un électron $m = 9.10^{-31} \text{ kg}$.

Célérité des ondes électromagnétiques dans le vide $C = 3.10^8 \text{ m/s}$

Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

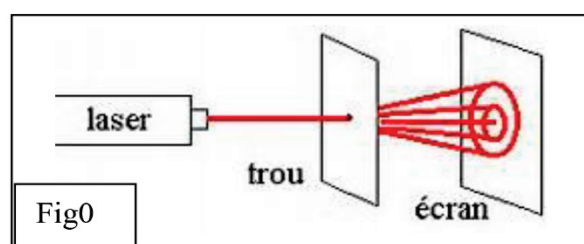
Rotationnel d'un champ de vecteur en coordonnées cylindriques :

Toutes les parties du problème sont très largement indépendantes

A. Mesures interférométriques

A-I) Trou d'Young.

Un Laser envoie, sur un trou circulaire de faible diamètre d percé dans un plan π_0 , un faisceau de lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0 (Fig 0). On observe la figure 1 sur écran π_E placé à la distance D de π_0 (π_E et π_0 sont parallèles).



Le faisceau incident se propage dans l'air (indice absolu N_a) dans la direction $X'X$ perpendiculaire aux plans.

On associe au plan π_E un repère ($Y'Y, Z'Z$).

La figure 2 donne, en fonction de z , l'intensité lumineuse I observée sur π_E .

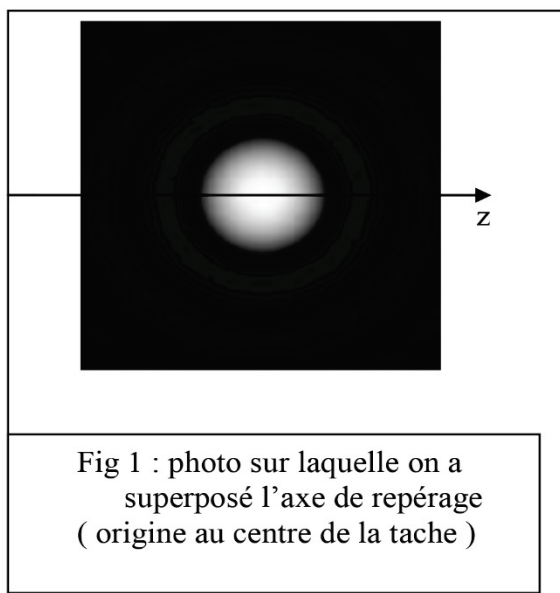
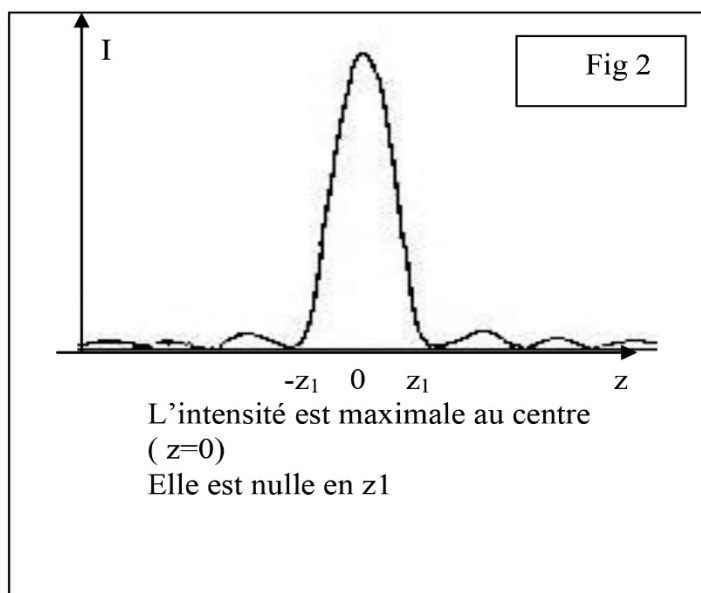


Fig 1 : photo sur laquelle on a superposé l'axe de repère (origine au centre de la tache)



L'intensité est maximale au centre ($z=0$)
Elle est nulle en z_1

1°)

a- Quel est le phénomène physique mis en jeu ?

b- Le rayon R de la tache centrale, supposé égal à z_1 , est donné par une des relations

suivantes : $\kappa \cdot \frac{\lambda_0 D}{N_a d}$ ou $\kappa \cdot \frac{\lambda_0 D}{N_a d^2}$ ou $\kappa \frac{\lambda_0 d}{N_a D}$

Ecrire la bonne réponse en justifiant brièvement les raisons de votre choix

(κ est une constante sans dimension dépendant de la géométrie et dont la valeur approchée est $\kappa = 1,2$ pour un trou circulaire).

2°) On peut considérer que le trou d'Young se comporte comme une source lumineuse, notée S, quasi ponctuelle, émettant de la lumière dans un cône d'ouverture θ correspondant à la tache centrale de la figure 1.

- Evaluer θ littéralement.
- Tracer, en fonction de z , le profil de l'intensité lumineuse sur π_E en supposant que la zone éclairée l'est uniformément.
- Comparer ce profil et la figure 2. Conclure en 5 lignes maximum sur la validité de ce modèle.

Dans toute la suite, les trous d'Young seront assimilés à une telle source ponctuelle.

A-II) dispositif interférentiel à deux trous d'Young.

Le dispositif est le même qu'en A-I, mais le faisceau arrive sur deux trous d'Young percés dans le plan π_0 (fig 3). Ces trous d'Young, éclairés par un faisceau incident parallèle se propageant dans la direction OX, se comportent comme deux sources lumineuses S1,S2 ponctuelles, monochromatiques, synchrones, cohérentes, distantes de b (fig 3a) ; ces deux sources émettent une même lumière de longueur d'onde dans le vide λ_0 . Elles sont symétriques par rapport à l'axe OX.

Ces ondes se propagent dans l'air d'indice optique absolu N_a .

On utilise le repère {OXYZ}, l'origine O étant au milieu de S1S2 (Fig3).

On observe des interférences dans la zone commune d'éclairement du plan π_E .

Cette zone est sensiblement un disque de rayon $R = 1$ cm (Fig 3 et 3b).

On s'intéresse aux phénomènes en un point M ($x=D,y,z$) du plan π_E .

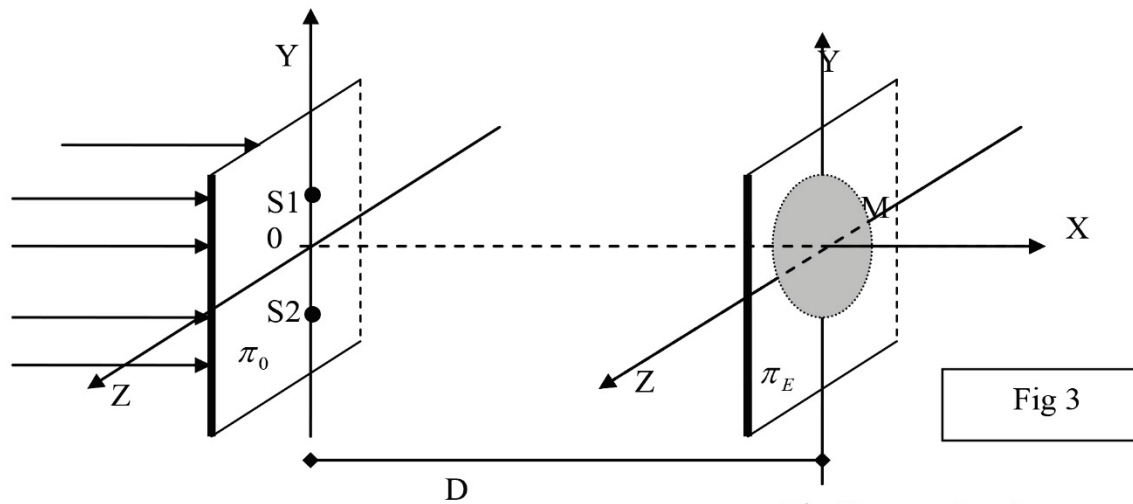


Fig 3a: Vue en coupe

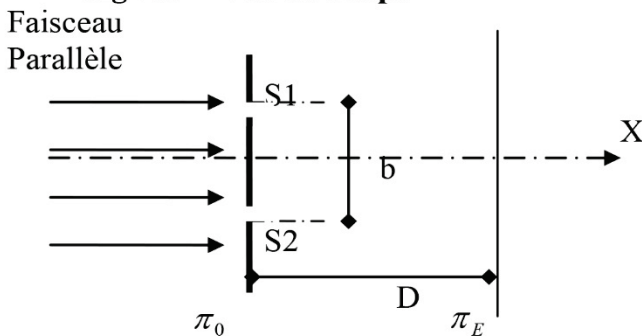
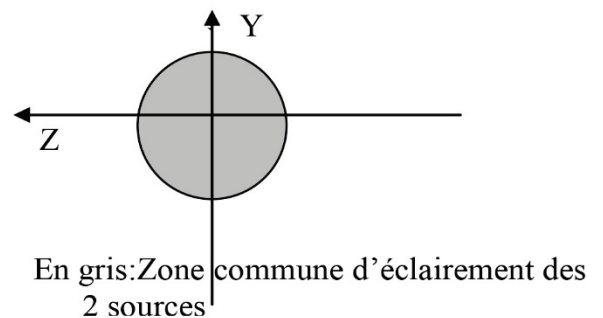


Fig 3b: vue du plan π_E



1°) Préciser la signification des termes synchrone et cohérent.

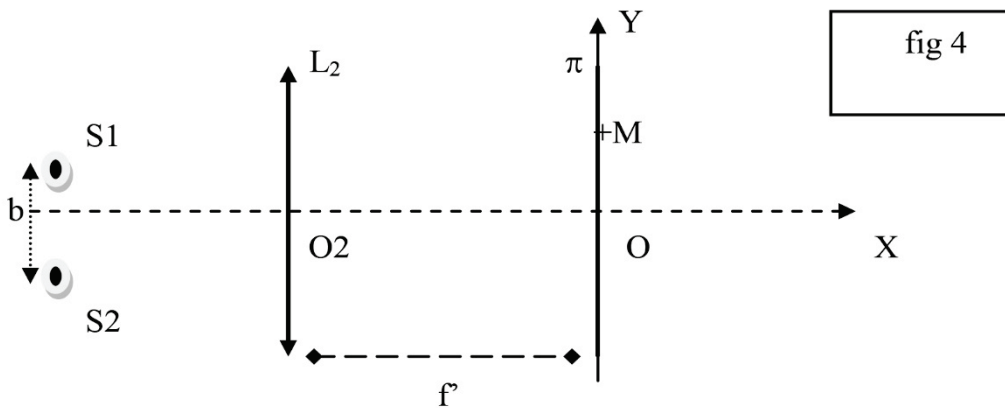
2°) Les distances séparant les sources du point M(de coordonnées D,y,z) sont notées respectivement $d_1= S_1M$ et $d_2=S_2M$.

- Evaluer d_2,d_1 en fonction de y, z, D et b .

- b- En déduire la différence de marche $\Delta = d_2 - d_1$ lorsque y , z et b sont très petits devant D .
- c- Relier la différence de chemin optique $\delta_{2/1}$, Δ et l'indice absolu de l'air N_a .
- 3°) Montrer que l'intensité lumineuse au point M est de la forme $I = A \cdot \{1 + \cos(B)\}$ et expliciter B en fonction de $\delta_{2/1}$ et λ_0 .
- 4°) Reproduire et compléter la fig 3b en dessinant l'allure géométrique des franges d'intensité maximale.
- 5°) Evaluer le nombre de franges d'intensité maximale observable avec : $\lambda_0 = 500\text{nm}$,
 $b = 2\text{mm}$, $N_a \cong 1$; $D = 2\text{m}$.

A- III) Montage expérimental.

On reprend le montage précédent de A-II mais on observe, à présent, les phénomènes sur un écran π situé dans le plan focal image d'une lentille convergente (L_2). Cette lentille, fonctionnant dans les conditions de Gauss, sera considérée comme parfaitement stigmatique pour ses points conjugués. Les trous d'Young sont symétriques par rapport à l'axe optique OX de la lentille L_2 .



On regarde ce qui se passe en un point M d'ordonnée y du plan π . On suppose que S1 et S2 sont en phase. Démontrer que la différence de chemin optique $\delta_{2/1}$ entre l'onde arrivant en M issue de S2 et celle issue de S1 est : $\delta_{2/1} = N_a \cdot \frac{bY}{f'}$

On justifiera de manière précise, à l'aide de schémas, les raisonnements utilisés.

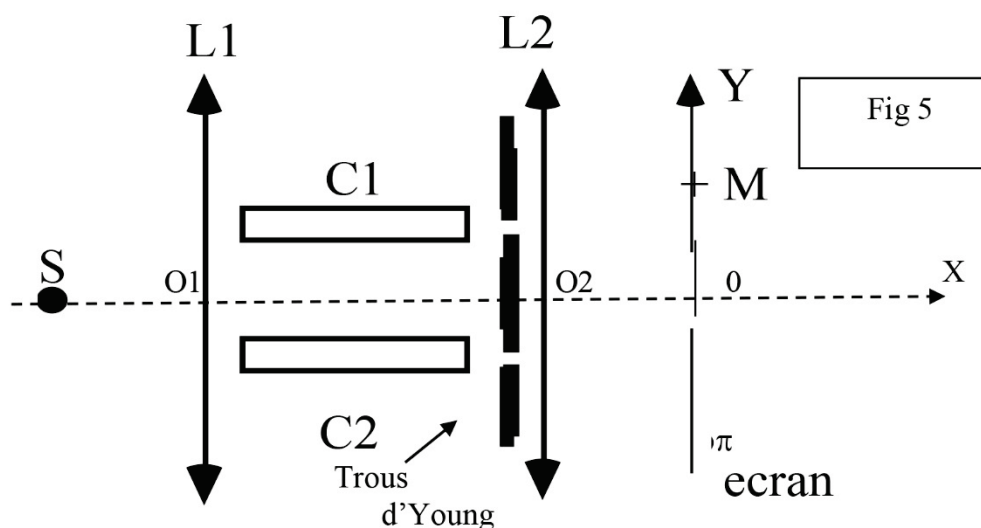
A-IV) Mesure d'indice de réfraction.

Le dispositif de mesure comprend une source de lumière monochromatique S, ponctuelle, de longueur d'onde dans le vide λ_0 , placée au foyer objet d'une lentille convergente L1 (fig 5). Entre les deux lentilles L1 et L2 (considérées comme minces, identiques, de distance focale f'), on dispose deux cuves C1 et C2 identiques de longueur L. Deux fentes d'Young séparées de la distance b sont placées avant L2 symétriquement par rapport à l'axe SO.

On observe sur un écran π dans le plan focal image de L2. Les points S et O sont sur l'axe optique commun de L1 et L2.

La cuve C2 contient de l'air d'indice optique absolu N_a ; la cuve C1 contient un gaz d'indice optique absolu N_1 .

- 1°) Déterminer la différence de chemin optique $\delta_{2/1}$ entre une onde issue de S arrivant en M en étant passée par C2 et celle qui est passée par C1.
 On donnera le résultat en fonction de N_a , N_1 , b , f' , L et l'ordonnée y de M sur π .



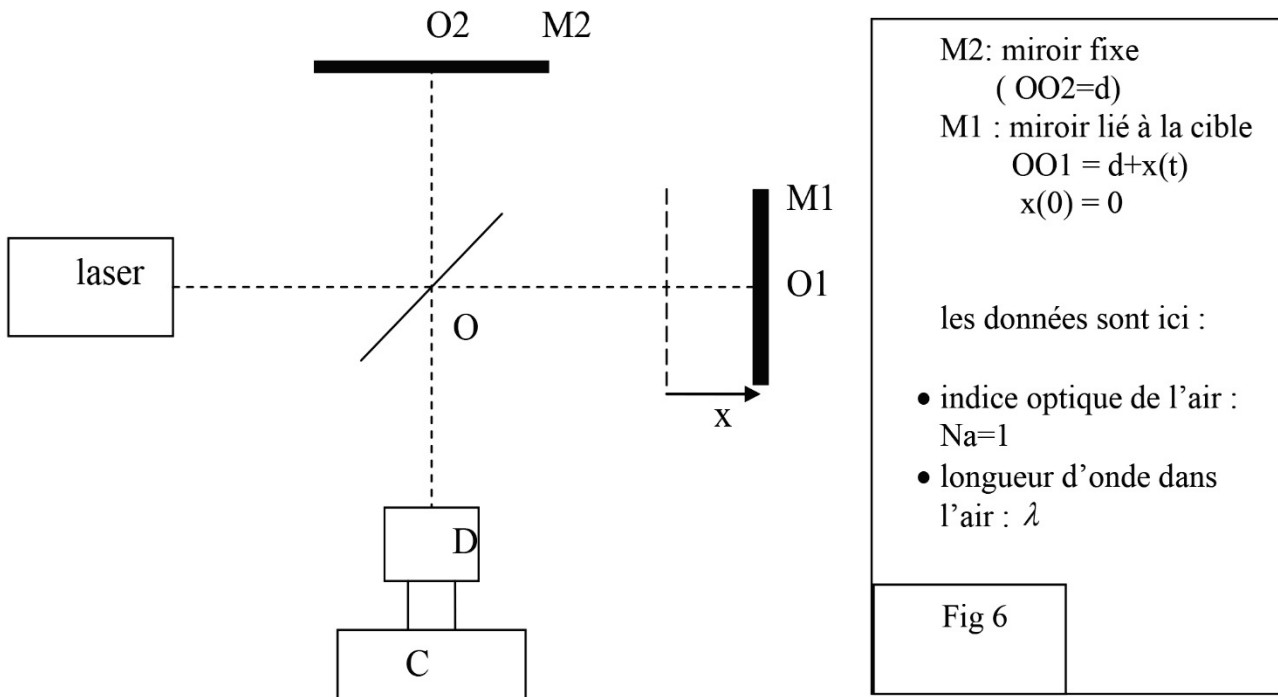
2°) Tous les résultats trouvés en A-II-3° sont valides avec cette expression de $\delta_{2/1}$;
déterminer l'interfrange i' .

3°) Un capteur placé en O ($y = 0$) est couplé à un compteur qui s'incrémente de 1 unité à chaque détection d'une frange brillante. On part d'un état initial où les cuves C1 et C2 sont remplies d'air.

- Quel est l'ordre d'interférence p_0 initial en O ?
- On remplace progressivement l'air de la cuve C1 par du gaz d'indice N_1 ($N_1 > N_a$). Lorsque C1 est uniquement rempli de ce gaz, le détecteur s'est incrémenté de k unités. Préciser le nouvel ordre en $Y=0$ et le sens dans lequel le système de frange a défilé (on attend ici une réponse argumentée)
- Déterminer l'expression littérale de N_1 en fonction de N_a , k , L et λ_0 .
- A.N : $L=1,00\text{m}$; $k=100$; $N_a=1,0002926$; $\lambda_0 = 500\text{nm}$, calculer $N_1 = 1,0003426$.

A-V - Suivi de déplacement

On utilise un dispositif de Michelson à deux miroirs parfaitement orthogonaux, éclairés par un fin pinceau lumineux monochromatique émis par un Laser. On se ramène au modèle dans lequel la séparatrice, inclinée à 45° , est idéale (elle est semi réfléchissante, infiniment mince et n'introduit aucun déphasage) (fig6).



1°) Déterminer l'intensité lumineuse I arrivant sur le détecteur D ; montrer qu'elle se compose d'un terme constant et d'un terme variable lié au déplacement $x(t)$.

2°) Le détecteur D élimine la composante constante du signal et donne une tension U_d proportionnelle à la composante variable de l'intensité I .
Montrer que $U_d = U_o \cdot \cos(\Phi)$ et expliciter Φ en fonction de x et des données.

3°) Le détecteur D est couplé à un compteur C incrémenteur de franges (cf A-IV-3).
Le compteur est à 0 lorsque $x=0$.

a- On envisage un déplacement de la cible toujours dans le même sens sur une longueur $L = 200 \lambda$; quelle sera l'indication du compteur ?

b- On envisage à présent un déplacement de $L_1=100 \lambda$ dans un sens et $L_2=100 \lambda$ en sens inverse. Donner l'abscisse finale de la cible et l'indication du compteur dans ce cas.

c- A quelle grandeur accède-t-on finalement par ce dispositif interférentiel ?

4°) lame à retard

On interpose sur le bras OO_2 , une lame d'indice N et d'épaisseur e , dans le but que le détecteur D délivre la tension $U_d = U_o \cdot \sin(\Phi)$, Φ ayant la même expression que celle trouvée en 2°.

Donner l'expression littérale des épaisseurs possibles de la lame pour qu'il en soit ainsi.

