

Physique : DS5

Partie I - Les miroirs de télescope (CCP - MP - 2014)

I.1) Interférences de 2 sources ponctuelles

I.1.1) les sources sont cohérentes d'où :

$$\begin{aligned} I(M) &= K \langle s^2 \rangle \\ &= K \langle (A \cos(\omega t + \phi_2) + A \cos(\omega t + \phi_1))^2 \rangle \\ &= \frac{KA^2}{2} + \frac{KA^2}{2} + K \langle A^2 (\cos(\phi_2 - \phi_1) + \cos(2\omega t + \phi_1 + \phi_2)) \rangle \end{aligned}$$

or $\langle \cos(2\omega t + x) \rangle = 0$ et si on pose $I_0 = \frac{KA^2}{2}$ on a :

$$\underline{I(M) = 2I_0 (1 + \cos \Delta\phi(M))}$$

I.1.2) On a : $\underline{\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta L(M)]}$ où $\Delta L(M) = \delta(M)$

I.1.3) a) Soit $\Delta L(M) = (S_2M) - (S_1M)$

$$= \sqrt{d^2 + y^2 + (z + \frac{a}{2})^2} - \sqrt{d^2 + y^2 + (z - \frac{a}{2})^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta L(M) = d \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{d^2} + \frac{1}{2} \frac{z^2}{d^2} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{4d^2} + \frac{1}{2} \frac{az}{d^2} \right) \text{ car } (1+x)^n = 1 + nx + o(x) \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{2} \frac{y^2}{d^2} + \frac{1}{2} \frac{z^2}{d^2} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{4d^2} - \frac{1}{2} \frac{az}{d^2} \right) \right]$$

$$\Leftrightarrow \underline{\Delta L(M) = \frac{az}{d}}$$

b) Donc $I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{az}{d}\right)\right)$

c) d'ordre d'interférence est t.q $p(M) = \frac{az}{\lambda d}$ donc en O : $p_0 = 0$
 $\Rightarrow$ On a une frange brillante en O.

d) $\Delta p(M)$ dépend que de z donc on aura des franges rectilignes parallèles à (Oz) .

L'interfrange est t.q : $\Delta p(M) = 1$
 $\Rightarrow$ $d_i = \frac{\lambda d}{a}$

e) On a le premier maximum pour $p = \pm 1 \Rightarrow z = \pm d_i$
 $\Rightarrow z = \frac{800 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{10^{-3}}$
 $\Rightarrow$ $z = 0,8 \text{ mm}$

I.1.4) On a toujours $\Delta L(M) = (S_2M) - (S_1M)$ avec :

$$\begin{cases} S_2M^2 = (\vec{S_2S} + \vec{SM})^2 = \frac{a^2}{4} + SM^2 + aSM \cos i \\ S_1M^2 = (\vec{S_1S} + \vec{SM})^2 = \frac{a^2}{4} + SM^2 - aSM \cos i \end{cases}$$

Donc $S_2M^2 - S_1M^2 = 2aSM \cos i$.

$\Rightarrow [(S_2M) - (S_1M)] \times 2(SM) = 2aSM \cos i$

D'où $\Delta L(M) = a \cos i$

b) donc $\Delta L(M) \approx a \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ avec $\tan i = p/d$

$\Rightarrow$ $\Delta L(M) = a \left(1 - \frac{p^2}{2d^2}\right)$

③ donc $I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(a - \frac{ap^2}{2d^2} \right) \right] \right)$

④ Au point O : $p=0$ d'où $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi a}{\lambda} = 2\pi p_0$

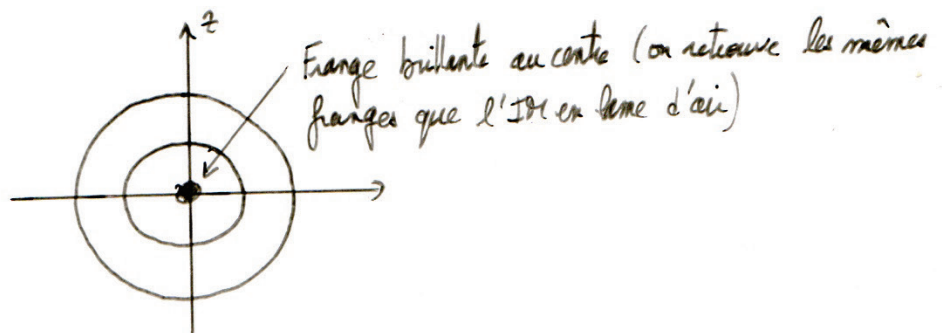
$$\Rightarrow \boxed{p_0 = \frac{a}{\lambda} = 2000}$$

C'est un entier donc on aura une frange brillante en O

⑤ D'après ② : $\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} a \cos i$ donc les franges d'égale inclinaison sont telles que

$$i(M) = \text{cte}$$

$\Rightarrow$ ce sont donc des anneaux centrés en O



⑥ 1^{er} maximum correspond à $p_1 = p_0 - 1$

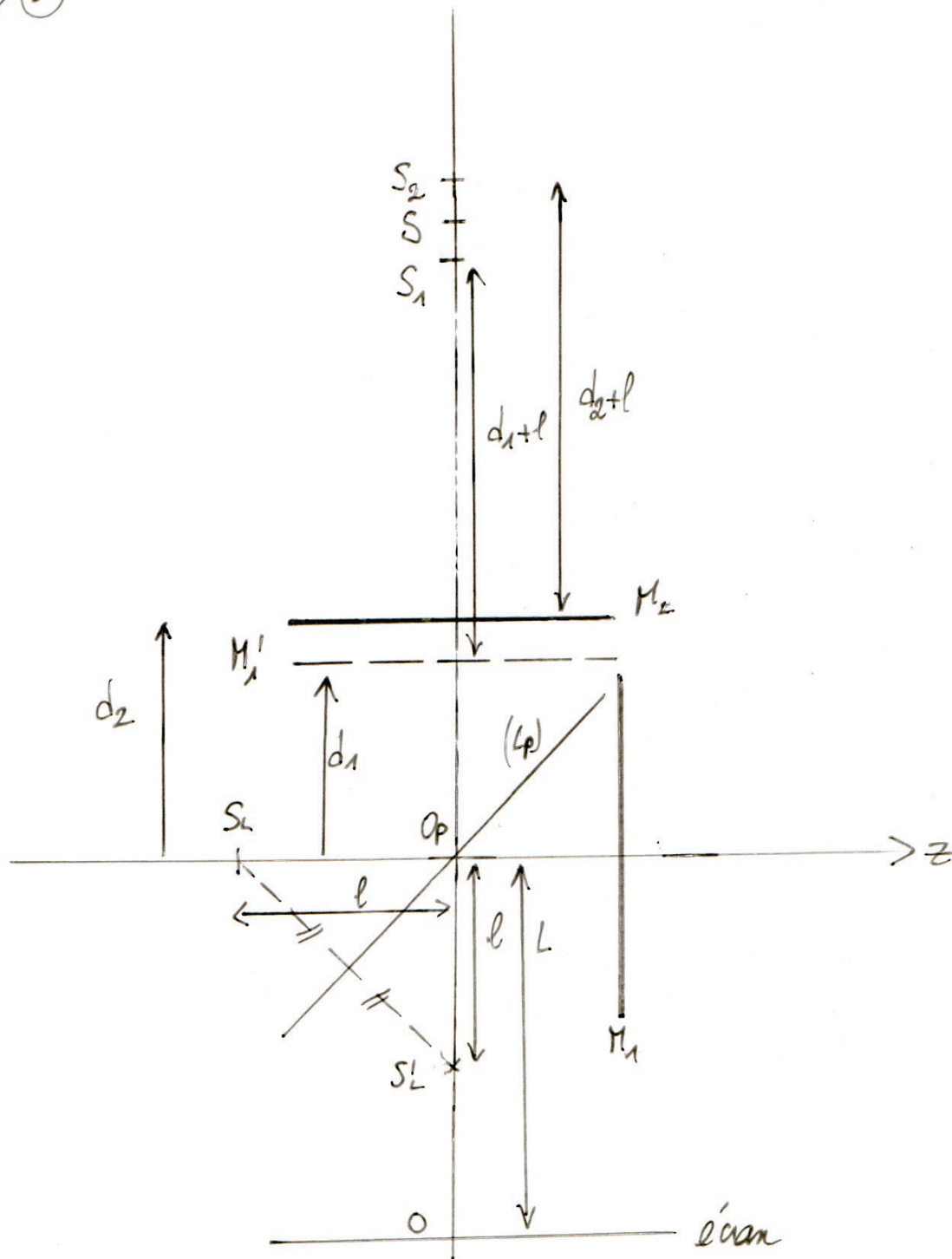
$$\Leftrightarrow \frac{a}{\lambda} - \frac{ap^2}{2d^2} = \frac{a}{\lambda} - 1$$

$$\Leftrightarrow p^2 = \frac{2dd^2}{a}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{p = d \sqrt{\frac{2d}{a}}} = 1 \cdot \sqrt{\frac{1000 \cdot 10^{-9}}{10^{-3}}} = \underline{\underline{3,1 \text{ cm}}}$$

1.1.5) Il faut modifier le système de façon à passer d'un dispositif à division de front d'ondes à un dispositif de division d'amplitude comme l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

I.2.1) (a)



Grâce au schéma on vérifie que $\begin{cases} x_1 = -L - 2d_1 - l \\ x_2 = -L - 2d_2 - l \end{cases}$

(b) On a aussi : $\begin{cases} a = |x_1 - x_2| = 2(d_2 - d_1) \\ d = \left| \frac{x_1 + x_2}{2} \right| = +L + l + d_1 + d_2 \end{cases}$

© Pour avoir un éclaircissement uniforme (tinte plate) il faut : $a=0$

I.2.2) (a) de Michelson est réglée en lame d'air on observe des franges d'égalé inclinaison (des anneaux) qui se resserrent au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre.

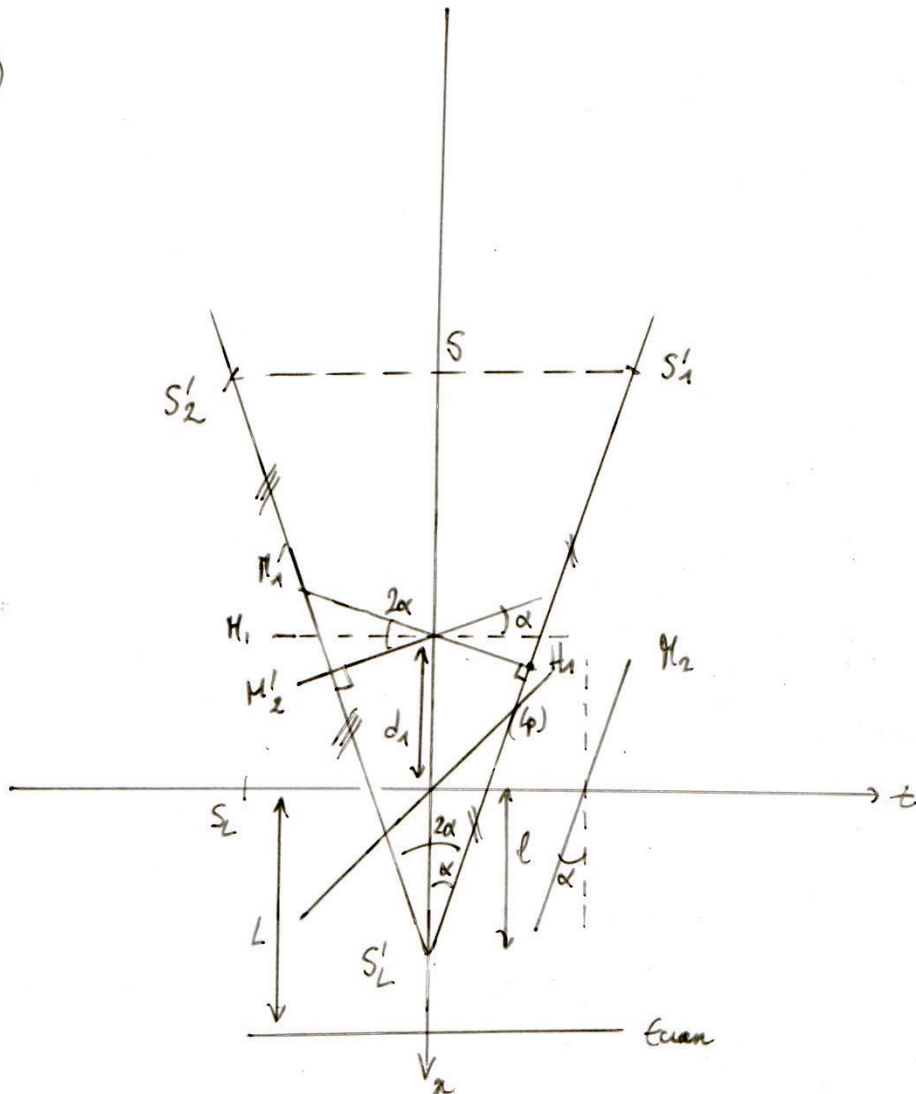
(b) Dans la partie I.1 on a vu que : $\rho = d \sqrt{\frac{2\lambda}{a}}$ avec $a = 2e$.

$$\text{d'où : } \frac{\rho^2}{d^2} = \frac{\lambda}{e} \quad (\Rightarrow) \quad e = \frac{\lambda d^2}{\rho^2}$$

$$\text{A.N : } e = \frac{500 \cdot 10^{-3} \times 1^2}{(20 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{400} = \underline{1,25 \text{ mm}}$$

© Soit $\rho_c = \frac{2e}{\lambda} = 5000$ c'est un entier car on a une frange brillante au centre.

I.2.3) (a)



. On vérifie sur le schéma que S'_1 et S'_2 sont sur un axe parallèle à (Oz) .

b) Sur le schéma on a : $S'_1 H_1 = (d_1 + l) \cos \alpha$.

$$\Leftrightarrow S'_1 S'_1 = 2(d_1 + l) \cos \alpha$$

$$\text{or } S S'_1 = S'_1 S'_1 \sin \alpha$$

$$\text{d'où : } S S'_1 = 2(d_1 + l) \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\Rightarrow S'_1 S'_2 = 4(d_1 + l) \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\Rightarrow a = S'_1 S'_2 = 2(d_1 + l) \sin 2\alpha$$

$$\text{Or } d_1 = l \Rightarrow a = 4l \sin 2\alpha$$

c) des sources sont sur un axe parallèle à l'écran (I.1.3.d), on retrouve des franges rectilignes.

d) Soit $d_i = \frac{\lambda d}{a} = \lambda \cdot \frac{(L-l) + 4l \cos^2 \alpha}{4l \sin 2\alpha}$

$$\text{Si } \alpha \text{ est petit : } d_i = \lambda \cdot \frac{L-l + 4l}{4l \times 2\alpha} \Leftrightarrow d_i = \frac{L+3l}{8l} \cdot \frac{\lambda}{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \lambda \frac{(L+3l)}{8l d_i} = \frac{500 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{0,18 \times 0,005} = \frac{800}{0,004} \cdot 10^{-9}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 125 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \Leftrightarrow \alpha = 0,125 \text{ mrad}$$

e) Si α augmente, d_i diminue $\Rightarrow$ l'interfrange diminue

Partie II - Mesures interférométriques (Banque PT 2014)

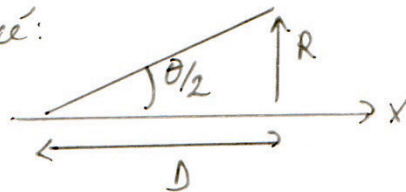
A.I) Trous d'Young

1°) a) de phénomène physique mis en jeu et la diffraction d'une onde lumineuse

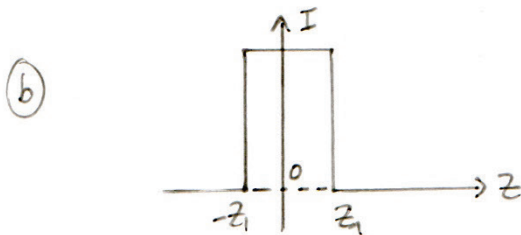
b) la deuxième proportion est sans dimension. De plus la figure de diffraction augmente avec la distance trou-écran :

$$\text{d'où } R = 1,2 \cdot \frac{\lambda_0 D}{Na d} \quad (1^{\text{ère}} \text{ proportion})$$

2°) a) D'après l'énoncé :



$$\text{d'où } \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R}{D} \Rightarrow \theta = 2 \arctan\left(\frac{1,2 \lambda_0 D}{Na d}\right)$$



c) Ce modèle répond bien au fait que le maximum d'intensité se situe dans la tache centrale mais n'explique pas les pics secondaires.

A.II) Dispositif interférentiel à trous d'Young

1°) Deux sources sont cohérentes si $\omega_1 = \omega_2$ et si $\delta \ll \lambda_c$

. Deux sources sont synchrones si : $\varphi_{S1} = \varphi_{S2}$.

2°) a) On a dans ce cas :

$$\begin{cases} d_1 = D \sqrt{1 + \frac{1}{b^2} \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2} \\ d_2 = D \sqrt{1 + \frac{1}{b^2} \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2} \end{cases}$$

b) D'où $\begin{cases} d_1 = D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{D^2} + \frac{b^2}{4D^2} - \frac{yb}{D^2} + \frac{z^2}{D^2} \right) \right) \\ d_2 = D \left(\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \right) \end{cases}$ car $(1+x)^m = 1+mx+o(x)$

$\Rightarrow \Delta = d_2 - d_1 = \frac{yb}{D}$

c) $\Rightarrow \underline{S_{2/1} = Na \Delta}$

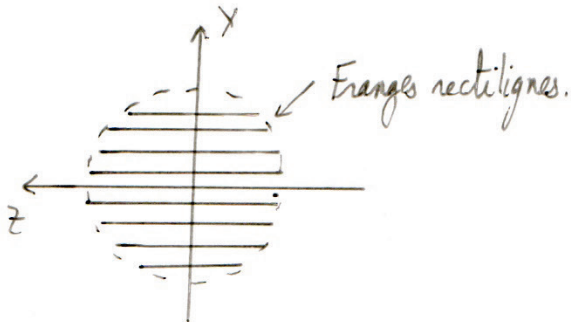
3°) On retrouve la formule de Fresnel t.q:

$$I = K \langle S^2 \rangle = K \langle [A \cos(\omega t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi_2)]^2 \rangle$$

$$\Rightarrow I = \underbrace{\frac{KA^2}{2}}_{I_0} + \frac{KA^2}{2} + KA^2 \left[\underbrace{\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle}_{=0} + \underbrace{\langle \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) \rangle}_{=0} \right]$$

$$\Rightarrow I = 2I_0 \left[1 + \underbrace{\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}_{=B} \right] \Rightarrow \underline{B = 2\pi \frac{S_{2/1}}{I_0}}$$

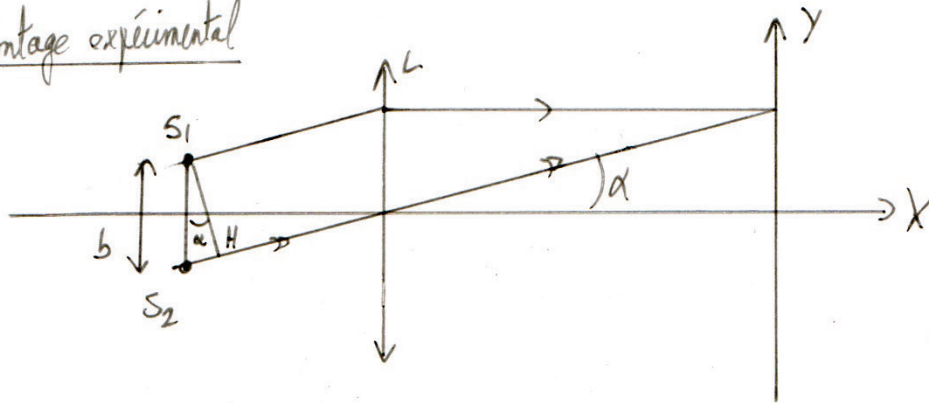
4°)



5°) L'interfrange i est t.q : $S_{2/1} = \lambda_0 \Rightarrow i = \frac{D \lambda_0}{Na b}$

Donc $\frac{2R}{i} = 2R \cdot \frac{Na b}{D \lambda_0} \simeq 40 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Il y a 40 franges visibles}}}$

A.III) Montage expérimental



On a $S_{211} = (S_2H)$ car S_1 et H appartiennent au même plan d'onde

$$\Rightarrow S_{211} = \frac{1}{\lambda} b \sin \alpha \text{ or } \tan \alpha = Y/g'$$

Comme $\alpha \ll 1$ on a $S_{211} = \frac{Na}{\lambda} \frac{bY}{g'}$

A.IV) Mesure d'indice de réfraction

1°) Cette fois on a $S_{211} = (N_a - N_1)L + \frac{NabY}{g'}$

2°) D'où $p(m) = \left[(N_a - N_1)L + \frac{NabY}{g'} \right] / \lambda_0$

or $\Rightarrow \Delta p = \frac{Nab(Y_{p+m} - Y_p)}{\lambda_0 g'} \quad (*)$

D'où $i' = \frac{\lambda_0 g'}{Nab} \quad (\text{car } \Delta p = 1)$

3°) (a) Si les deux cuves sont remplies d'air : $p_0 = 0$

(b) En $Y=0$ $p'_0 = \frac{(N_a - N_1)L}{\lambda_0}$ d'après (*).

Or $p'_0 < 0 \Rightarrow$ la raie d'ordre $p'=0$ s'est déplacée vers le haut

(c) D'où $\lambda_0 p'_0 = N_a L - N_1 L \Rightarrow N_1 = N_a - p'_0 \frac{\lambda_0}{L}$

Or $k = -p'_0 \Rightarrow N_1 = N_a + \frac{k \lambda_0}{L}$

① A.N: $N_1 = 1,0003426$

①.5 Suivi de déplacement

1°) On est en lame d'air t.q $\delta = 2x \cos i$
 $\text{or } i = 0 \Rightarrow \delta_{1/2} = 2x$

D'après Fresnel: $I(M) = 2I_0 (1 + \cos \Delta\varphi)$
 $\rightarrow I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{4\pi x}{\lambda_0}\right)$

2°) On a $V_d \div I_{\text{variable}} = 2I_0 \cos \left(\frac{4\pi x}{\lambda_0}\right)$
 $\Rightarrow V_d = V_0 \cos \phi \text{ où } \phi = \frac{4\pi x}{\lambda_0}$

3°) a) Si $\Delta x = L = 200\lambda \Rightarrow \delta = 400\lambda \Rightarrow \underline{\underline{400 \text{ franges}}}$

b) L'abscisse finale sera zéro mais on aura aussi 400 franges.

c) Ce dispositif calcule donc le déplacement annulé, mais pas la position absolue

4°) la lame introduit un déphasage supplémentaire de $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$.
 $\Rightarrow \Delta\delta_{1/2} = -\frac{\lambda_0}{4} + \lambda_0 k$

or $\Delta\delta_{1/2} = -2(N-1)e \Rightarrow 2(N-1)e = \frac{\lambda_0}{4} - k\lambda_0$
 $\Rightarrow e = \frac{\lambda_0 (1/4 - k)}{2(N-1)}$