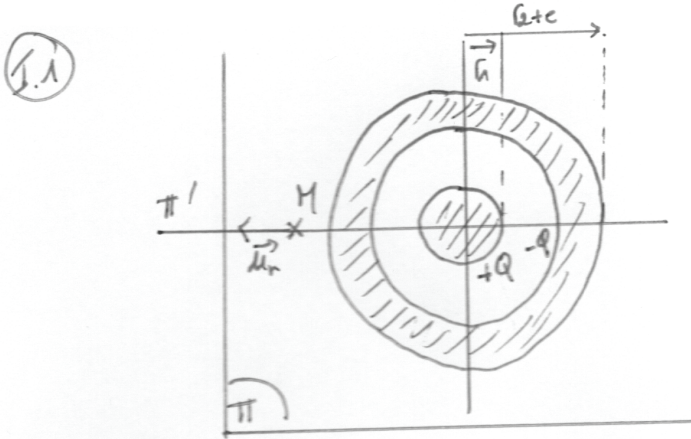


Physique : DS3

Partie I – Câble coaxial (Banque PT – 2008)



• (Π) et (Π') sont plans de symétrie donc $\vec{E} = E\vec{u}_r$
 • Il y a invariance par $T(z)$ et $R(\theta)$ d'où $\vec{E} = \vec{E}(r)$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E} = E(r)\vec{u}_r}$$

1.2.a) Nous avons affaire à une distribution superficielle, si on prend comme surface de Gauss un cylindre de rayon r et de hauteur l on a :

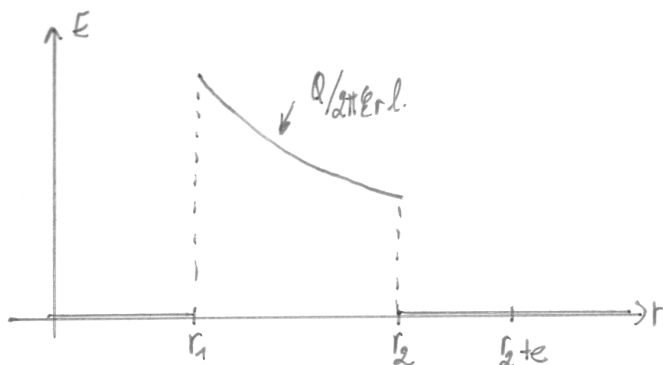
$$\oint_{\Sigma_g} \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{int}/\epsilon \quad \Leftrightarrow \quad E \cdot 2\pi r l = \frac{q_{int}}{\epsilon}$$

Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } r < r_1 : q_{int} = 0 \Rightarrow \vec{E}(r < r_1) = \vec{0} \\ \text{si } r_1 < r < r_2 : q_{int} = Q \Rightarrow \vec{E}(r_1 < r < r_2) = \frac{Q}{2\pi\epsilon r l} \vec{u}_r \\ \text{si } r_2 < r < r_2 + e : q_{int} = Q - Q = 0 \Rightarrow \vec{E}(r_2 < r < r_2 + e) = \vec{0} \end{array} \right.$$

1.2.b) De même pour $r > r_2 + e$, $q_{int} = Q - Q = 0 \Rightarrow \underline{\vec{E}(r > r_2 + e) = \vec{0}}$

1.3.a)



1.3.b) On a discontinuité de $E(r)$ car on traverse des densités surfaciques :

$$\text{- en } r_1 : \vec{E}(r_1^+) - \vec{E}(r_1^-) = \frac{Q}{2\pi\epsilon l r_1} \vec{u}_r = \frac{\sigma_1 \times 2\pi r_1 l}{2\pi\epsilon l r_1}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\vec{E} = \frac{\sigma_1}{\epsilon} \vec{u}_r$$

$$\text{- en } r_2 : \vec{E}(r_2^+) - \vec{E}(r_2^-) = \frac{-Q}{2\pi\epsilon l r_2} \vec{u}_r \Rightarrow \Delta\vec{E} = \frac{-\sigma_2}{\epsilon} \vec{u}_r$$

1.4) Soit $\vec{E} = -\text{grad}V$ d'où $dV = -E dr$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = - \int_{r_2}^{r_1} \frac{Q}{2\pi\epsilon r l} dr$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

1.5) Soit $Q = CV_{12} \Rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)}$

$$\text{D'où par unité de longueur : } C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(r_2/r_1)}$$

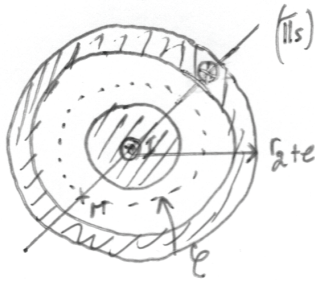
1.6) Soit $W_e = \frac{1}{2} CV_{12}^2 = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)} \cdot \left(\frac{Q}{2\pi\epsilon l}\right)^2 \left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

$$\Rightarrow W_e = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

1.7) On a $C_1 = 92,4 \text{ pF} \cdot \text{m}^{-1}$

1.8) Et : $W_e = \frac{1}{2} C_1 l V_{12}^2 = \underline{\underline{4,62 \cdot 10^{-9} \text{ J}}}$

2.1)



• (Π_s) est plan de symétrie donc $\vec{B} = B\vec{u}_\theta$.
 • Il y a invariance par $R(\theta)$ et $T(z)$ d'où $B = B(r)$
 $\Rightarrow \vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$

2.2) Théorème d'Ampère appliqué à un cercle de rayon r :

$$B(r) \times 2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$

• Si $r < r_1$: $I_{\text{int}} = I \left(\frac{r}{r_1}\right)^2$ car $\begin{cases} I = \int_0^{r_1} \pi r_1^2 j^2 \\ I_{\text{int}} = \int_0^r \pi r^2 j^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{B}(r < r_1) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r_1^2} \vec{u}_\theta$$

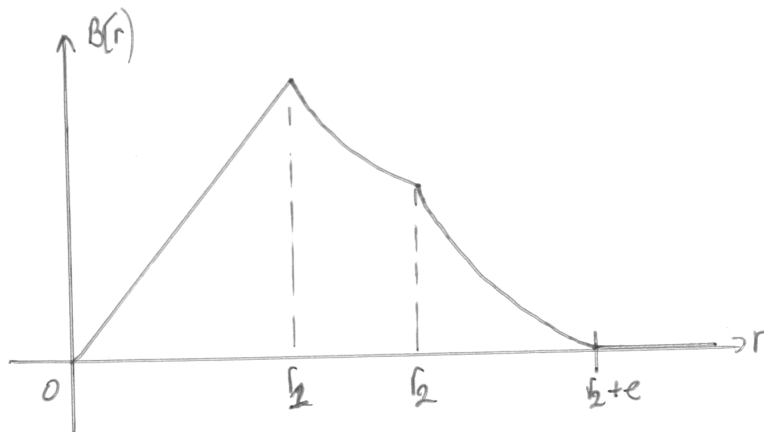
• Si $r_1 < r < r_2$: $I_{\text{int}} = I \Rightarrow \vec{B}(r_1 < r < r_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

• Si $r_2 < r < r_2 + e$: $I_{\text{int}} = I - I \frac{(r^2 - r_2^2)}{(r_2 + e)^2 - r_2^2}$ car $\begin{cases} I = \int_0^{r_2+e} \pi [(r_2+e)^2 - r^2] j^2 \\ I_{\text{int}} = \int_0^r \pi (r^2 - r_2^2) j^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left[1 - \frac{r^2 - r_2^2}{(r_2 + e)^2 - r_2^2} \right] \vec{u}_\theta$$

• Si $r > r_2$: $I_{\text{int}} = 0 \Rightarrow \vec{B}(r > r_2) = \vec{0}$

2.3.a)



2.3.b) Pas de discontinuité car distribution volumique, oui le résultat était prévisible

$$2.4.a) \text{ On a } W_m = \frac{dW_m}{dG} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$2.4.b) \text{ Donc } W_m = \int \left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} \right)^2 \frac{dG}{2\mu_0}$$

$$\Leftrightarrow W_m = \frac{2\pi l \cdot \mu_0^2 I^2}{2\mu_0 \cdot 4\pi^2} \ln(r_2/r_1)$$

$$\Leftrightarrow W_m = \frac{l \mu_0 I^2}{4\pi} \ln(r_2/r_1)$$

$$2.5) \text{ Or } W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(r_2/r_1)$$

$$2.6) \Rightarrow \underline{L_1 = 2,41 \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}}$$

$$2.7) \text{ Et } W_m = \frac{1}{2} L_1 l I^2 = \underline{1,21 \cdot 10^{-8} \text{ J}}$$

3.1) On sait pour un conducteur ohmique que $R = \frac{l}{\sigma S}$ d'où ici en série :

$$R_1 = \frac{1}{\sigma \pi r_1^2} + \frac{1}{\sigma \pi (r_3^2 - r_2^2)}$$

$$3.2) \text{ Donc } \underline{R_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \Omega \text{ m}^{-1}}$$

3.3) On a $E_G = (R_u + R_1 l) I$ avec $R_1 l \ll R_u$.

$$\Rightarrow \underline{E_G = 10 \text{ V}}$$

Partie II - Chauffage par induction (CCP - TSI - 2013)

$$1^{\circ}) \text{ On a : } \underline{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

$$2^{\circ}) \text{ Soit } C(r,t) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{j} / \sigma \cdot d\vec{l}$$

$$\Leftrightarrow C(r,t) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sigma} j(r,t) \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta$$

$$\Leftrightarrow \underline{C(r,t) = \frac{2\pi r}{\sigma} j(r,t)}$$

$$3^{\circ}) \text{ Soit } \Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^r B_m \cos(\omega t) \vec{e}_z \cdot r dr d\theta \vec{e}_z$$

$$\underline{\text{Si } r < a : \Phi = B_m \cos(\omega t) \cdot \frac{2\pi r^2}{2} \Rightarrow \Phi = \pi r^2 B_m \cos(\omega t) \text{ si } r < a}$$

$$\underline{\text{Si } r > a : \Phi = \pi a^2 B_m \cos(\omega t) \text{ si } a < r < b}$$

$$4^{\circ}) \text{ Soit } \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \iint \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\stackrel{\text{Stokes}}{\Leftrightarrow} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\text{D'où : } \frac{2\pi r j}{\sigma} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Si } r < a : \pi r^2 B_m \sin(\omega t) \cdot \omega \\ \text{Si } a < r < b : \pi a^2 B_m \sin(\omega t) \cdot \omega \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} j(r < a) = \frac{\sigma}{2} r B_m \omega \sin(\omega t) \\ j(a < r < b) = \frac{\sigma a^2}{2r} B_m \omega \sin(\omega t) \end{cases}$$

$$5^{\circ}) \text{ Soit } \underline{P_{\text{Joule}}^r = \vec{j} \cdot \vec{E}}$$

$$\begin{aligned}
 6^{\circ}) \text{ d'où } P_{\text{joule}} &= \int_{\text{digue}} P_{\text{joule}}^v dG = 2\pi e \int_0^b \vec{J} \cdot \vec{E} r dr. \\
 &= \frac{2\pi e}{\sigma} \int_0^b J^2 r dr \\
 &= \frac{2\pi e}{\sigma} \left[\int_0^a \left(\frac{\sigma}{2} B_m \omega \sin(\omega t) \right)^2 r^3 dr + \int_a^b \left(\frac{\sigma}{2} a^2 B_m \omega \sin(\omega t) \right)^2 \frac{dr}{r} \right] \\
 &= \frac{2\pi e}{\sigma} \frac{\sigma^2}{4} B_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \left[\frac{a^4}{4} + \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^4 \right] \\
 &= \frac{\pi e \sigma}{2} B_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t a^4 \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{d'où la valeur moyenne : } \langle P_{\text{joule}} \rangle = \frac{\pi e \sigma}{4} B_m^2 \omega^2 a^4 \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right]$$

$$\Rightarrow \langle P_{\text{joule}} \rangle = A \omega^2 B_m^2 \text{ avec } A = \frac{\pi e \sigma}{4} a^4 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right)$$

7^o) Le champ magnétique peut être créé à l'aide d'une bobine alimentée en sinusoïdal. On pourra augmenter le champ avec un noyau ferromagnétique. Le rendement est meilleur que les plaques électriques. De plus sans présence de carcasse, la plaque ne se met pas en marche, la chaleur est produite directement dans la carcasse et la température de la plaque redescend rapidement.

8^o) A.N:

$$\langle P_{\text{joule}} \rangle = \frac{\pi e \sigma}{4^2} a^4 \omega^2 B_m^2 = \underline{\underline{6 \text{ kW}}}$$

Partie III - Effet Hall (E3A - PSI - 2010)

(A.1) Soit $\vec{j} = -N_m e \vec{v}$ et $\vec{v} = -|\sigma| \vec{u}_y$

(A.2) On a $\vec{F}_{mag} = -e \vec{v} \wedge \vec{B}$
 $\Rightarrow \vec{F}'_L = N_m dV [-e \vec{v} \wedge \vec{B}]$
 $\Rightarrow \vec{F}'_L = \int \vec{j} dV \wedge \vec{B}$ où $dV =$ volume de la plaquette.

or $\vec{j} \cdot \vec{S} = I_0 \Leftrightarrow j \cdot h l = I_0$
 $\Rightarrow \vec{F}'_L = I_0 dy \vec{u}_y \wedge \vec{B}$

Après intégration : $\vec{F}'_L = I_0 L B \vec{u}_x$

(A.3) La force de Laplace provoque une déformation qui crée un champ de Hall tel que : $\vec{F}'_L + \vec{F}'_H = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow -e (\vec{v} \wedge \vec{B}) - e \vec{E}_H = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\Leftrightarrow \vec{E}_H = + \frac{\vec{j}}{N_m e} \wedge \vec{B}$$

$$\Leftrightarrow \vec{E}_H = r_H (\vec{j} \wedge \vec{B}) \text{ où } r_H = + \frac{1}{N_m e}$$

(A.4) D'où : $V_H = V(P_1) - V(P_2)$
 $= \int_{P_2}^{P_1} dV = \int_{P_2}^{P_1} -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E_H l = -r_H j B l$

$$\Leftrightarrow V_H = - \frac{j B l}{N_m e} = - \frac{I_0 / h l \cdot B l}{N_m e}$$

$$\Leftrightarrow V_H = \frac{R_H}{h} I_0 B \text{ avec } R_H = - \frac{1}{e N_m} = -r_H$$

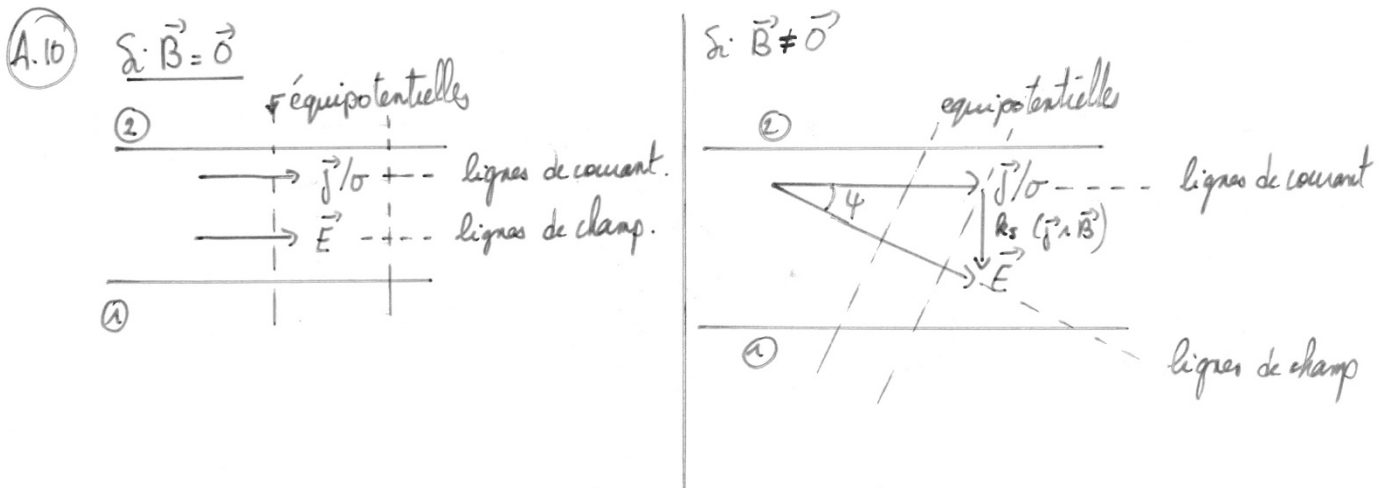
(A.5) A.N : $R_H = -3,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
 $B = \frac{V_H h}{R_H I_0} = 1,0 \text{ T}$

A.6 On définit: $S_B = \frac{V_H}{B} = \frac{R_H I_0}{h} = \underline{0,12 \text{ VT}^{-1}}$

A.7 On a $V_H = R_H \frac{I_0 B}{h} \Rightarrow \frac{\Delta V_H}{V_H} = \frac{\Delta R_H}{R_H}$
 $\Rightarrow \frac{\Delta V_H}{V_H} = \frac{R_H(t+\Delta t) - R_H(t)}{R_H(t)} = e^{-a\Delta t} - 1$
 $\stackrel{\text{d.l.}}{\approx} -a\Delta t.$
 $\Rightarrow \underline{\underline{\frac{\Delta V_H}{V_H} = -0,14}}$

A.8 On a $\begin{cases} F_L = I_0 L B \\ V_H = -\frac{1}{Nme} \frac{I_0 B}{h} \end{cases} \Rightarrow V_H = \frac{-F_L}{Nme h} \Rightarrow \underline{\underline{\zeta = -\frac{1}{Nme h L}}}$

A.9 Soit $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_H$ avec $\vec{j} = \sigma \vec{E}_0$
 $\Leftrightarrow \vec{j} = \sigma (\vec{E} - \vec{E}_H)$
 $\Leftrightarrow \vec{j} = \sigma (\vec{E} - k_E \vec{j} \wedge \vec{B}) \Rightarrow \underline{k_E = k_S}$
 donc $\underline{\underline{\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} + k_E \vec{j} \wedge \vec{B}}}$



A.11) D'après le schéma : $\tan \psi = \frac{k_J \mu B}{\mu / \sigma}$

$$\Leftrightarrow \underline{\tan \psi = \sigma k_J B}$$

or $k_J = -R_H$ d'où :

$$\psi = \text{Arctan}(-R_H \sigma B) \approx \underline{\underline{82^\circ}}$$

A.12) • Si $y_1 = y_2$: $V_H = V(P_1) - V(P_2)$

$y_1 \neq y_2$: $V(P_1) - V(P_2) = V_H + \Delta V$ t.q. : $\Delta V = E_0 \delta$.

$$\text{or } \frac{\Delta V}{V_H} < 0,01$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu \delta / \sigma}{R_H \cdot \mu B l} < 0,01$$

$$\Leftrightarrow \underline{\delta < 0,01 \cdot l B R_H \sigma}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\delta < 0,74 \text{ mm}}} : \text{précision difficile à atteindre}$$

- On peut ajouter un générateur de tension continue variable qu'on réglerait pour que $V_{\text{mesuré}} = 0$ en absence de champ magnétique afin de compenser ΔV .

Ainsi au voltmètre on mesurerait alors que V_H .

