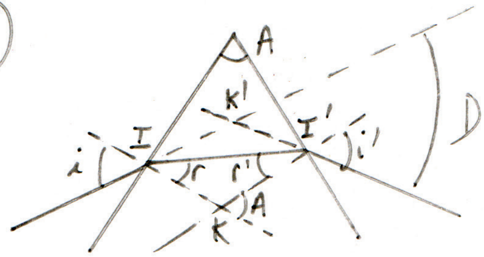
Physique : DM8

Spectrographes (CCP MP – 2006)

I Le prisme

1a



D'après les lois de Descartes : $\boxed{\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \end{cases}}$ (1)

1b Dans $(II'K)$: $\pi - A + r + r' = \pi \Rightarrow \boxed{A = r + r'}$ (2)

Dans $(IK'I'K)$: $2\pi = (i) + (i') + (\pi - D) + (\pi - A)$

$\Leftrightarrow i + i' - D - A = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{D = i + i' - A}$ (3)

2a Soit Λ = angle de réfraction limite t.q $r < \Lambda$ et $r' < \Lambda$ pour que le rayon puisse émerger

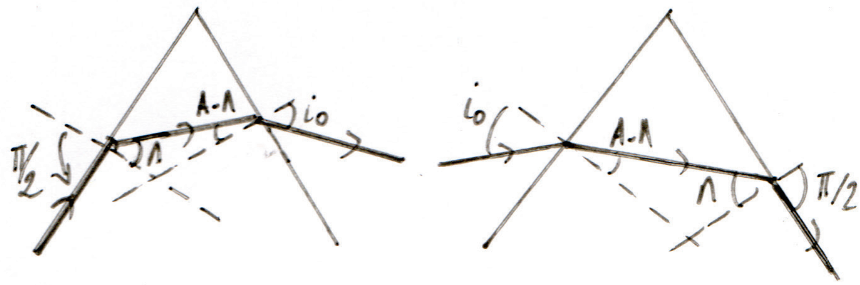
d'où $A < 2\Lambda \Rightarrow \boxed{k_1 = 2}$ (4)

2b Plaçons nous dans le cas limite où $r = \Lambda$, alors $r = A - \Lambda$

$\Rightarrow \sin i_0 = n \sin (A - \Lambda)$

$\Rightarrow i_0 = \text{Arcsin}(n \sin (A - \Lambda)) \Rightarrow \boxed{k_2 = n}$

2c



On retrouve le principe de retour inverse de la lumière sur ces 2 situations.

3a Les conditions expérimentales entraîne que $D_{min} = D$ pour $i = i'$
$\Rightarrow \boxed{r = r'}$ ⑤

3b D'où $r + r' = A \Leftrightarrow r = r' = A/2$

Et $D = i + i' - A \Rightarrow i = i' = \dfrac{A + D_m}{2}$

Donc $n = \dfrac{\sin i}{\sin r} \Leftrightarrow \boxed{n = \dfrac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin(A/2)}}$ ⑥

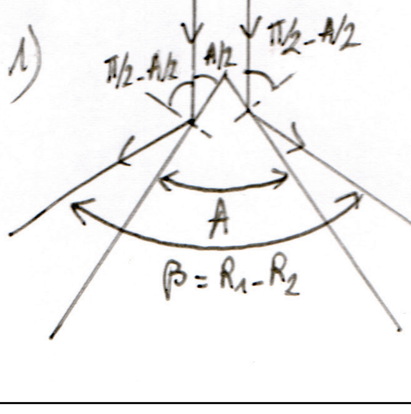
3c • On a donc $\ln n = \ln \sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right) - \ln \sin\left(\frac{A}{2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{dn}{n} = \frac{1}{2}\cot g\left(\frac{A+D_m}{2}\right) dA - \frac{1}{2}\cot g\left(\frac{A}{2}\right) dA + \frac{1}{2}\cot g\left(\frac{A+D_m}{2}\right) dD_m.$$

$$\text{Donc } \boxed{\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta A}{2}\left|\cot g\left(\frac{A+D_m}{2}\right) - \cot g\left(\frac{A}{2}\right)\right| + \frac{\Delta D_m}{2}\cot g\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}$$

• Ce type de questions n'est plus dans l'air du temps depuis 2015.

4a 1)



D'après le schéma on a $2\pi = 4(\pi/2 - A/2) + \beta$.

$\Leftrightarrow \beta = 2A$

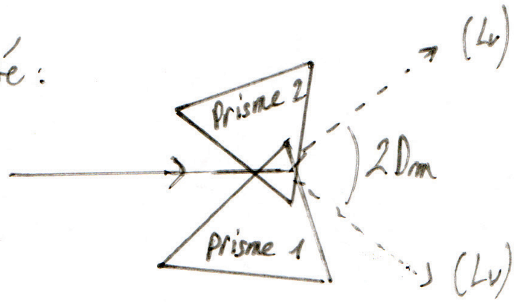
Donc $\boxed{A = \dfrac{R_1 - R_2}{2}} = \underline{\underline{59°56'}}$

4.a.2) Donc $\Delta A = \frac{\Delta R_1}{2} + \frac{\Delta R_2}{2} = \Delta R$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta A = \Delta R} = 2'/\sqrt{3} \simeq \underline{\underline{2'}}$$

4.b) 1) Lorsque i augmente, D passe par un minimum par conséquent en faisant tourner la platefome du prisme on verra à proximité de D_m, les raies "rebrousser chemin", il s'agit du minimum de déviation.

2) Sur le schéma proposé :



On remarque que $2D_m = R_3 - R_4$

$$\Rightarrow \boxed{D_m = \frac{R_3 - R_4}{2}} = \underline{48°52'}$$

4c) A.N : $\underline{n = 1{,}6283}$

4d) Vu que pour $x \in [0, \pi/2]$ cotan décroît on a alors si $\Delta A = \Delta D_m = \varepsilon$:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\varepsilon}{2} \cotan(A/2) \Rightarrow \boxed{k_3 = 1/2}$$

t.q $\frac{\Delta n}{n} \simeq 5.10^{-4} \Rightarrow \Delta n = 8{,}1.10^{-4}$

D'où $\boxed{n = 1{,}628_3 \pm 0{,}001}$

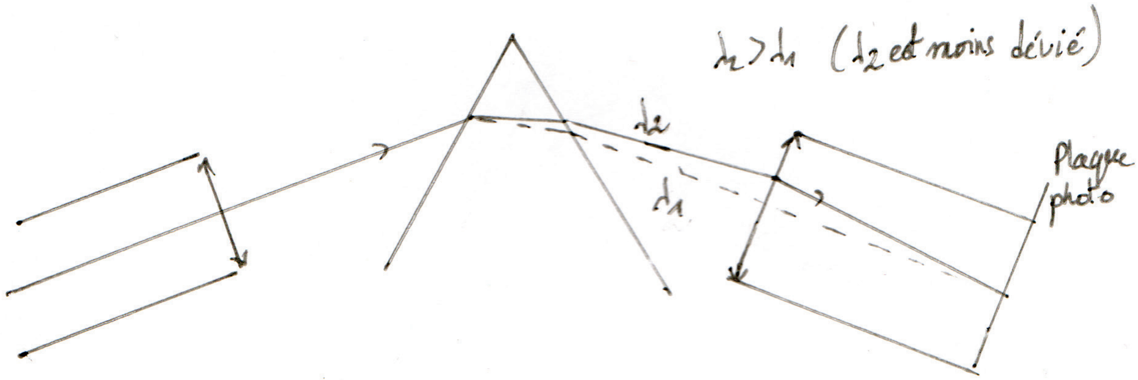
II) Le spectrographe à prisme

1) - Le spectrographe sert à obtenir une représentation graphique du spectre d'une lumière pour en réaliser l'analyse sur une plaque photographique

- Un spectroscope permet la visualisation des différentes raies sur un écran (ou à l'œil nu).

- Un spectromètre permet des mesures de longueurs d'onde.

2)



3) a) On a $n \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)$

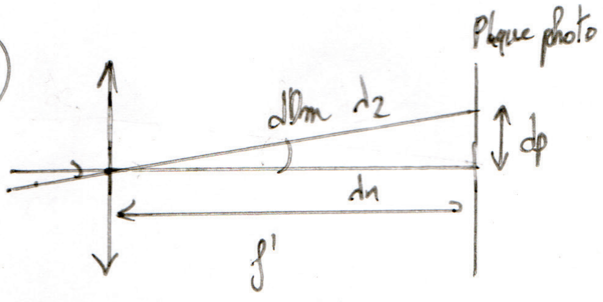
si on suppose $A = cste$: $dn \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \cos\left(\frac{A+D_m}{2}\right) \frac{dD_m}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dD_m}{dn} = \frac{2\sin(A/2)}{\cos\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}}$$

b) Donc $\frac{dD_m}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dn} = \frac{2\sin(A/2)}{\cos\left(\frac{A+D_m}{2}\right)} \Rightarrow \boxed{\frac{dD_m}{d\lambda} = 2\frac{dn}{d\lambda} \frac{\sin(A/2)}{\cos\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}}$

4a) Or $n = A + \frac{B}{\lambda^2} \Rightarrow \boxed{dD_m = -\frac{4B}{\lambda^3} \frac{\sin(A/2)}{\cos\left(\frac{A+D_m}{2}\right)} d\lambda}$

4b)



On a $\boxed{dp \simeq dD_m \cdot f'}$

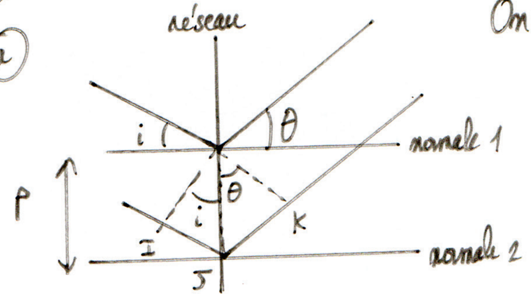
4c) $\Rightarrow \underline{dp = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\,m}$

III) Réseau par transmission

1°) Il existe des réseaux par reflexion ou à échelettes. A partir d'une Onde incidente plane, le réseau "forme" plusieurs ondes planes secondaires.

2°)

(a)



On a $\boxed{\delta = (JK) - (IJ) = p\sin\theta - p\sin i}$

(b) Si $\delta = k\lambda$ on a affaire à un maximum d'où : $\boxed{\sin\theta_k = \sin i + \dfrac{k\lambda}{p}}$

(3a) Si $i = 30°$ alors $\sin i = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \sin\theta_k = \dfrac{1}{2} + \dfrac{k\lambda}{p}$ t.q $\begin{cases} \text{pour violet : } \dfrac{\lambda}{p} \approx 0{,}2 \\ \text{— rouge : } \dfrac{\lambda}{p} \approx 0{,}35. \end{cases}$

Vu que $\sin\theta_k \in [-1,1]$ alors : $\begin{cases} k_{violet} = \{-7 ; -6 ; \dots ; +2\} \\ k_{rouge} = \{-4, -3, \dots ; +1\} \end{cases}$

(3b) Les valeurs de $\sin\theta_k$ pour les différents ordres :

ordre	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
violet	-0,9	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
rouge	/	/	/	-0,9	-0,55	-0,2	0,15	0,5	0,85	

Donc l'ordre -2 est t.q $\sin\theta_k \in [-0{,}2 ; 0{,}1]$
et — -3 — " — $\in [-0{,}55 ; -0{,}1]$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{le premier recouvrement a lieu entre l'ordre } -2 \text{ et l'ordre } -3}$

IV) Spectrographe à réseau

1a) Soit $D_m = \theta_k - i \Rightarrow \dfrac{dD_m}{di} = \dfrac{d\theta_k}{di} - 1$

or $\sin\theta_k = \sin i + \dfrac{k\lambda}{p}$ d'où $\dfrac{d\theta_k}{di}\cos\theta_k = \cos i$

or $\dfrac{dD_m}{di} = 0$ est t.q $\dfrac{d\theta_k}{di} = 1 \Rightarrow \dfrac{\cos i}{\cos\theta_k} = 1$

$\Rightarrow i = \pm\theta_k$

À l'ordre 0 : $i_m = \theta_{km}$

À l'ordre $k \neq 0$: $i_m = -\theta_{km}$

1b) On a donc $2\sin\theta_k = \dfrac{k\lambda}{p} = -2\sin i_m$. avec $D_m = -2i_m = 2\theta_{km}$

$\Leftrightarrow \boxed{2\sin\dfrac{D_m}{2} = \dfrac{k\lambda}{p}}$

1c) À l'ordre 1 : $\sin\dfrac{D_m}{2} = \dfrac{\lambda}{2p} \Leftrightarrow \boxed{+\sin i_m = \dfrac{-\lambda}{2p}} \sim 0{,}145$

$\Rightarrow \underline{i_m = -8{,}31°}$

2a) On a $i = 0$ d'où : $\sin\theta_k = \dfrac{k\lambda}{p} \Rightarrow \dfrac{d\theta_k}{d\lambda}\cos\theta_k = \dfrac{k}{p}$

$\Rightarrow \dfrac{d\theta_k}{d\lambda} = \dfrac{k}{p\cos\theta_k}$

2b On a $X \sim \theta f'$ $\Rightarrow \dfrac{dX_k}{d\lambda} = f' \cdot \dfrac{d\theta_k}{d\lambda}$

$$\Rightarrow \boxed{\dfrac{dX_k}{d\lambda} = \dfrac{f'k}{p\cos\theta_k}}$$

2c D'où $\dfrac{dX_1}{d\lambda} = \dfrac{f'}{p.\cos(\theta_1)}$ avec $\sin\theta_1 = \dfrac{\lambda}{p}$

$$\Rightarrow \underline{\dfrac{dX_1}{d\lambda} = 0{,}52 \text{ mm}/\text{nm}}$$