

Physique : DM7

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

A – Le câble coaxial

Constantes physiques

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \\ \varepsilon_0 &= \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F.m}^{-1} \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}\end{aligned}$$

Opérateurs vectoriels en coordonnées cylindriques

$$\text{grad}(U) = \frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\text{div}(\vec{a}) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(a_z)}{\partial z}$$

$$\text{rot}(\vec{a}) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(a_z)}{\partial \theta} - \frac{\partial(a_\theta)}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial(a_r)}{\partial z} - \frac{\partial(a_z)}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r a_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(a_r)}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

$$\Delta \vec{a} = \left(\Delta a_r - \frac{1}{r^2} (a_r + 2 \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta}) \right) \vec{u}_r + \left(\Delta a_\theta - \frac{1}{r^2} (a_\theta - 2 \frac{\partial a_r}{\partial \theta}) \right) \vec{u}_\theta + (\Delta a_z) \vec{u}_z$$

$$r \text{rot}[r \text{rot}(\vec{a})] = \text{grad}[\text{div}(\vec{a})] - \Delta \vec{a}$$

Propagation et réflexion d'ondes dans un câble coaxial

Les câbles coaxiaux sont utilisés comme moyen de transmission d'informations. Ils sont conçus pour transmettre des signaux sans trop d'atténuation et pour assurer une protection contre les perturbations extérieures. On les utilise notamment pour les câbles d'antenne de télévision, pour transmettre des signaux audio-numériques, ainsi que pour des interconnexions dans les réseaux informatiques.

Un signal qui se propage dans un câble coaxial peut subir plusieurs modifications. Il peut être déformé (milieu dispersif), atténué (milieu dissipatif). Il peut aussi subir des réflexions au niveau des connexions.

Ce sujet aborde la modélisation du câble coaxial et les phénomènes de réflexion d'ondes lorsque le câble est connecté sur une charge.

Un câble coaxial est formé de deux très bons conducteurs, de même longueur l , l'un entourant l'autre. L'un est un conducteur massif de rayon R_1 , appelé l'âme du conducteur. L'autre est un conducteur cylindrique creux de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_3 , appelé la gaine du conducteur. L'espace inter-conducteur comporte un isolant.

On a : $R_1 = 0,25$ mm, $R_2 = 1,25$ mm et $l = 100$ m.

I] Modélisation :

Dans la mesure où les champs électromagnétiques ne pénètrent pas dans les conducteurs parfaits, on assimilera le câble coaxial à deux surfaces parfaitement conductrices, cylindriques, coaxiales. Le conducteur (1) a un rayon R_1 , le conducteur (2) a un rayon R_2 (figure 1). Ces deux conducteurs ont même longueur l . Vu que $l \gg R_2$, on négligera les effets de bord. L'espace entre les conducteurs sera assimilé au vide sauf explicitation contraire.

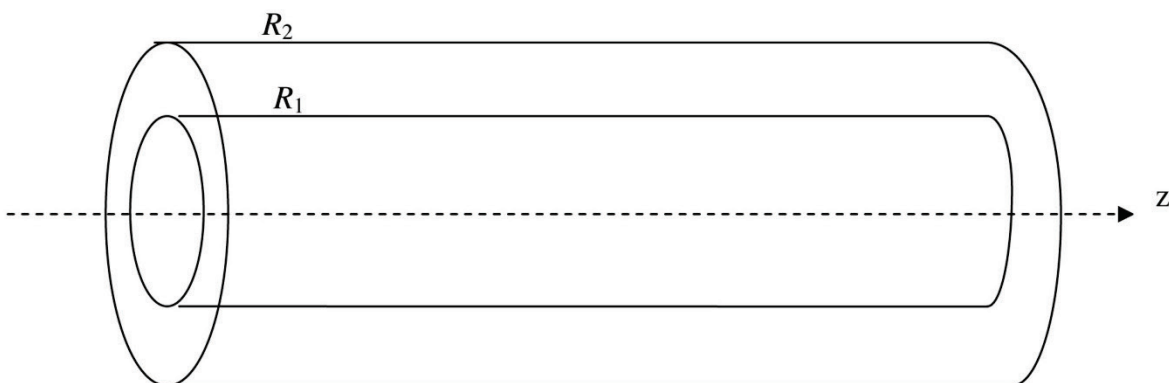


Figure 1 : Portion de câble

On note $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ la base en coordonnées cylindriques.

Aucune connaissance particulière n'est requise pour la détermination de la capacité linéique et de l'inductance linéique du câble.

A] Capacité linéique C :

On suppose ici que les conducteurs intérieur et extérieur portent les charges électrostatiques respectives Q et $-Q$. Elles sont uniformément réparties en surface.

- 1) Justifier par des arguments d'invariance et de symétrie que $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$ dans l'espace inter-conducteur.

- 2) Pour $R_1 < r < R_2$, en utilisant le théorème de Gauss sur une surface que l'on précisera, exprimer $E(r)$ en fonction de l, r, Q et ϵ_0 .
- 3) Les conducteurs (1) et (2) sont portés aux potentiels respectifs V_1 et V_2 , constants. Par un calcul de circulation, exprimer $V_1 - V_2$ en fonction de Q, l, R_1, R_2 et ϵ_0 .
- 4) On définit la capacité C_l du câble de longueur l par $C_l = \frac{Q}{V_1 - V_2}$. Exprimer C_l en fonction de l, R_1, R_2 et ϵ_0 , puis la capacité linéique C du câble coaxial en fonction de R_1, R_2 et ϵ_0 .
- 5) En pratique, l'espace inter-conducteur n'est pas du vide, mais comporte un isolant de permittivité relative $\epsilon_r = 3,1$. On a alors $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$.

Déterminer la valeur numérique de C .

B] Inductance linéique L :

On suppose ici que le câble coaxial est alimenté par un générateur de courant continu. Le conducteur intérieur assure le transport du courant aller I_0 , le conducteur extérieur assure le transport du courant retour $-I_0$.

Les répartitions de ces courants sont superficielles et uniformes sur chaque conducteur. Pour le conducteur (1), on a une densité surfacique de courant : $\vec{j}_{s_1} = \frac{I_0}{2\pi R_1} \vec{u}_z$. On note : \vec{j}_{s_2} la densité surfacique de courant sur le conducteur (2).

- 6) Préciser l'expression et l'unité de \vec{j}_{s_2} .
- 7) Il existe entre les deux conducteurs un champ magnétique \vec{B} . Par des arguments d'invariance et de symétrie, justifier que $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$.
- 8) Pour $R_1 < r < R_2$, par application du théorème d'Ampère sur un parcours que l'on précisera, exprimer $B(r)$ en fonction I_0, r et μ_0 .
- 9) On note : $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$, la densité volumique d'énergie magnétique. Par intégration sur le volume inter-conducteur, exprimer l'énergie magnétique W_m du câble coaxial en fonction de I_0, μ_0, R_1, R_2 et l .
- 10) On rappelle que $W_m = \frac{L_l I_0^2}{2}$. Exprimer l'inductance L_l du câble de longueur l , en fonction de μ_0, R_1, R_2 et de l .
- 11) En déduire l'inductance linéique L du câble coaxial en fonction de μ_0, R_1, R_2 . Déterminer la valeur numérique de L .

II] Onde électromagnétique et impédance du câble coaxial :

A] Détermination de l'onde électromagnétique :

On se place ici dans le cadre général de la théorie de l'électromagnétisme. On considère le câble comme infini suivant l'axe des z . Une onde électromagnétique se propage à l'intérieur du câble dans la région $R_1 < r < R_2$, assimilable à du vide. Elle est définie par son champ électrique :

$$\vec{E}(r, z, t) = \frac{\alpha}{r} \cos(\omega t - kz) \vec{u}_r, \text{ où } \alpha \text{ est une constante positive.}$$

On lui associe le champ électrique complexe : $\underline{\vec{E}}(r, z, t) = \frac{\alpha}{r} e^{j(\omega t - kz)} \vec{u}_r$.

On a : $\vec{E}(r, z, t) = \text{Re}(\underline{\vec{E}}(r, z, t))$ où Re signifie partie réelle.

De même, il existe un champ magnétique $\vec{B}(r, z, t)$ auquel on associe le champ complexe : $\underline{\vec{B}}(r, z, t)$, avec $\vec{B}(r, z, t) = \text{Re}(\underline{\vec{B}}(r, z, t))$.

- 12) L'onde est-elle plane ? est-elle progressive ? Si oui, préciser sa direction de propagation.
- 13) On note E_0 l'amplitude maximale du champ électrique dans le câble coaxial. Préciser l'unité de E_0 et exprimer $\underline{\vec{E}}(r, z, t)$ en fonction de E_0, r, z, k, ω, t et R_1 .
- 14) Rappeler les quatre équations de Maxwell dans le vide et préciser en quelques mots le contenu physique de chacune d'elles.
- 15) A partir des équations de Maxwell, retrouver l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique. En déduire la relation de dispersion liant k et ω . Le milieu est-il dispersif ?
- 16) Déterminer en fonction de E_0, r, t, ω, k et R_1 , l'expression du champ magnétique complexe $\underline{\vec{B}}(r, z, t)$ associé à cette onde, à une composante permanente près (indépendant du temps). Justifier pourquoi on peut considérer cette composante comme nulle.

B] Puissance transportée :

- 17) On désigne par $\vec{\pi}$ le vecteur de Poynting associé à cette onde électromagnétique. Déterminer l'expression de $\vec{\pi}$ en fonction de $E_0, R_1, r, k, \omega, z, t$ et μ_0 .
- 18) Déterminer l'expression de la puissance moyenne transportée P , par le câble en fonction de E_0, R_1, R_2, c et μ_0 .
Application numérique : en déduire l'amplitude E_0 du champ électrique sachant que la puissance moyenne transportée est de 10 W.

C] Etude de l'interface $r = R_1$:

- 19) Rappeler l'équation de passage du champ électrique à la traversée d'une surface chargée. Par application de cette relation de passage, et en remarquant que le champ électrique est nul à l'intérieur du conducteur (1), en déduire l'expression de la densité surfacique de charge sur le conducteur (1), en fonction de $E_0, \epsilon_0, k, \omega, z$ et t .

- 20) Rappeler l'équation de passage du champ magnétique à la traversée d'une nappe de courant. Par application de cette relation de passage, et en remarquant que le champ magnétique est nul dans le conducteur (1), en déduire que le conducteur intérieur est parcouru par une densité surfacique de courant \vec{j}_{s1} qu'on exprimera en fonction de E_0 , μ_0 , c , ω , k , t et z . On remarquera que \vec{j}_{s1} est contenu dans le plan tangent au conducteur puisqu'il s'agit d'un courant surfacique.

D] Détermination de l'impédance caractéristique du câble coaxial :

- 21) En un point de cote z donné, par un calcul de circulation, déterminer la différence de potentiel $u(z,t) = V_1(z,t) - V_2(z,t)$ entre l'âme et la gaine, en fonction de E_0 , R_1 , R_2 , k , z , ω et t .

On admettra éventuellement que le potentiel vecteur $\vec{A}(r,z,t)$ dont dérive $\vec{B}(r,z,t)$ est porté par le vecteur \vec{u}_z .

- 22) Pour z donné, déterminer le courant $i(z,t)$ véhiculé par l'âme du câble coaxial, en fonction de E_0 , R_1 , k , z , ω , t , μ_0 et c .

- 23) On définit l'impédance caractéristique du câble : $Z_c = \frac{u(z,t)}{i(z,t)}$. Exprimer Z_c en fonction de

μ_0 , c , R_1 et R_2 , puis de μ_0 , ϵ_0 , R_1 et R_2 , puis en fonction de l'inductance linéique L et de la capacité linéique C du câble à structure « air ou vide », c'est-à-dire de permittivité diélectrique ϵ_0 .

- 24) Compte tenu de l'isolant séparant l'âme de la gaine, on a, en pratique :

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right).$$

Application numérique : déterminer la valeur de Z_c .

III] Propagation et réflexion des ondes dans le câble coaxial :

La gaine est maintenant reliée à la masse ($V_2 = 0$), et l'âme, portée au potentiel $V_1(z,t) = V(z,t)$, est parcourue par le courant $i(z,t)$. On adopte le modèle bifilaire local de la portion de câble coaxial de longueur dz de la figure 2 où L et C désignent respectivement l'inductance linéique et la capacité linéique du câble coaxial.

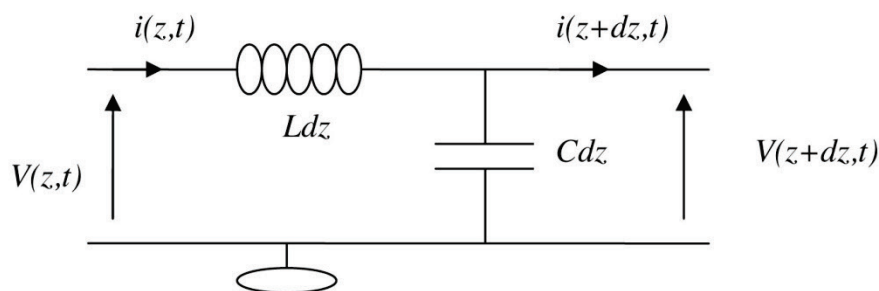


Figure 2 : Modèle bifilaire d'une portion de câble

- 25) A quelle(s) condition(s) sur les matériaux peut-on modéliser ainsi la portion de câble coaxial ?

A) Equation de propagation :

- 26) Expliciter le système d'équations aux dérivées partielles vérifié par les fonctions $V(z,t)$ et $i(z,t)$.
- 27) En déduire les deux équations aux dérivées partielles, découplées, vérifiées par la fonction $V(z,t)$ d'une part, puis par la fonction $i(z,t)$ d'autre part. Quelle est la forme la plus générale de la fonction $V(z,t)$?

B) Phénomène de réflexion en bout de câble :

On s'intéresse au cas d'ondes sinusoïdales de pulsation ω .

On posera $V(z,t) = V_i(z,t) + V_r(z,t)$.

Avec $V_i(z,t) = V_{im} \cos(\omega t - kz + \varphi)$ et $V_r(z,t) = V_{rm} \cos(\omega t + kz + \psi)$.

A ces ondes réelles, on associe les ondes complexes : $\underline{V}(z,t) = \underline{V}_i(z,t) + \underline{V}_r(z,t)$ avec

$$\underline{V}_i(z,t) = \underline{V}_{im} e^{j(\omega t - kz)} \quad \text{et} \quad \underline{V}_r(z,t) = \underline{V}_{rm} e^{j(\omega t + kz)} \quad \text{où} \quad \underline{V}_{im} = V_{im} e^{j\varphi} \quad \text{et} \quad \underline{V}_{rm} = V_{rm} e^{j\psi}.$$

Le câble est relié à un générateur basses fréquences, qui délivre en $z = 0$, une tension sinusoïdale, de sorte que l'onde totale en $z = 0$ est sinusoïdale. Le choix de l'origine des temps nous permet de poser : $V(0,t) = V_0 \cos(\omega t)$, à laquelle on associe la forme complexe : $\underline{V}(0,t) = V_0 e^{j\omega t}$.

- 28) Le câble est en court circuit, ou refermé par une résistance nulle ($R = 0$) à l'extrémité située en $z = l$.

Expliciter la condition limite $\underline{V}(l,t)$ vérifiée par la fonction $\underline{V}(z,t)$ en $z = l$.

En déduire le système de deux équations à deux inconnues vérifié par \underline{V}_{im} et \underline{V}_{rm} .

Puis exprimer \underline{V}_{im} et \underline{V}_{rm} en fonction de V_0 , k et l .

- 29) On définit le coefficient de réflexion r par : $r = \frac{\underline{V}_r(l,t)}{\underline{V}_i(l,t)}$.

Déterminer r dans le cas du court-circuit ($R = 0$).

- 30) Le câble est en circuit ouvert, ou refermé par une résistance infinie ($R = +\infty$) à son extrémité située en $z = l$.

Expliciter, très brièvement, sur une grandeur physique bien appropriée, la condition limite en $z = l$.

On admettra dans ce cas que $r = 1$.

- 31) Le câble est maintenant chargé à son extrémité en $z = l$, par une résistance R . En admettant que le coefficient de réflexion r est réel, justifier qu'il existe au moins une valeur critique de R notée R_c pour laquelle il n'y a pas d'onde réfléchie. Comment qualifie-t-on ce fonctionnement ?

Dans la suite du problème, on admettra que $R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

IV] Etude expérimentale :

Un générateur basses fréquences, branché à l'entrée du câble en $z = 0$, délivre, comme onde incidente, une tension périodique « carré », entre les niveaux 0 et V_0 . L'autre extrémité du câble est refermée par une résistance R .

En plus des phénomènes de propagation et de réflexion éventuelle de l'onde, il y a un léger phénomène d'atténuation. On supposera que la valeur de la résistance R n'a aucune influence tant sur la durée de propagation que sur l'amortissement dû au chemin parcouru. On admet de plus qu'il n'y a pas de réflexions multiples.

A l'aide d'un oscilloscope, on observe en $z = 0$ la superposition de l'onde incidente délivrée par le générateur et de l'onde réfléchi (figure 3). Les oscillogrammes de la figure 4 ont été réalisés pour différentes valeurs de R .

- 32) Donner une valeur approchée de l'impédance interne du générateur basses fréquences que vous avez utilisé en travaux pratiques.

A] Cas d'un court-circuit : $R = 0$.

L'extrémité $z = l$ est en court circuit : $R = 0$.

- 33) On schématise l'onde incidente, à l'entrée du câble en $z = 0$, par la figure suivante :

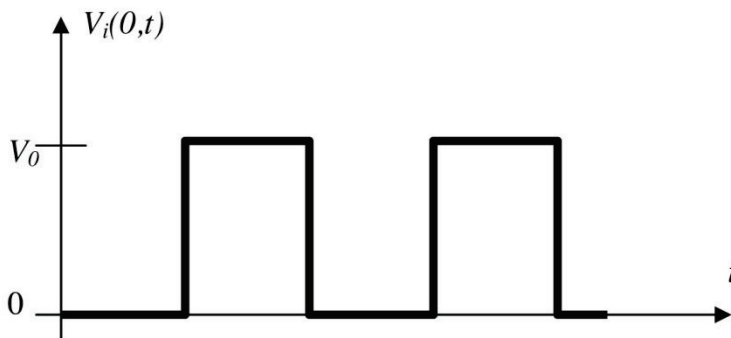


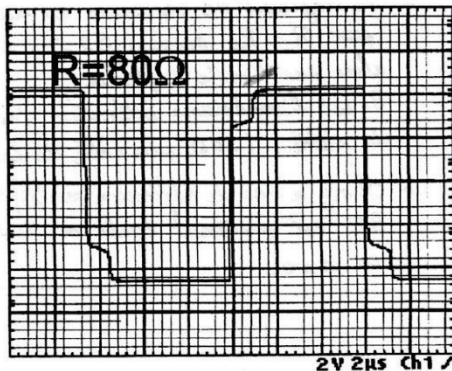
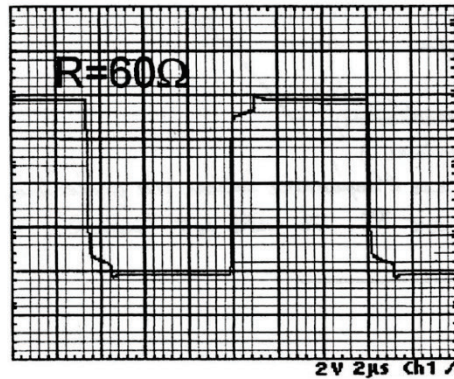
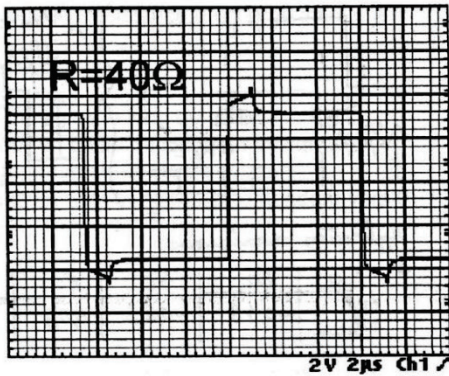
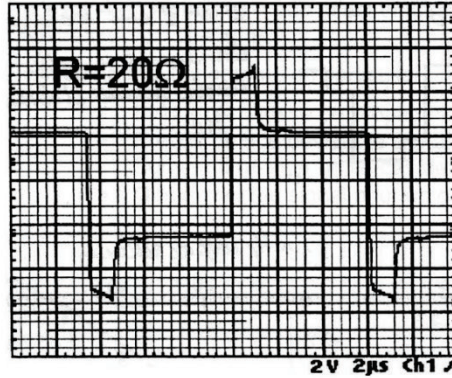
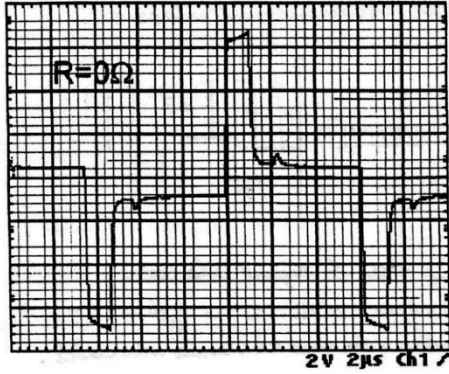
Figure 3 : Onde incidente

En prenant en compte les phénomènes de réflexion, d'amortissement et de propagation, et sachant que le retard dû à la propagation est inférieur à $T/4$, où T est la période de l'onde incidente, schématiser la forme des ondes réfléchi et totale notées $V_r(0,t)$ et $V_{tot}(0,t)$ au point $z = 0$.

- 34) En utilisant l'oscillogramme correspondant à $R = 0$, déterminer une valeur approchée de la vitesse de propagation le long du câble. Celle-ci est-elle en accord avec les valeurs de L et C obtenues précédemment ?
- 35) On définit le coefficient d'amortissement, noté K , au cours de la propagation globale, comme le rapport du module de l'amplitude de l'onde réfléchi une fois revenue en $z = 0$ sur le module de l'amplitude de l'onde incidente émise en $z = 0$. Déterminer une valeur approchée de K .

B] Cas général $R \neq 0$:

- 36) A partir des autres oscillogrammes de la figure 4, déterminer les valeurs des coefficients de réflexion pour les différentes valeurs de R , à savoir : 20Ω , 40Ω , 60Ω et 80Ω .
- 37) Pour quelle valeur particulière R_c de R , n'y a-t-il pas d'onde réfléchie ? Ceci est-il en accord avec les résultats obtenus lors des parties précédentes ? Pourquoi n'y a-t-il pas de réflexions multiples ?



B – Le haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé en figure 1, est constitué d'un châssis sur lequel est fixé le circuit magnétique. Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile formé de la membrane et de la bobine mobile. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort et sur le pourtour par une suspension périphérique. L'ensemble de la suspension assure le rappel vers la position d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe $z'z$. Le circuit magnétique, constitué d'aimants permanents, génère un champ magnétique \vec{B} radial et uniforme ($B = 1,05 \text{ T}$) dans l'entrefer. La longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut $l = 3,81 \text{ m}$. La masse de l'équipage mobile vaut $m = 4,0 \text{ g}$.

Les parties A.1-, A.2- et A.3- ne sont que très partiellement liées.

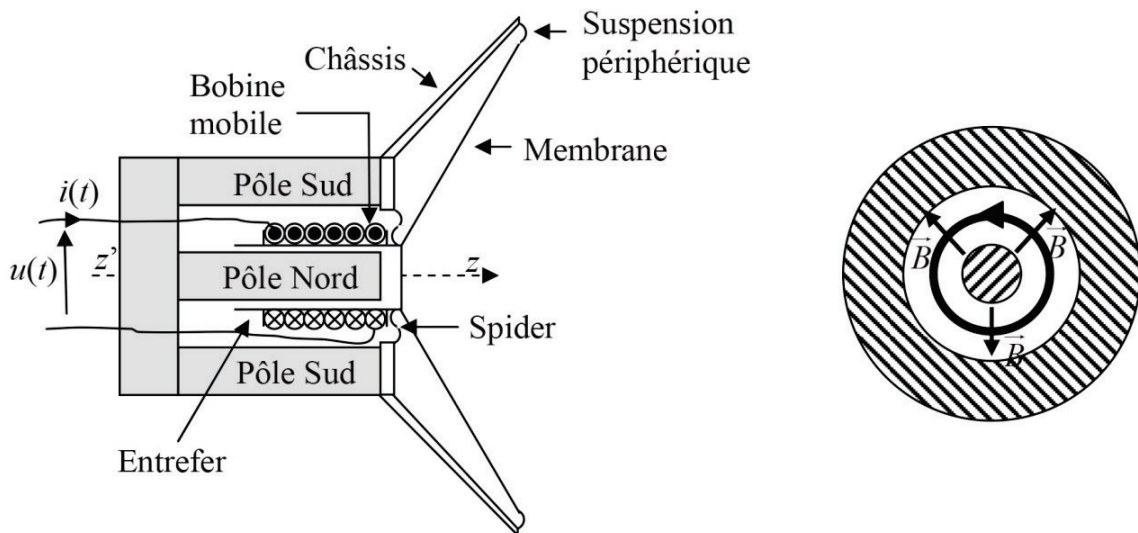


Figure 1 : schéma de principe du haut-parleur électrodynamique

A.1- Etude temporelle du fonctionnement

A.1.1- Pourquoi qualifie-t-on le haut-parleur de convertisseur électromécanique ?

A.1.2- On applique aux bornes de la bobine une tension variable $u(t)$. La bobine est alors traversée par un courant d'intensité $i(t)$ et la membrane se déplace avec la vitesse $v(t)$.

A.1.2.1- Justifier précisément l'apparition d'une f.é.m. induite $e(t)$ aux bornes de la bobine.

A.1.2.2- Le schéma électrique équivalent de la bobine est donné en figure 2, page suivante. Donner la relation qui lie $u(t)$ à $i(t)$, $i'(t) = \frac{di(t)}{dt}$ et $e(t)$. Que représente chacun des termes de cette équation dite électrique ? Pour la suite du problème, on posera $e(t) = v(t) \cdot B \cdot l$.

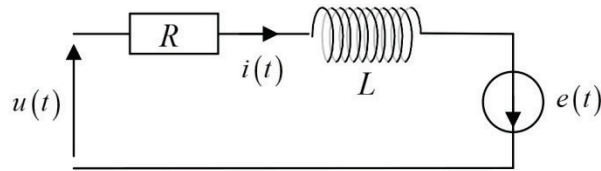


Figure 2 : schéma électrique de la bobine

A.1.3- Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace $d\vec{f}_L$ exercée sur une portion de conducteur de longueur dl en fonction de $i(t)$, dl , B et \vec{u}_z .

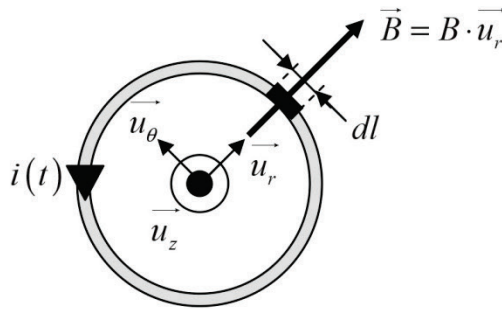


Figure 3 : portion de conducteur soumise à la force de Laplace

A.1.4- En prenant l'origine des z comme étant la position d'équilibre du centre d'inertie de l'équipage mobile (bobine + membrane), le principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système donne la relation suivante : $m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = -i(t) \cdot l \cdot B \cdot \vec{u}_z - k \cdot z(t) \cdot \vec{u}_z - \lambda \cdot \vec{v}$. Interpréter les différents termes de cette relation.

En déduire une équation reliant $i(t)$ à $z(t)$ et ses dérivées $z'(t) = \frac{dz(t)}{dt}$ et $z''(t) = \frac{d^2z(t)}{dt^2}$.
L'équation ainsi obtenue est appelée équation mécanique.

A.2- Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée est supposée sinusoïdale, de fréquence f : $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$. Nous utiliserons le formalisme complexe qui, à toute fonction sinusoïdale du type $a(t) = A_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ associe la fonction complexe $\underline{a}(t) = A_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$. On rappelle que j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

A.2.1- Ecrire les équations mécanique et électrique en utilisant le formalisme complexe.

A.2.2- En déduire l'expression de l'impédance du haut-parleur $\underline{Z}(\omega) = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$.

A.2.3- Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ correspond à la mise en série de deux impédances : l'une $\underline{Z}_e(\omega)$, appelée impédance propre, qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre $\underline{Z}_m(\omega)$, appelée impédance motionnelle, qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système. Préciser les expressions de $\underline{Z}_e(\omega)$ et $\underline{Z}_m(\omega)$.

A.2.4- Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m(\omega) = \frac{1}{\underline{Z}_m(\omega)}$ peut s'écrire sous la forme :

$\underline{Y}_m(\omega) = j \cdot C_m \cdot \omega + \frac{1}{j \cdot L_m \cdot \omega} + \frac{1}{R_m}$. Préciser les expressions de C_m , L_m et R_m en fonction de l , B , k , m et λ . On donne $k = 1\,250 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ et $\lambda = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$, vérifier que $C_m = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ F}$, $L_m = 12,8 \text{ mH}$ et $R_m = 16 \Omega$.

A.2.5- Proposer un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel vous ferez apparaître R , L , C_m , L_m et R_m .

A.2.6- On peut également poser que l'impédance du haut-parleur se compose d'une partie réelle R_T et d'une partie imaginaire X_T : $\underline{Z}(\omega) = R_T + j \cdot X_T$. Montrer alors que l'expression de R_T est la suivante : $R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \cdot \left(C_m \cdot \omega - \frac{1}{L_m \cdot \omega} \right)^2}$.

A.2.7- En utilisant la courbe $R_T = f(\omega)$ de la figure 4, déterminer la valeur numérique de la résistance R et montrer que la fréquence de résonance vaut $f_0 = 89 \text{ Hz}$. Vérifier la cohérence de la valeur de f_0 avec les données de l'énoncé.

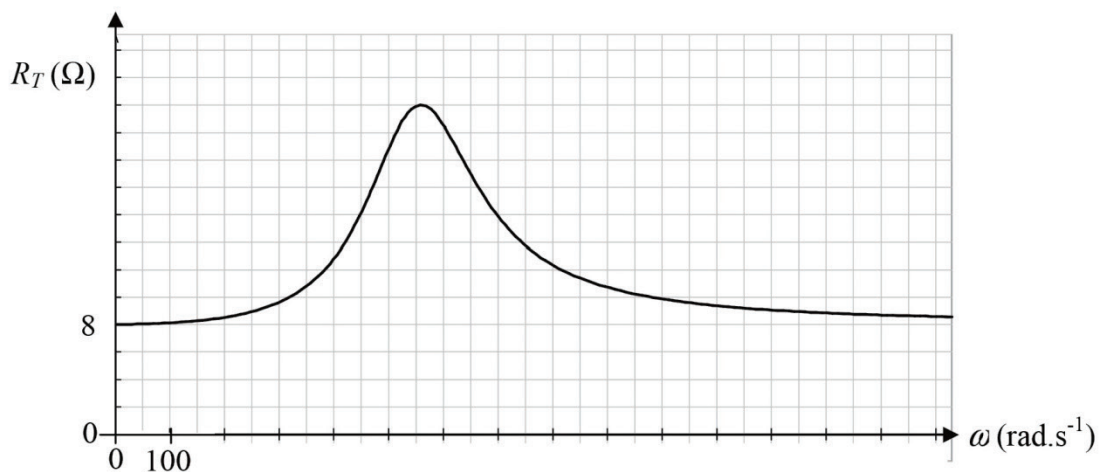


Figure 4 : courbe représentant R_T en fonction de ω

A.3- Etude énergétique

Nous ferons l'hypothèse que la transformation de l'énergie mécanique des parties mobiles en énergie acoustique s'effectue sans perte.

A.3.1- Etablir le bilan de puissance électrique global sous la forme :

$$u(t) \cdot i(t) = \frac{d(E_{\text{magn}})}{dt} + P_J(i(t)) + P_L(v(t)).$$

Préciser les expressions de E_{magn} , $P_J(i(t))$ et $P_L(v(t))$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.2- Etablir le bilan de puissance mécanique global sous la forme :

$$\frac{d(E_c(v(t)))}{dt} + P_A(v(t)) + \frac{d(E_{pe}(z(t)))}{dt} = P_L(v(t)).$$

Préciser les expressions de $E_c(v(t))$, $E_{pe}(z(t))$ et $P_A(v(t))$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.3- Dédurre des deux relations précédentes que :

$$u(t) \cdot i(t) = \frac{d(E_{\text{magn}})}{dt} + P_J(i(t)) + \frac{d(E_M(t))}{dt} + P_A(v(t)).$$

A.3.4- Montrer que la puissance moyenne $\langle P_S(t) \rangle$ fournie par l'alimentation électrique est liée à la valeur moyenne du courant au carré consommé par le haut-parleur $\langle i(t)^2 \rangle$ et à la valeur moyenne de la vitesse au carré de l'équipage mobile $\langle v(t)^2 \rangle$ par la relation :

$$\langle P_S(t) \rangle = R \cdot \langle i(t)^2 \rangle + \lambda \cdot \langle v(t)^2 \rangle.$$

Lequel de ces termes correspond à la puissance utile moyenne $\langle P_u(t) \rangle$? En déduire l'expression du rendement η .