

PARTIE PHYSIQUE

Orage et foudre

(85 % du barème)

Préambule

L'électrosphère est une couche atmosphérique ionisée. L'électrosphère et la Terre, de rayon $R = 6\,370\text{ km}$, forment un gigantesque condensateur terrestre (figure 1), où le champ électrique par beau temps est dirigé de l'électrosphère vers la Terre et atteint environ $100\text{ à }120\text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$.

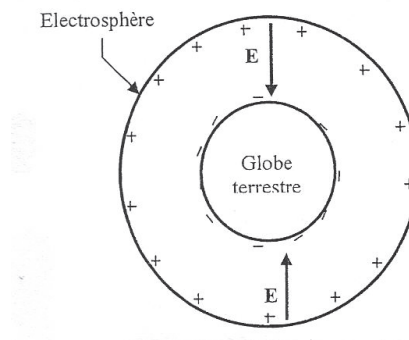


Figure 1 - Terre et électrosphère

Les armatures de ce condensateur sont l'électrosphère et le globe terrestre, entre lesquelles il y a la troposphère et la stratosphère qui constituent le diélectrique, dont l'épaisseur est d'environ 80 km .

L'air comprend en permanence des charges électriques, positives et négatives, créées par les rayonnements cosmiques ou la radioactivité de la Terre. Par beau temps, il en résulte un courant atmosphérique de densité volumique \vec{J} tendant à décharger le condensateur.

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général du type cumulo-nimbus (figure 2) de couleur sombre. Ils constituent une gigantesque machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à environ 2 km et 15 km d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élévation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

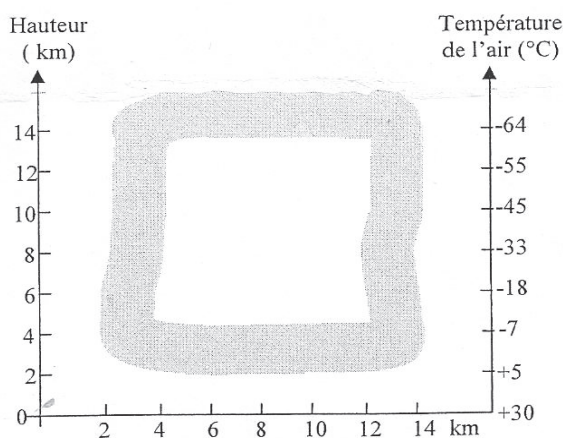


Figure 2 - Cumulo-nimbus

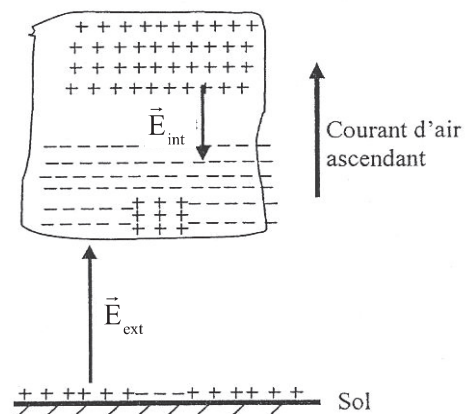


Figure 3 - Dipôles électriques

Les violents courants ascendants provoquent des collisions entre les gouttes d'eau et les micro-particules de glace, ce qui produit la création de charges électriques par frottement. Ces micro-particules de glace, plus légères et chargées positivement, sont emportées vers le haut par le courant d'air ascendant et occupent ainsi la partie supérieure du nuage qui forme le pôle positif. Tandis que les gouttes d'eau chargées négativement s'établissent dans la partie inférieure et créent le pôle négatif. Cependant, une petite quantité de charges positives demeurent à la base du nuage.

Le nuage fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé et crée ainsi deux véritables dipôles électriques (figure 3) :

- un dipôle interne, généré entre les pôles positif et négatif du nuage. Si le champ électrique interne \vec{E}_{int} devient suffisamment grand, il provoque un claquage interne dans le nuage ;
- un dipôle externe, généré entre la base du nuage et la surface de la Terre. Si le champ électrique externe \vec{E}_{ext} atteint des conditions critiques de l'ordre de 20 kV.m^{-1} , il finit par provoquer une grande décharge entre le nuage et la Terre.

A - Formation et stabilité du nuage (35 % du barème)

On s'intéresse à l'équilibre de l'air dans l'atmosphère terrestre.

Les valeurs de référence pour la température et la pression seront celles relevées à la surface de la Terre, à savoir $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $T_0 = 300 \text{ K}$. L'air sera assimilé à un gaz parfait.

On repère ici l'espace par le trièdre (O, x, y, z) . L'axe des z vertical est dirigé vers le haut et son origine O coïncide avec la surface de la Terre.

A.1 - Equilibre isotherme de l'atmosphère

On suppose ici que la température de l'atmosphère est uniforme et vaut T_0 pour tout z .

On note $\rho_{\text{air}}(z)$ la masse volumique de l'air à l'altitude z .

- 1) On note M_{air} la masse molaire de l'air. Quels sont les deux principaux constituants physico-chimiques de l'air ? En quelles proportions molaires y sont-ils présents ? En ne considérant que ces deux principaux constituants de l'air, déterminer la valeur numérique de M_{air} .
- 2) En écrivant une condition d'équilibre mécanique sur un élément infinitésimal d'atmosphère situé entre les altitudes z et $z + dz$, montrer que : $\frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{air}} g$.
- 3) Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ de l'air en fonction de l'altitude z .
- 4) En déduire un ordre de grandeur de l'épaisseur caractéristique de l'atmosphère.

A.2 - Equilibre de l'atmosphère caractérisée par un gradient de température et formation de la base du nuage

La température dans les basses couches de l'atmosphère n'est pas uniforme mais décroît avec l'altitude. Dans cette partie, on admettra que cette température suit une décroissance affine de la forme : $T(z) = T_0 - \lambda z$ avec $T_0 = 300 \text{ K}$ et $\lambda = 0,007 \text{ K.m}^{-1}$.

- 5) a) A partir de la condition d'équilibre mécanique d'un élément infinitésimal d'atmosphère, déterminer l'expression littérale de $P(z)$.

b) Les applications numériques donnent :

Altitude (km)	0,5	2	5	8	11	14
Pression (Pa)	94 500	79 300	54 800	36 700	23 700	14 600

Jusqu'à quelle altitude et avec quelle précision, le modèle de l'atmosphère isotherme est-il pertinent ?

A.3 - Profil de température au sein d'une colonne d'air humide à toutes les altitudes, formation du nuage

D'un point de vue thermodynamique, l'ascension verticale d'une colonne d'air humide, depuis la surface de la Terre à la pression P_0 , jusqu'à l'altitude z à la pression $P(z)$, sera assimilée à une détente adiabatique et mécaniquement réversible. Par ailleurs, l'air humide contenant une faible quantité de vapeur d'eau sera encore assimilable à un gaz parfait de masse molaire M_{air} .

6) Ecrire le système d'équations permettant de déterminer le profil de température $T(z)$ au sein d'une colonne d'air humide, en équilibre mécanique, pour toutes les altitudes.

La résolution des équations précédentes aboutit à l'expression :

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{z_2}\right) \text{ avec } z_2 = \frac{\gamma R T_0}{(\gamma - 1) M_{air} g}.$$

- 7) a) Par extrapolation, évaluer la pression de vapeur saturante de l'eau à l'altitude $z = 500$ m.
 b) En supposant que la fraction molaire de l'eau dans la colonne d'air humide est de 4 %, montrer que l'eau devrait se liquéfier en dessous de 500 m.
 c) En général, les observations rendent compte d'une liquéfaction survenant à des altitudes légèrement supérieures. Expliquer. Ce phénomène de métastabilité existe aussi pour des corps très purs lors du changement d'état liquide-solide. Dans ce dernier cas, quel nom lui est associé ?

A.4 - Stabilité du nuage : pourquoi les gouttelettes d'eau de la partie inférieure du nuage ne tombent-elles pas ?

On supposera dans cette étude sur la stabilité du nuage que l'air est immobile dans le référentiel terrestre et a une masse volumique constante $\rho_{air} = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$.

On repère ici l'espace par le trièdre (O', x, y, z') . L'axe des z' vertical est dirigé vers le bas et son origine O' coïncide avec la base d'un cumulo-nimbus (figure 4).

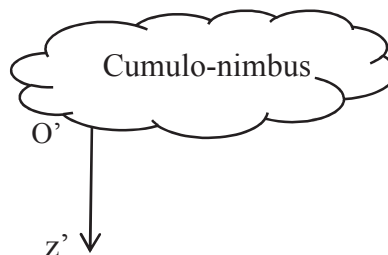


Figure 4 - Orientation de l'espace

On considère la chute d'une fine gouttelette d'eau liquide de rayon $r = 0,01$ mm, située initialement à 2 000 m au-dessus de la surface de la Terre et dépourvue de vitesse initiale. On suppose que les frottements exercés par l'air sur la gouttelette sont modélisables par la force $\vec{f} = -6\pi\eta_{\text{air}}r\vec{v}$, où η_{air} correspond à la viscosité de l'air et \vec{v} à la vitesse de la gouttelette.

- 8) a) Faire un bilan des forces exercées sur la gouttelette d'eau.
 b) Pourquoi est-il légitime de ne pas prendre en compte la poussée d'Archimède ?
 c) En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} de la gouttelette d'eau.
- 9) Montrer que la gouttelette d'eau tend à atteindre une vitesse limite, notée \vec{v}_{lim} , dont on précisera l'expression ainsi que sa valeur numérique.
- 10) Evaluer un ordre de grandeur de la durée nécessaire pour que la gouttelette d'eau atteigne sa vitesse limite.
- 11) A l'aide d'une approximation que l'on justifiera, déterminer la durée de chute d'une gouttelette d'eau depuis la base d'un cumulo-nimbus, initialement située à 2 000 m au-dessus de la surface de la Terre, jusqu'au sol.
- 12) Par ailleurs, quel phénomène thermodynamique peut justifier la stabilité mécanique du nuage, même en l'absence de courants ascensionnels suffisants ?

B - La foudre (50 % du barème)

B.1 - Etude d'un condensateur sphérique

Un condensateur sphérique à air (figure 5), dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide ϵ_0 , est formé de deux armatures concentriques, de rayon R_1 et R_2 , avec $R_1 < R_2$.

L'armature intérieure de rayon R_1 porte une charge totale Q uniformément répartie. L'armature extérieure porte la charge totale $-Q$ uniformément répartie.

On travaillera ici dans la base classique des coordonnées sphériques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ et dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

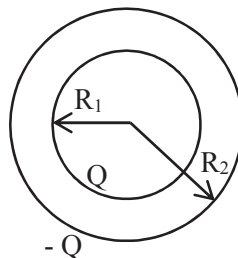


Figure 5 - Condensateur sphérique

- 13) Par des arguments clairs et précis d'invariance et de symétrie, justifier qu'entre les armatures, le champ électrique est de la forme : $\vec{E} = E(r) \vec{e}_r$.
- 14) a) Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(r)$ entre les armatures, en fonction de r , Q et ϵ_0 .