

# Physique : DM10

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

## Contraste interférentiel

Sur la platine d'un microscope est posée une préparation très mince transparente, immergée dans un liquide d'indice  $n$  et comprise entre deux lamelles de verre identiques dont les faces en regard, semi-argentées, sont parallèles. Les détails de la préparation peuvent être assimilés à de petites lames à faces parallèles d'indice  $n'$  d'épaisseur  $\varepsilon$  très faible, parallèles aux faces semi-argentées (figure 1). L'ensemble est éclairé par transmission en incidence normale par un faisceau parallèle de lumière monochromatique (raie verte d'une lampe spectrale à mercure :  $\lambda = 546 \text{ nm}$ ) à l'aide d'un trou source disposé au foyer objet du condenseur non représenté dans la figure 1. Un objectif placé au-dessus de la préparation permet d'observer celle-ci.

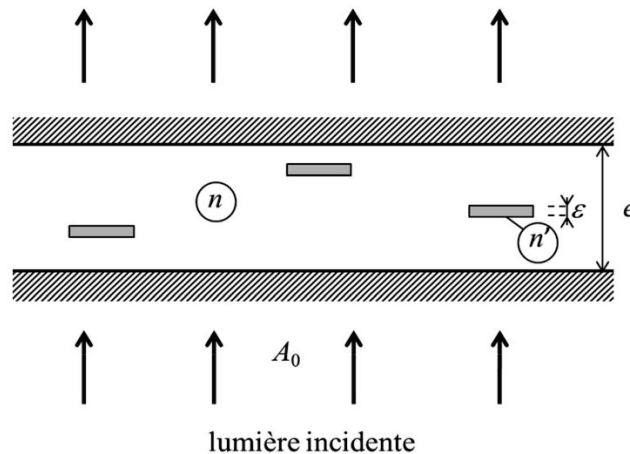


Figure 1 : vue de profil de la préparation liquide sous microscope

### A1- Observation en l'absence de détails

Les deux lamelles de verre semi-argentées peuvent être considérées comme deux miroirs semi-réfléchissants de coefficients de réflexion et de transmission en amplitude  $r$  et  $t$  (nombres réels positifs inférieurs à 1) et introduisant un déphasage  $\psi$  à leur traversée. Une onde se propageant dans la cavité ainsi formée émet à chaque aller-retour un rayon émergent. Les rayons émergents transmis sont parallèles entre eux et interfèrent à l'infini. En négligeant tout phénomène de réfraction (les rayons incidents sont considérés comme ayant une incidence normale aux lames) et tout phénomène d'absorption des miroirs et de la préparation liquide, l'amplitude complexe en un point à l'infini du  $k^{\text{e}}$  rayon émergent s'écrit  $A_k \exp(-i\Phi_k)$  où  $A_k$  est l'amplitude du rayon  $k$  et  $\Phi_k$  sa phase.

**A1.1-** Exprimer le déphasage entre deux rayons émergents successifs  $\varphi = \Phi_{k+1} - \Phi_k$  en fonction de l'épaisseur de la cavité  $e$ , de l'indice de réfraction  $n$  du milieu et de la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière incidente dans le vide.

**A1.2-** Calculer le rapport des amplitudes de deux rayons successifs  $\frac{A_{k+1}}{A_k}$  en fonction du coefficient de réflexion en amplitude  $r$  des deux lames semi-réfléchissantes.

**A1.3-** En déduire l'amplitude complexe du  $k^{\text{e}}$  rayon émergent, en prenant comme référence des phases, celle du rayon incident entrant à travers la lame inférieure dont l'amplitude complexe s'écrit  $A_0$ .

**A1.4-** Calculer l'amplitude complexe en un point à l'infini résultant de la superposition de l'ensemble des rayons émergents de  $k = 1$  à l'infini, le coefficient de réflexion  $r$  étant inférieur à 1.

**A1.5-** Montrer que l'intensité recueillie à l'infini  $I = I(\varphi)$  peut se mettre sous la forme :

$$I(\varphi) = \frac{I_0}{1 + m \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \quad \text{où } m \text{ sera exprimé en fonction de } r \text{ et } I_0 \text{ en fonction de } A_0, r \text{ et } t.$$

**A1.6-** Pour  $r \approx 0,9$ , calculer  $m$ .

**A1.6.1-** Déterminer les valeurs de  $\varphi$  qui correspondent à un maximum de  $I(\varphi)$ . Que vaut  $I_{\max}$ , la valeur de ces maxima ?

**A1.6.2-** Evaluer la valeur et la position des minima de  $I(\varphi)$ .

**A1.6.3-** Calculer les valeurs de  $\varphi$  autour d'un maximum, tel que  $I = \frac{I_{\max}}{2}$ . En déduire la largeur à mi-hauteur du pic correspondant  $\Delta_{1/2}(\varphi)$  que l'on exprimera en fonction de  $m$ . Simplifier en tenant compte de la valeur de  $m$ .

**A1.6.4-** Tracer l'allure de  $I(\varphi)$ .

**A1.6.5-** En déduire que l'intensité recueillie à l'infini ne peut être considérée comme non nulle que pour certaines valeurs de  $\varphi$  très réduites. En l'absence de détails, pour une préparation constituée uniquement d'un liquide homogène, quel serait l'aspect du champ observé ?

## **A2- Observation en présence de détails.**

Les réflexions sur les faces d'un détail sont négligeables si bien qu'un rayon lumineux traversant un détail peut être considéré comme transmis intégralement en amplitude (pas d'absorption par le détail).

**A2.1-** Comme à la question **A1.1**, exprimer le déphasage entre deux rayons émergents successifs  $\varphi' = \Phi'_{k+1} - \Phi'_k$ , mais dans une zone comportant un détail, en fonction des épaisseurs de la cavité  $e$  et du détail  $\varepsilon$ , des indices de réfraction  $n$  du milieu et du détail  $n'$  et de la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière incidente.

Montrer que  $\varphi'$  peut s'exprimer comme  $\varphi' = \varphi + \Delta\varphi$  avec  $\Delta\varphi$  dépendant uniquement de  $n, n', \varepsilon$  et  $\lambda$ . Calculer  $\Delta\varphi$  pour une préparation d'indice 1,515 contenant un détail d'épaisseur  $\varepsilon = 0,6 \mu\text{m}$  et d'indice de réfraction 1,520. Remarquer que la valeur de  $\Delta\varphi$  est petite par rapport à celle donnant  $\varphi$ .

**A2.2-** Que devient l'intensité transmise  $I' = I'(\varphi')$  dans une zone comportant un détail ?

**A2.3-** Calculer le contraste de l'image du détail par rapport au "fond", le contraste  $C$  étant défini par

$$C = \frac{I - I'}{I}.$$

Montrer que le contraste est de la forme  $C = K \Delta\varphi$  où la constante  $K$  dépend de  $m$  et de  $\varphi$ .

**A2.4-** L'épaisseur de la préparation  $e$  est choisie de manière à ce que  $\varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  (avec  $k$  nombre entier). Pour les mêmes valeurs de  $r \approx 0,9$  et de  $m$  trouvée à la question **A1.6** et sachant que l'œil humain décèle un contraste minimal de 0,1, le détail est-il visible ?

**A2.5-** Pour quelle valeur de  $\varphi$ , donc de l'épaisseur  $e$  de la préparation, le contraste est-il maximal ? Quelle est alors l'épaisseur minimale d'un détail décelable (donner un ordre de grandeur) ? Proposer une méthode expérimentale pour rendre un détail suffisamment contrasté pour être observé.