Concours Commun Mines-Ponts – option PC

Planche 1

I) Un récipient cylindrique vertical contenant un liquide, tourne autour de son axe à vitesse angulaire constante ω.
Déterminer l'équation de l'intersection de la méridienne du cylindre avec la surface du liquide.
Déterminer la hauteur de liquide au centre et sur les bords.

II) Roue de Barlow :
Il y a un contact ponctuel en M ; calculer la force de Laplace et le moment de la force par rapport à l'axe de rotation.
Calculer la puissance fournie par le moteur sachant que la roue effectue n tours par seconde.

Planche 2

I) Question de cours : faire un exposé sur les phénomènes de résonance.

II) La roue métallique pleine est libre de tourner autour de $\vec{e}_z$. On la modélise par le rayon OA de résistance R, en considérant que ce rayon tourne à la vitesse $\dot{\theta}$. Déterminer le mouvement de la roue.

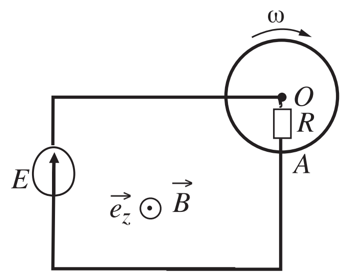


Planche 3

On utilise en réflexion une lame d'épaisseur e et d'indice $n = 1,33$. De la lumière blanche tombe sous une incidence $i = 30°$ par rapport à la normale.
1) Tracer la marche d'un rayon lumineux.
2) Calculer la différence de marche entre deux rayons passant par un point M.
3) Déterminer l'éclairement en M.
4) On souhaite réfléchir $\lambda_1 = 600\,\text{nm}$ mais pas $\lambda_2 = 450\,\text{nm}$. En déduire l'épaisseur minimale de la lame.

Planche 4

I) Question de cours : les ondes mécaniques.

II) Qu'observe-t-on avec le dispositif dessiné ci-contre ?

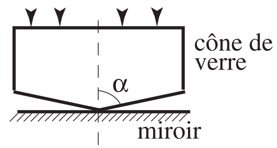
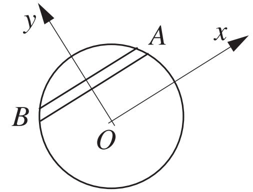


Planche 5

I) Question de cours : la diffraction à l'infini (sans calcul).

II) On considère la Terre comme une boule homogène de rayon R. On creuse un tunnel AB. On lâche un point M de masse m en A. Il se déplace sans frottement. Calculer le temps T mis par M pour aller de A en B.



Si la Terre est immobile.
Si elle est en rotation et que le tunnel est parallèle à l'axe des pôles.
Si elle est en rotation et que le tunnel est dans le plan de l'équateur.

Planche 6

I) Cours : propagation guidée entre deux plans métalliques d'une onde progressive, harmonique, polarisée rectilignement.

II) Un pendule simple est accroché au plafond d'un véhicule en translation uniformément accélérée de vitesse $\vec{a}$. Quelle est sa position d'équilibre ? Donner l'équation du mouvement pour de petites oscillations autour de la position d'équilibre.

Planche 7

I) On donne l'expression de ΔV en coordonnées cylindriques.
On porte la portion de plan $(y = 0, x \leqslant 0)$ au potentiel V_0.
Quelles sont les symétries et les invariances ?
On cherche V sous la forme $V(r, \theta) = A + f(r)g(\theta)$ où r et θ sont les coordonnées dans le repère cylindrique d'axe Ox : trouver $g(\theta)$ et chercher f sous la forme $f(r) = r^n$.
Donner les cartes et lignes de champ.
II) Cours : loi de Biot et Savart pour les circuits fermés filiformes.

III) Trous d'Young : connaissant l'interfrange $i = 1\,\text{mm}$, $\lambda = 650\,\text{mm}$, $D = 2\,\text{m}$, calculer la distance entres les trous.

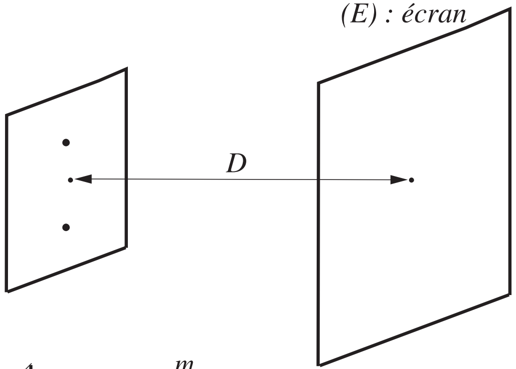
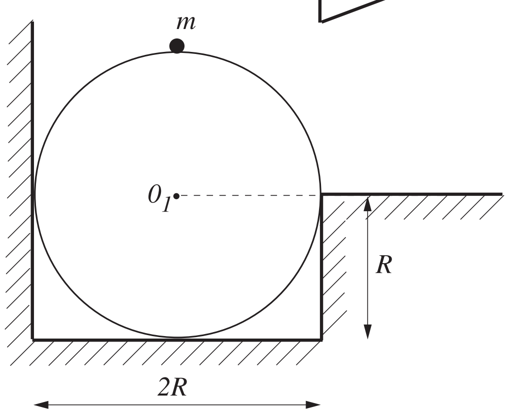


Planche 8

I) Cours : filtre actif et passif du premier et du second ordre n ; critère de stabilité.

II) Une bille de masse m glisse sur un cerceau de masse M et de rayon R. Il n'y a aucun frottement. On décale la bille : le cerceau décolle- t-il ?



III) Une barre homogène de masse volumique ρ, de capacité calorifique massique C_p, de longueur l, est en contact à l'une de ses extrémités avec une source à température T_1, et à son autre extrémité avec une source à température T_2.
On réalise l'état (i) en atteignant un régime stationnaire.
On réalise l'état (f) en atteignant un régime permanent pour le système calorifugé et évoluant à P constante.
Calculer ΔS de (i) à (f).

Planche 9

I) Cours : haut-parleur, couplage électromagnétique, bilan énergétique, rendement.
II) Une électrode cylindrique d'axe (Oz), de rayon a, de potentiel nul est parcourue par un courant I. Une deuxième électrode de même axe, de rayon $b > a$, est au potentiel $V > 0$, aucun courant ne la parcourt.
Décrire le mouvement d'un électron placé entre ces deux électrodes ($r \in [a, b]$).
Bilan d'homogénéité : donner la dimension de l'inductance en unité S.I.

Concours Commun Mines – Ponts – option PC

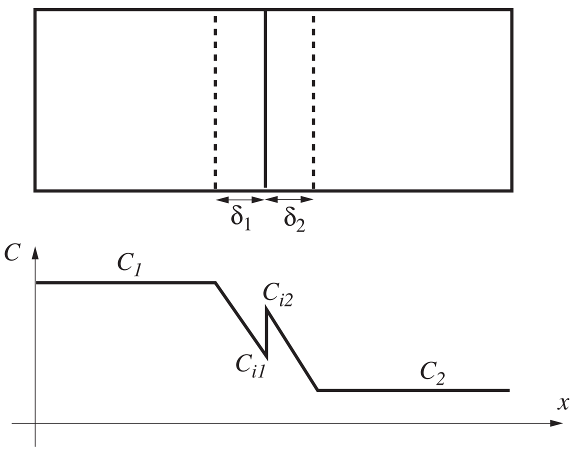
Planche 1

I) Cours : établir l'équation de diffusion des particules.
II) En proposant et justifiant les modélisations envisagées, calculer le champ magnétique du faisceau laser utilisé usuellement en travaux pratiques.

Planche 2

I) Donner les conditions d'application de la loi de Fick. Donner un exemple de phénomène de convection et un exemple de diffusion. Donner une relation entre J, S, V et C.

0n étudie la diffusion qui se fait sur des épaisseurs δ entre deux compartiments de volume V ; la concentration est homogène par agitation modérée dans le reste des compartiments. On suppose le régime quasi-stationnaire.
On a : $C_1(0) = C_0$, $C_2(0) = 0$ et l'équilibre $\dfrac{C_{i2}}{C_{i1}} = P$.



Justifier les termes «homogène» et «modérée».
En utilisant les hypothèses, déterminer de nouvelles relations entre C_1, C_2 et d'autres grandeurs.

Déterminer finalement l'équation différentielle $\dfrac{dC_1}{dt} + \dfrac{1}{\tau} C_1 = \lambda$, donner l'expression de τ et λ. Application Numérique.
II) Recherche de l'unité de $\mu_0\gamma$ où γ est la conductivité.

III) Constante de raideur : Évaluer l'ordre de grandeur de la constante de raideur dans le modèle de l'électron élastiquement lié. Même question dans le cas d'amortisseur de voiture. Comparer.

Planche 3 III abordable en Sup

I) Cours : système de deux points matériels. (éléments cinétique, dynamique du système, cas du système isolé). Le programme officiel des classes de PCSI-PC est fourni.

II) Un écoulement de savon liquide, invariant selon Oy, tombe selon Ox. Il a une demi épaisseur $h(x,t)$ selon Oz. il a une longueur caractéristique L selon Ox et h selon Oz, avec $h \ll L$. On donne l'ordre de grandeur de h, et de la vitesse de l'écoulement. On donne l'équation de Navier-Stokes.

Calculer le nombre de Reynolds.

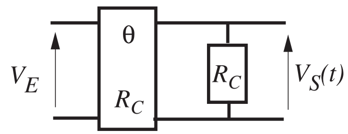
Déterminer le débit volumique.

Quelle équation différentielle vérifie $h(x,t)$?

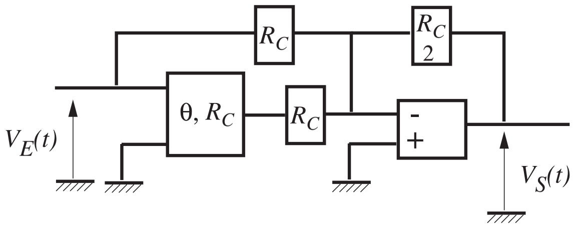
III) On veut déplacer la Terre dans l'espace. Pour cela, on creuse un trou jusqu'à une profondeur où la température est de 4000 K. On déverse ensuite toute la mer dedans et le jet de vapeur qui se dégage permet de propulser la Terre. Qu'en pensez-vous ?

Planche 4 I abordable en Sup

I) Filtre à peigne : Pour l'opérateur retard ci-contre :
$V_S(t) = V_E(t-\theta)$ où θ est le temps de retard.

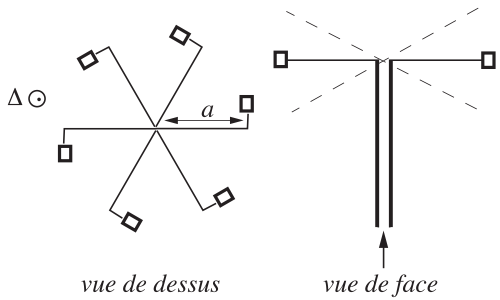


Dans le montage ci-contre, on suppose l'amplificateur opérationnel idéal.
calculer : $V_S(t)$, $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_S}{\underline{V}_E}$



Calculer et représenter $|\underline{H}(jf)|$ et $\arg(\underline{H}(jf))$.

II) De l'eau entre dans un tourniquet à n branches de longueur a, avec un débit massique constant D_m ; elle ressort des branches à vitesse u (tangente aux branches) dans le référentiel tournant à la vitesse $\omega(t)$.



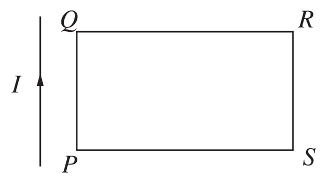
Le moment cinétique du système (eau+tourniquet) vaut J_0 dans le repère fixe.
Donner l'équation différentielle du mouvement et calculer $\omega(t)$ pour $\omega(0) = 0$. Que vaut ω à l'infini ?

Planche 5 I abordable en Sup

I) Déterminer le champ associé au potentiel $V = q\,\dfrac{\exp(-\frac{r}{a}))}{4\pi\varepsilon_0 r}$.
Calcul le flux de ce champ à travers une sphère de rayon R.
Montrer que ce champ résulte de la superposition de deux distributions de charges différentes.
Discussion du lien entre cette distribution et celui du modèle de l'atome d'hydrogène.
II) Cours : «La lumière polarisée».

Planche 6

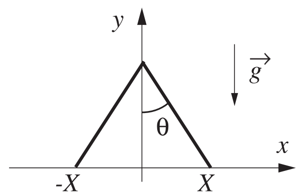
I) Le fil est parcouru par un courant I ; la spire rectangulaire est déformable tout en gardant $QP = RS = a =$ cste, QP se déplace à la vitesse V_1 et RS a la vitesse V_2. QP situé a une distance x_1 du fil et RS a x_2 ; calculer la f.e.m. du circuit.



II) Une barre de masse volumique ρ, de section S et de module d'Young E est le siège d'une onde de déformation longitudinale entraînant le déplacement de la section située à l'abscisse x, d'une longueur $u(x,t)$ (la barre s'allonge). On a la force de traction $F = ES\dfrac{\mathrm{d}l}{l}$ où l est la longueur de la barre et $\mathrm{d}l$ la longueur dont varie la barre lors de l'allongement. En étudiant la section de barre située entre x et $x + \mathrm{d}x$, trouver l'équation différentielle vérifiée par u et donner la nature des solutions, ainsi que la vitesse de propagation de l'onde.

Planche 7

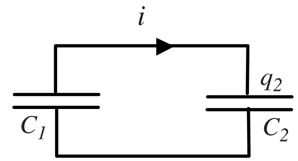
I) Deux barres de masse m et de longueur L sont disposées comme ci-contre. La liaison entre les deux barres est parfaite. Les deux barres sont posées verticalement à $t = 0$ en $x = 0$ et tombent avec le temps (θ est croissant).



Qu'est ce qu'une liaison parfaite ?
Quelles sont les équations différentielles vérifiés par x et θ ?
II) Cours : l'équation de Bernouilli.

Planche 8 I abordable en Sup

I) À l'instant $t = 0$, $q_1 = q_{10}, q_2 = 0$.
Caluler la charge à l'intérieur de chaque condensateur à l'équillibre.
Estimer la variation d'énergie.
AN : $c_1 = \dfrac{c_2}{2} = 10^{-6}F$, $q = 10^{-6}e$.



Qu'est ce qui ne va pas. ? Apportez les rectifications aux circuits et discutez.

On reconsidère le circuit de départ et on tient compte d'un terme de puissance $P = g\left(\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2}\right)^2$. Faire le lien avec une formule du cours.

Donner l'unité de g en kg,s,m,A.

II) Cours : la viscosité.

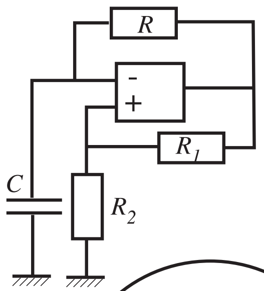


Planche 9 I abordable en Sup

I) Cours :le multivibrateur astable.

II) Dans une cage circulaire fixée par une liaison pivot sans frottement à l'axe Δ, est fixée une planche. Décrire le mouvement d 'un hamster, situé à l'extrême gauche de cette planche et se déplaçant de manière à ce que l'ensemble cage et planche reste immobile.

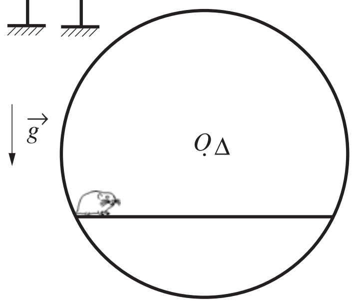


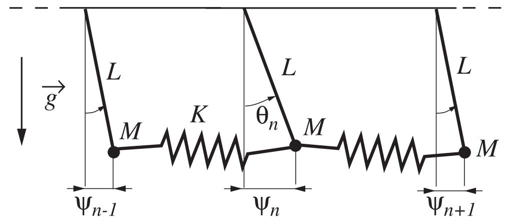
Planche 10 II abordable en Sup

I) cours : les différents critères qualitatifs d'un écoulement (illustrés d'exemples). Comment mesure-t-on une viscosité ?

II) On détend de façon isentropique, de la vapeur saturante de la température T_1 à la température T_2. Quelle est la fraction d'eau condensée ? On admettra que l'enthalpie de vaporisation de l'eau est de la forme $L(T) = a - bT$ et que la capacité massique de l'eau est indépendante de la température. A.N.

Planche 11

I) Oscillateurs de Klein-Gordon : Les pendules de la chaine de longueur L sont reliés par des ressorts de longueur à vide a, de constante de raideur k.



On pose $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$.

Donner l'équation liant $\psi_{n-1}, \psi_n, \psi_{n+1}$.

Donner l'équation de dispersion de cette chaîne. Caractériser le milieu (dispersif, vitesses de phase, de groupe, etc).

Que se passe-t-il dans l'approximation des milieux continus ?

II) Déterminer l'équation de la surface libre d'un liquide en rotation à vitesse ω dans un cylindre de rayon a, en utilisant le fait qu'initialement, le liquide occupe un volume V.

Planche 12 I abordable en Sup

I) Donner l'unité de ε_0 dans le système international.

Donner l'ordre de grandeur du champ électrique créé par un électron. Comparer aux champs électriques moléculaires.

Donner l'ordre de grandeur du champ magnétique créé par un électron en rotation autour d'un proton. Comparer aux plus intenses champs magnétiques créés par l'homme actuellement.

On donne la valeur ε_0, la masse d'un électron, d'un proton, μ_0.

II) Les deux armatures de rayon a, parallèles, d'un condensateur sont séparées par un isolant d'épaisseur e. L'axe Oz est perpendiculaire aux deux armatures.

Pour l'espace inter-armatures $(r, z) \in [O, a] \times [O, e]$, donner l'expression de l'équation de Maxwell-Ampère sous forme différentielle puis intégrale.

Dans cet espace, règne $\vec{E} = \frac{\sigma}{2e}\vec{u}_z$: exprimer $\vec{B}$.

Faire une étude énergétique.

III) Cours : filtres passe-bas et passe-haut ; la diffusion.

IV) On place des particules de soluté dans un solvant. Elle acquièrent au bout d'un court instant une vitesse limite $\vec{v_l} = -v_l \vec{u}_z$. Donner $n(z)$ en régime stationnaire.

Planche 13

I) Cours : ondes électromagnétiques dans les diélectriques.

II) Un fil inextensible et sans masse auquel sont attachées deux masses m_1 et m_2 roule sans glisser sur la poulie, de moment d'inertie J_0. le ressort relié à la masse m_2 est de raideur k et de longueur à vide l_0. Donner l'équation différentielle du mouvement.