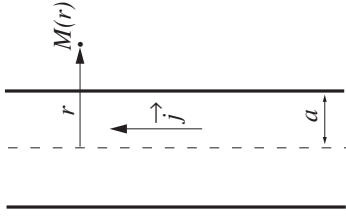


**Planche 1**

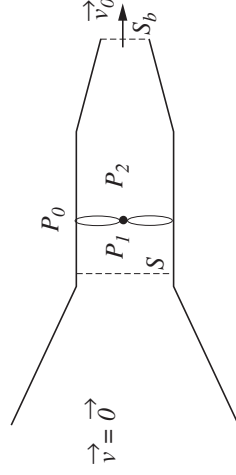
Le conducteur infini cylindrique de conductivité  $\gamma_2$  représenté ci-contre, est parcouru par un courant  $j$  uniforme et permanent.



1. Donner l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$ .
2. Calculer la puissance électromagnétique reçue par le conducteur et la comparer à celle perdue par effet Joule.

**Planche 2**

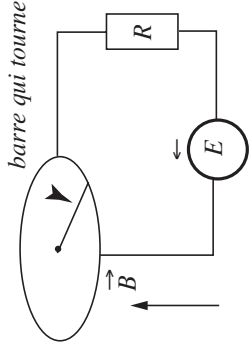
Dans le ventilateur représenté ci-contre, l'écoulement de l'air est incompressible et stationnaire. On note  $\mu$  la masse volumique de l'air,  $\vec{v} = \vec{0}$  sa vitesse à l'entrée,  $\vec{v}_0$  sa vitesse en sortie,  $S$  la section au niveau de l'hélice,  $S_b$  la section en sortie.



1. Si  $P_0$  est la pression atmosphérique,  $P_1$  la pression juste avant l'hélice et  $P_2$  la pression juste après, calculer  $P_1 - P_2$  en fonction de  $\vec{v}_0$  et  $\mu$ .
2. Exprimer la puissance mécanique quand un opérateur tient le corps du ventilateur pour l'empêcher de bouger.
3. Exprimer les forces exercées par l'air sur les hélices, en négligeant celles exercées par l'opérateur qui tient le ventilateur.

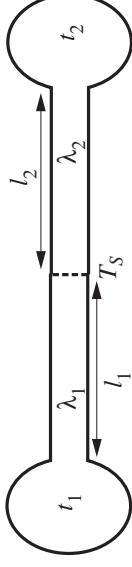
**Planche 3**

I) Dans le dispositif ci-contre, dire pourquoi la barre tourne et dans quel sens. Donner la f.e.m. induite. On suppose connu le moment d'inertie  $J$  de la barre. Trouver  $\omega$  puis  $I$ , sachant que  $\omega(t) = 0$ .



Trouver  $\omega_{lim}$  directement à partir de la f.e.m. calculée. Question de cours pendant l'exercice : montrer la loi des vitesses dans un solide.

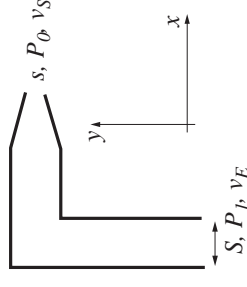
II) Le dispositif ci-dessous est en régime stationnaire. Quel théorème utiliserait-on pour trouver la température à la séparation  $T_S$  ? Donner  $T_S$ . Donner  $T$  et le flux thermique.



Connaissez-vous l'analogie avec l'électricité ?

**Planche 4**

I) On considère une lance d'incendie, de section d'entrée  $S$ , de section de sortie  $s \ll S$ ; l'eau est en sortie à la pression  $P_0$  et en entrée à la pression  $P_1 \ll P_0$ ; on suppose  $v_E \gg v_S$ . L'eau est supposée un fluide parfait en écoulement incompressible.



Définir les notions de fluide parfait, d'écoulement incompressible. Déterminer le rapport entre  $v_E$  et  $v_S$ . Exprimer le débit en fonction de  $P_1 - P_0$ . Déterminer la composante selon l'axe  $Ox$  de la force exercée par celui qui tient la lance pour maintenir celle-ci en place.

AN :  $P_1 = 10$  bars ;  $P_0 = 1$  bar ;  $s = 1 \text{ cm}^2$  ;  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ .

II) On monte en série deux bobines  $L_1$  et  $L_2$ , d'inductance mutuelle  $M$ . Calculer l'inductance équivalence par deux méthodes. Que se passe-t-il si on permute les bornes d'une des bobines ? En déduire une méthode de mesure de  $M$ .

### Planche 5 I abordable en Sup

I) On donne deux satellites  $A$  et  $B$  de trajectoire circulaire de rayon  $r$ . Calculer la vitesse de chacun d'eux en la supposant uniforme.

On change la norme de la vitesse de  $B$  et sa trajectoire devient elliptique : montrer que ce n'est possible que si le changement se fait à l'apogée ou au périégée de l'ellipse. Trouver cette nouvelle vitesse pour que  $B$  puisse rejoindre  $A$ .

II) On utilise un interféromètre de Michelson en lame d'air d'épaisseur  $e$  avec une source bichromatique de longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . On pose  $\nu_i = \frac{1}{\lambda_i}$ ,  $\Delta\nu = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \ll \nu_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right)$ .

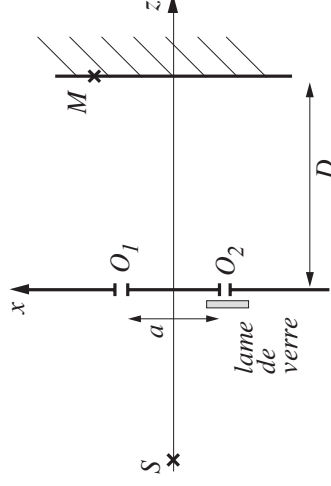
Calculer l'intensité perçue sur un écran au foyer image d'une lentille posée devant le Michelson. Tracer l'intensité en fonction de  $e$ .

On pose un capteur qui permet de mesurer l'intensité à la place de l'écran : donner une méthode pour calculer  $\Delta\nu$ .

### Planche 6

I) On a représenté ci-contre un dispositif des trous d'Young avec  $a = 4$  mm,  $D = 3$  m,  $\lambda = 385$  mm.

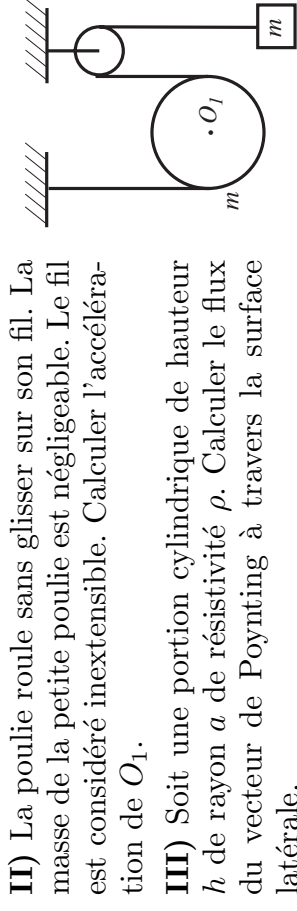
Donner la différence de marche, l'intensité en  $M$  sur l'écran et l'interfrange dans le cas où il n'y a pas la lame de verre.



On place une lame de verre devant  $O_2$ . Dans quel sens se déplacent les franges ? Quelle est la longueur  $d$  du déplacement ?

AN :  $n = 1,400$  ;  $d = 3$  mm ; donner l'épaisseur  $e$  de la lame.

On éclaire le dispositif à la lumière blanche ; sachant que, dans la lame de verre, la loi de Cauchy  $n = n_0 + \frac{C}{\lambda^2}$ , ( $C > 0$ ) est vérifiée, quelle est la figure au voisinage du centre de l'écran ?



II) La poulie roule sans glisser sur son fil. La masse de la petite poulie est négligeable. Le fil est considéré inextensible. Calculer l'accélération de  $O_1$ .

III) Soit une portion cylindrique de hauteur  $h$  de rayon  $a$  de résistivité  $\rho$ . Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers la surface latérale.

### Planche 7

I) On étudie la densité de neutrons  $n(x, t)$  dans un tuyau cylindrique d'axe  $Ox$ , soumis aux deux phénomènes suivants :

- une diffusion dont les caractéristiques sont à préciser,
- des réactions produisant des neutrons pendant  $dt$  selon :

$$\Delta N_p = K n(x, t) dS dt dx.$$

Faire un bilan clair pour établir une équation aux dérivées partielles de  $n(x, t)$ .

Donner l'équation en régime stationnaire.

Donner l'unité de  $\delta = \sqrt{\frac{K}{D}}$ . Résoudre l'équation et préciser les conséquences des hypothèses faites.

Faire apparaître une longueur  $L_s$  caractéristique. On cherche, de manière générale, des solutions de la forme  $n(x, t) = h(x)e^{-t/\tau}$  : en déduire  $n(x, t)$  et  $\frac{1}{\tau}$ .

Commenter physiquement.

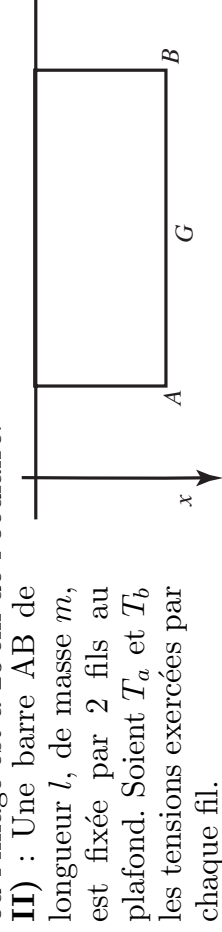
II) Un miroir de Loyd horizontal est éclairé par 2 sources sur une même verticale. Décrire ce qui se passe. Calculer la plus petite distance  $h$  pour que la 10<sup>e</sup> frange brillante de l'une corresponde à une frange noire de l'autre.

### Planche 8

I) Optique géométrique : un microscope est composé d'un objectif de distance focale 0,5 cm et d'un oculaire de distance focale 2 cm. La distance entre les centres optiques de l'oculaire et de l'objectif est 16 cm

Dessiner l'image  $A''B''$  d'un objet situé à une distance  $D$  supérieure à la distance focale de l'objectif, de telle sorte que l'image soit visible par l'observateur et soit plus grande que l'objet. Comment faut-il placer l'objet pour ne pas avoir besoin d'accommoder ? Dans ces conditions, déterminer le grandissement de l'objectif, la puissance

II =  $\tan \frac{\theta'}{AB}$  ( $AB$  en mètres et  $\theta'$  l'angle sous lequel on observe  $A''B''$ ), la latitude de réglage du microscope si on considère que l'image est nette entre le moment où on observe à l'infini et celui où l'image est à 25 cm de l'oculaire.



III) : Une barre  $AB$  de longueur  $l$ , de masse  $m$ , est fixée par 2 fils au plafond. Soient  $T_a$  et  $T_b$  les tensions exercées par chaque fil.

À  $t = 0$ , on coupe le fil en  $B$ . On donne  $J = \frac{1}{3} ml^2$  le moment d'inertie de la barre par rapport à l'axe perpendiculaire au schéma. Déterminer  $\frac{d^2x}{dt^2}$  et  $T_a$  à l'instant initial.

### Planche 9 II abordable en Sup

I) On donne le champ électrique  $\vec{E} = -E_0 \cos(kx - \omega_0 t) \vec{e}_z$ .

Décrire la structure d'une onde plane progressive ; est-elle polarisée ?

Calculer  $\vec{B}$ .

Un cadre conducteur carré de côté  $a$  se déplace dans ce champ électromagnétique à la vitesse constante  $\vec{v} = v \vec{e}_x$  ; la normale à la surface reste parallèle à  $\vec{e}_y$  ; justifier l'apparition d'une induction électromagnétique. Calculer  $e$  et en déduire le courant  $i$  dans le cadre.

Calculer  $\vec{F}$ .

II) Un microscope est l'association de 2 lentilles minces convergentes. La première a une distance focale  $f'_1 = 5$  mm et la seconde,  $f'_2 = 30$  mm. On note  $L = \overline{F'_1 F'_2} = 16$  cm ; l'oeil est placé en  $F'_2$ .

Donner l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  par le microscope projeté à l'infini. Positionner  $A$  et  $B$  graphiquement ; calculer  $\overline{O_1 A}$ .

On tourne la vis micrométrique,  $A'B'$  apparaît à 14 cm derrière l'oeil : où se trouve  $A$  ?

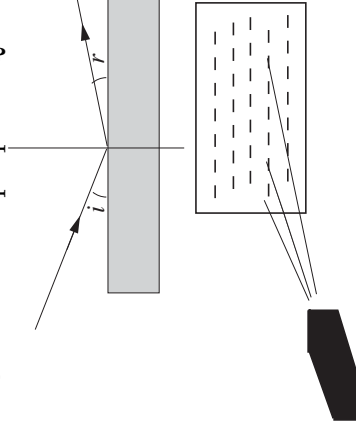
### Planche 10

I) Cristallographie : le chlorure de Sodium

Le chlorure de sodium cristallise suivant un réseau cubique face centrée dans lequel les cations, de rayon  $r_c = 99$  pm, occupent les noeuds du réseau et les anions, de rayon  $r_a = 181$  pm.

Dessiner la maille correspondante. Quelle est la coordonnée de chaque ion ? En introduisant entre autres la masse volumique, exprimer le paramètre de maille  $a$ . Relier  $a$  aux rayons ioniques. Que constatez vous sur les résultats ? Comment l'expliquer ? Quelle valeur conserver ?

On veut mesurer  $a$ . On utilise le phénomène de diffraction en considérant les alignements verticaux et horizontaux comme des fentes fines. On utilise un faisceau parallèle de longueur d'onde  $\lambda$ . Quelle est la relation entre le pas du réseau  $e$  et le paramètre de maille  $a$  ?



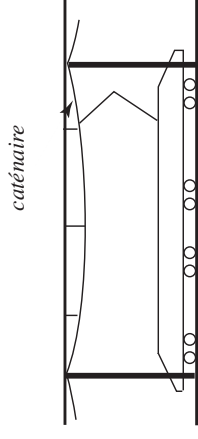
En utilisant la loi des réseaux, établir la relation entre  $D_m$  et  $a$ .

Sachant qu'on observe l'ordre 2 du spectre, tel que  $i = -r = 14,1^\circ$ , montrer que l'on peut calculer  $a$ .

L'application numérique donne  $a_3 = 575$  pm. Que constatez-vous ? Comment interpréter le résultat ?

II) Le TGV :  $g = 10 \text{ m.s}^{-1}$  ; vitesse TGV :  $v = 100 \text{ m.s}^{-1}$ .

Le train est alimenté par l'intermédiaire d'un caténaire constitué d'un fil de cuivre de section  $s = 1502 \text{ mm}^2$ .



La masse du câble, soumis à une tension de 2800 decaN, est de 1400 g/m.

On considère le fil de masse linéique  $\lambda$ , sans raideur, homogène, soumis à la tension  $T_0$ .

Établir l'équation vérifiée par  $y(x, t)$ , l'amplitude du mouvement du fil. Comment se nomme cette équation ? Comment qualifier l'onde ? Définir la célérité de l'onde.

Quelle est la grandeur physique qui se propage ?

Évaluer la valeur de  $C$  pour le câble (on prendra  $\sqrt{2} = 1,4$ ). Quel problème peut se poser ? Donner deux solutions qui pourraient remédier au problème. Laquelle serait-il judicieux de conserver ?

Rayon de courbure : sachant que l'accélération transversale maximale que peut subir le passager est de  $\frac{g}{4}$ , calculer le rayon de courbure maximal que peut présenter le rail.

Usure des rails : exprimer la force de Coriolis. Un TGV circule entre Lyon et Marseille sur des rails, les trains passent toujours dans le même sens à la même vitesse sur chaque rail. On observe une usure sur un côté des rails, même en ligne droite. Expliciter ce phénomène. Sur quel côté du rail observe-t-on l'usure ?

### Planche 11

I) Écoulement stationnaire d'un fluide parfait incompressible soumis à la pesanteur, de vecteur tourbillon  $\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = \Omega_0 \vec{e}_z$  pour  $r < R$  et  $\vec{0}$  pour  $r > R$ .

Faire une analogie avec l'électromagnétisme et en déduire les grandeurs analogues (vecteur tourbillon, flux du tourbillon, incompressibilité, constantes).

Déterminer la vitesse dans le fluide.

On cherche à déterminer l'équation de la surface libre en contact avec la pression atmosphérique  $P_0$  : peut-on appliquer la relation de Bernoulli ? Déterminer une grandeur qui se conserve pour  $r > R$ . Trouver l'équation de la surface libre et la tracer (on sera amené à faire un hypothèse que l'on précisera).

II) Chauffage de l'eau au micro-ondes

le vecteur polarisation de l'eau, soumise à un champ  $\vec{E}$ , vérifie

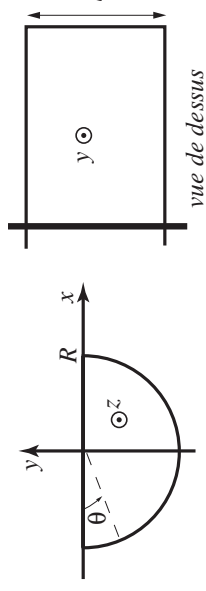
$$\frac{d\vec{P}}{dt} + \vec{P} = \alpha \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Déterminer  $\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon' + j\varepsilon''$ .

On creuse un trou dans un glaçon, on le remplit d'eau liquide et on le chauffe au micro-onde : qu'observe-t-on ?

### Planche 12

I) Une tige conductrice dans un champ magnétique  $\vec{B}$  permanent, se déplace par un mouvement de translation circulaire entre deux rails distants de  $l$ . On néglige l'auto-induction.



$\vec{B}$  est suivant  $\vec{e}_z$  : déterminer la f.e.m. induite dans le circuit, de résistance  $r$ , constitué de la tige, des deux rails et fermé à son extrémité. En déduire la puissance dissipée par effet Joule.  $\vec{B}$  est suivant  $\vec{e}_y$  : déterminer la nouvelle f.e.m. induite.

Appliquer le théorème du moment cinétique à la tige dans le référentiel lié à son support (on notera  $I$  le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe  $Oz$ ). En déduire un équation différentielle régissant le mouvement. Résoudre cette équation sous l'hypothèse de petits déplacements autour de la position d'équilibre.

Calculer la puissance dissipée en fonction des valeurs de  $\theta$ .

II) À  $P = 1$  bar, la glace, de chaleur latente de fusion  $L_f$ , fond à  $T = 0^\circ\text{C}$  ; la glace a pour densité  $d_g = 0,931$  et l'eau liquide  $d_l = 1$ . Déterminer la température de fusion de la glace sous  $P = 100$  bars.



### Planche 13

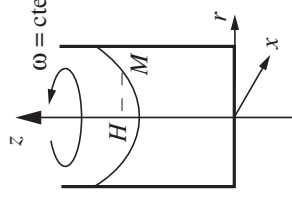
I) Un Michelson en lame d'air est éclairé par une lampe au mercure : expliquer sans calcul pourquoi on observe des interférences. Comment sont les franges observées ? Comment doit-on placer une lentille convergente et un écran sachant qu'on a une source étendue ?

Prouver que la différence de marche est  $\delta = 2e \cos i$  ; comment sont les anneaux au centre ?

On éclaire maintenant avec deux raies ( $\lambda_1 = 541 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 577 \text{ nm}$ ) de même intensité. Calculer l'intensité, donner l'allure de la courbe et commenter.

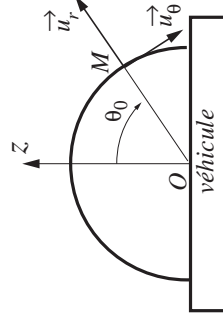
On chariote les miroirs et on change  $e$  pour avoir des coïncidences ; on compte  $n = 228$  anneaux (à 5 anneaux près). Calculer  $e$  et montrer que l'incertitude est inférieure à  $2 \mu\text{m}$ . Voyez-vous une autre méthode pour obtenir  $e$  ?

II) Un récipient tourne autour de son axe à vitesse angulaire  $\omega$  ; à l'équilibre, la hauteur du liquide est  $H$ . Donner l'équation de la surface libre  $z = z(r)$ . Qu'obtient-on ? Donner les cotes maximale et minimale.



### Planche 14 I abordable en Sup

I) On pose un objet ponctuel  $M$ , sans vitesse initiale, à l'angle  $\theta_0$ , sur un support circulaire de rayon  $R$  lié à un véhicule se déplaçant dans un champ de pesanteur uniforme, avec une accélération constante  $\vec{\gamma}_0$ . On suppose qu'il n'y a pas de frottement et que le référentiel lié au sol est galiléen.



Montrer qu'il existe un angle  $\theta_0 = \theta_E$  où  $M$  est en équilibre relatif. Retrouver  $\theta_E$  par un raisonnement énergétique. La position d'équilibre est-elle stable ?

Donner l'angle  $\theta_i$  pour lequel le contact est rompu.

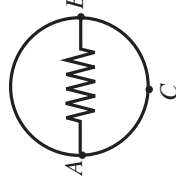
II) Pour un fluide en écoulement, montrer, à partir du premier principe, que  $\Delta(h + e_c) = w + q$ .

Application à un ventilateur de puissance  $100 \text{ W}$ , de débit  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , supposé adiabatique, pour de l'air soufflé à  $C = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

### Planche 15 abordable en Sup

Une perle coulisse le long d'un cercle rigide ;

à  $t = 0$ , elle part de  $B$ , reliée au point  $A$  diamétralement opposé par un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ , avec une vitesse  $v_0$ . Que vaut la réaction lorsque la perle passe en  $C$  ?



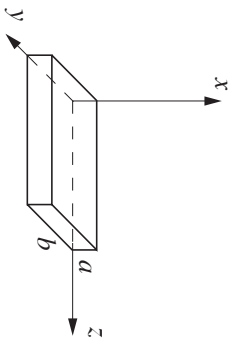
## Concours Communs Polytechniques-option-PC

### Planche 1

- I) On donne deux milieux  $\rho_1, C_1$  et  $\rho_2, C_2$  délimités par  $x = 0$  et une onde incidente  $\underline{U}_i = \nu_0 \exp(i(\omega t - k_1 x))$ .
1. Montrer l'existence d'une onde réfléctive et donner  $\nu_r, \nu_t$  puis  $P_i, P_r, P_t$ .
  2. On pose  $\pi = P\nu$ ; donner la signification physique en utilisant l'analogie électromagnétique; donner son nom; calculer le flux traversant une surface  $S$ .
  3. Donner la définition de  $R, T$  en fonction de  $\pi$ . On pose  $\alpha = \frac{\rho_1 C_1}{\rho_2 C_2}$ ; déterminer  $R$  et  $T$  en fonction de  $\alpha$ , le coefficient de réflexion  $r$ , le coefficient de transmission  $t$ .
  - II) Fentes d'Young : dans le dispositif, où est placé l'écran? Calculer l'intensité.

### Planche 2

- I) Une onde transverse électrique pour laquelle  $\vec{E} = E_m \sin \frac{\pi x}{a} e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_y$  circule dans un guide d'onde.
1. Calculer  $\vec{B}$ . Est-il transverse? Quelle équation vérifie  $\vec{E}$ ? En déduire la relation de dispersion.



Calculer la puissance moyenne à travers le guide en fonction de  $E_m, \mu_0, k, \omega, a, b$ .

2. On ferme le guide par un plan  $z = L$  parfaitement conducteur. Calculer  $\vec{E}$  à l'intérieur. Commenter.
- II) Cycle de Stirling :
  - compression isotherme à  $T_f$  de  $V_1$  à  $V_2$ ;
  - chauffage isochore à  $V_2$  de  $T_f$  à  $T_c$ ;
  - détente isotherme à  $T_c$  de  $V_2$  à  $V_1$ ;

- refroidissement isochore à  $V_1$  de  $T_c$  à  $T_f$ .

On donne  $C_V$  du gaz.

1. Dans le diagramme ( $T, S$ ), donner l'équation des isochores. Par quelle transformation se déduisent-elles les unes des autres?
2. Tracer le cycle de Stirling. Que représente l'aire du cycle?
3. Tracer sur le même diagramme le cycle de Carnot (deux isothermes, deux isentropiques).
4. Montrer que le cycle de Stirling est moteur et montrer que les rendements des deux cycles sont égaux.

### Planche 3

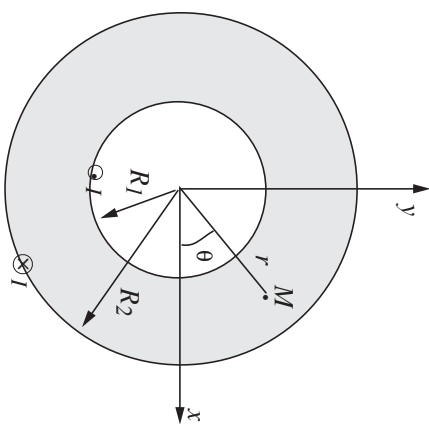
- I) Le schéma ci-contre représente deux surfaces conductrices séparées par du vide. Une intensité

$$I = I_0 \cos(\omega t - kz)$$

parcourt les surfaces dans le sens inverse l'une de l'autre. Par des arguments de symétrie et d'invariance :

$$\vec{B} = B(r, z, t) \vec{e}_\theta \text{ et } \vec{E} = E(r, z, t) \vec{e}_r.$$

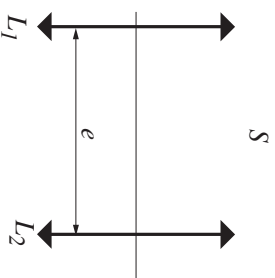
1. En utilisant Maxwell-Ampère intégral, trouver l'expression de  $\vec{B}$  dans les trois régions de l'espace en fonction de  $I$  et  $r$ .



2. En utilisant Maxwell-Ampère local, trouver une relation entre  $\frac{\partial B}{\partial z}$  et  $\frac{\partial E}{\partial t}$ . En déduire  $\vec{E}$ .

3. Montrer que se propage à l'intérieur des surfaces conductrices, une onde électromagnétique que l'on précisera.

- II) Trouver les plans focaux du système  $S$  en fonction de  $f$ , distance focale de  $L_1$  et  $L_2$ , et  $e$ .



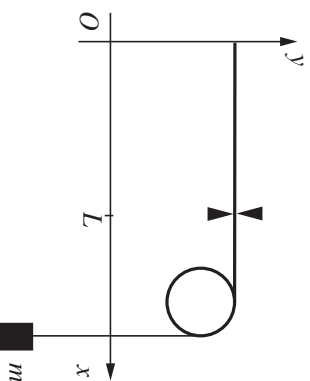
#### Planche 4

- I) Un réseau de pas  $a$  est éclairé par un angle d'incidence  $i_0$ . Soit  $p$  l'ordre maximal ( $p \geq 2$ ).  
Donner la relation liant  $a$ ,  $p$  et  $i_0$ .  
Démontrer la formule liant  $\sin i_0$ ,  $a$ ,  $p$  et  $\sin i$  (où  $i$  est l'angle de sortie du réseau).

- II) Exercice classique traitant de l'étude d'un filtre avec fonction de transfert, pulsation de coupure à  $-3$  dB et diagramme de Bode.

#### Planche 5

- I) La corde, de tension  $T$  et masse linéique  $\mu$  est fixe en  $O$  et  $L$ .  
Donner l'équation aux dérivées partielles décrivant le mouvement. Si  $y_n(x, t) = A_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \phi)$  est une solution particulière, donner  $k_n$  et  $\omega_n$  en fonction de  $n$ ,  $L$ ,  $C$ .



3. Donner l'énergie cinétique d'un morceau de corde  $MN$  situé entre  $x$  et  $x + dx$ . Montrer que l'énergie cinétique de la corde se met sous la forme  $E_c = A_n^2 C_1 \cos^8(\omega_n t + \phi)$  et exprimer  $C_1$  en fonction de  $L$ ,  $n$ ,  $C$ .
4. Exprimer la longueur  $dS$  de la corde  $MN$  en fonction d'une dérivée partielle de  $y$ . En déduire l'élargissement totale de la corde.

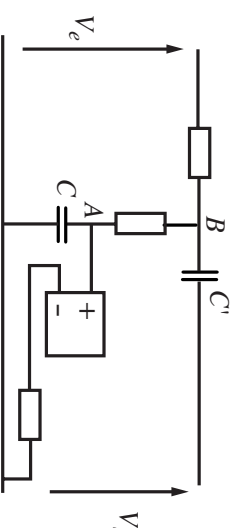
5. Montrer que l'énergie potentielle de la corde se met sous la forme  $E_p = C_2 A_n^8 \sin^8(\omega_n t + \phi)$  et exprimer  $C_2$ .

6. Donner l'expression de l'énergie totale  $E = K_n A_n^8$  et exprimer  $K_n$ .

- II) Pour le circuit ci-contre exprimer  $\underline{T}(j\omega) = \frac{V}{V_e}$ .

- Donner la condition sur  $C$  et  $C'$  pour que

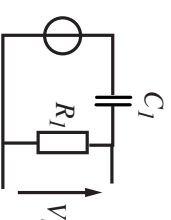
$$|\underline{T}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^2}}}$$



#### Planche 6

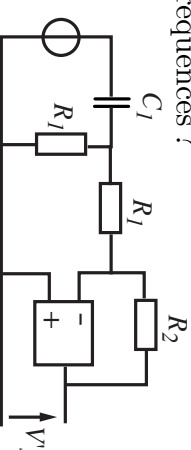
- I) Pour le circuit ci-contre, donner  $H = \frac{V_s}{V_e}$ .

- On pose  $H = Ge^{j\phi}$  : calculer  $G(x)$  avec  $x = RC_1\omega$  et  $\phi(x)$  ; tracer les deux graphes.



- Déterminer la bande passante à  $-3$  dB. Donner la nature du filtre. Que se passe-t-il pour les basses fréquences ?

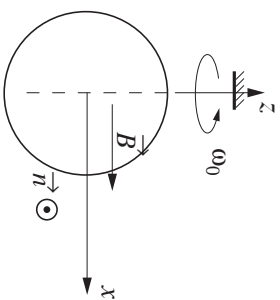
- II) Calculer la fonction de transfert de ce nouveau circuit.



- II) Deux sphères concentriques de rayons  $R_1 < R_2$  sont séparées par un milieu homogène et isotrope de conductivité thermique  $k$ . La sphère 1 est à température  $T_1$ , la sphère 2 à température  $T_2$  et le transfert est permanent. Calculer la résistance thermique en fonction de  $k$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  dans l'espace entre les deux sphères.

### Planche 7

I) La spire représentée ci-contre est de rayon  $a$  et a une vitesse de rotation initiale  $\omega_0$  ; le champ  $\vec{B} = B\vec{e}_x$  extérieur est permanent ; on note  $\vec{n}$  le vecteur normal à la spire et  $\theta$  l'angle  $(\vec{e}_y, \vec{n})$ .



1. Justifier qualitativement le mouvement ultérieur de la spire pour  $t > 0$ .

2. Déterminer la force électromotrice induite.

3. On pose  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  et on note  $I = \frac{1}{2} ma^2$  le moment d'inertie ; en utilisant un aspect énergétique, déterminer l'équation différentielle du mouvement.

II) Déterminer la longueur minimale  $a_0$  d'une aiguille plantée au centre d'un bouchon de liège cylindrique de longueur  $2R$ , d'épaisseur négligeable, flottant sur l'eau, pour qu'un observateur placé dans l'air puisse voir la tête de l'épingle.

### Planche 8

I) Une onde électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda = 6.10^{-7}$  nm se déplace dans le vide. Le champ magnétique  $\vec{E}$  a pour composantes  $E_x = E_0 e^{i\phi}$  avec  $\phi = \frac{k}{3}(2x + 2y + z) - \omega t$ ,  $E_y, E_z = 0$ .

Calculer la fréquence de l'onde. À quel domaine appartient-elle ? Donner l'équation du plan d'onde.

Calculer  $\vec{E}_y$  en fonction de  $\vec{E}_x$ . Les deux ondes sont-elles en phase ?

Calculer  $\vec{B}$  en fonction de  $\vec{E}_x$ .

Calculer la densité d'énergie électromagnétique en fonction de  $\phi$ .

Calculer le vecteur de Poynting.

II) Un récipient de parois diathermanes, fermé par un piston lui-même diathermane, contient une mole d'eau dont la fraction vapeur est assimilée à un gaz parfait. À l'état initial, le piston est bloqué à  $V_i = 0,1 \text{ m}^3$ ,  $T_i, P_i$ , la température extérieure vaut  $T_0 = 373 \text{ K}$ ,

la pression extérieure  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . On bloque ensuite le piston à  $V_f = 0,01 \text{ m}^3$ .

Quel est l'état de l'eau au départ ? Montrer que l'eau est sous deux phases à l'état final et calculer la fraction molaire en vapeur d'eau. Donner les variations enthalpique et entropique. En déduire l'entropie créée.

Quel est le travail maximum récupérable par le piston ?

### Planche 9

I) Un plateau et deux rouleaux sont posés sur un plan incliné sur lequel il y a roulement sans glissement, ainsi que par rapport au plateau. L'ensemble est sans vitesse initiale.

Faire un schéma le plus complet possible (vitesse, forces, moments, etc.) à la date  $t$ .

Écrire les relations cinématiques dues au roulement sans glissement.

Exprimer l'énergie cinétique du système en fonction de la vitesse de translation du plateau.

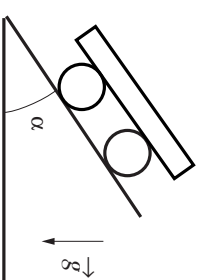
En déduire l'accélération et les mouvements horaires du plateau.

II) La différentielle de l'énergie libre d'un fluide homogène est donnée par la relation  $dF = -SdT - pdV$ .

Expliquer à quoi correspond chaque lettre et comment on arrive à cette expression.

$F(T, V) = kT(1 - \ln \frac{T}{T_0}) - \frac{a}{V} - RT \ln V - bV_0 - b$  représente l'énergie libre de ce fluide. Donner les expressions de  $S(T, V)$  et  $U(T, V)$ .

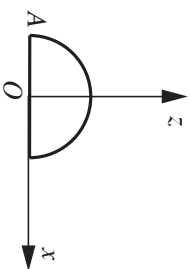
Lors d'une détente de Joule-Gay-Lussac, on passe d'un système à la température  $T_1$  et au volume  $V_1$  à un système à température  $T_2$  et volume  $V_2 = \alpha V_1$  avec  $\alpha > 1$ . Exprimer  $T_2$ . Trouver l'équation d'état de ce fluide.





### Planche 10

I) Un hangar demi-cylindrique de rayon  $R$  petit devant sa longueur  $L$ , est soumis au vent (très éloigné) de vitesse  $\vec{V} = V_0 \vec{u}_x$ . Il y a une ouverture en  $A$  et il contient un fluide au repos à la pression  $P_A$ .



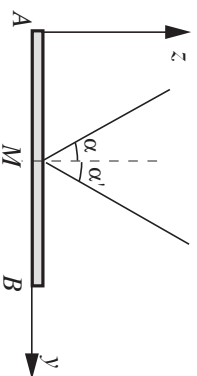
On suppose le fluide parfait, incompressible, irrotationnel. On ne néglige pas les effets de la pesanteur.

Commenter brièvement les hypothèses.

Vérifier que la vitesse s'écrit  $\vec{V} = \text{grad} \phi$  avec  $\phi = (ar + \frac{\beta}{r}) \cos \theta$  et exprimer  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $R$  et  $V_0$ . Donner l'expression de  $\vec{V}$  à la surface.

Calculer la force par unité de longueur, exercée par le vent sur le hangar.

II) Un miroir de largeur  $AB = a$  et de longueur  $b \gg a$  reçoit une onde monochromatique de faisceau parallèle faisant un angle  $\alpha$  avec la normale. On limitera l'étude au plan  $yAz$  et on orientera les angles.



Rappeler le principe de Huygens-Fresnel.

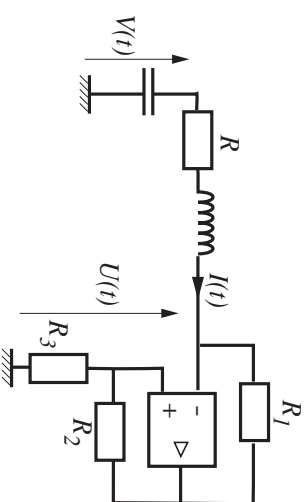
On étudie les interférences à l'infini dans la direction  $\alpha'$ . Exprimer en fonction de  $\sin \alpha$ ,  $\sin \alpha'$ ,  $y$ , la différence de marche entre un rayon passant par  $A$  (qui servira de référence) et un rayon passant par  $M(0, y, 0)$ .

Donner l'expression de l'intensité diffractée.

Tracer  $I$  en fonction de  $\sin \alpha'$ ; on donnera l'abscisse du maximum et celle du premier minimum. À quoi correspond le maximum ?

### Planche 11

L'amplificateur opérationnel du circuit ci-contre est supposé idéal et linéaire. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $V(t)$  puis donner la condition pour avoir des oscillations et l'expression de  $\omega_0$ .



### Planche 12

Un récipient rempli d'eau est surmonté d'une colonne permettant la diffusion de l'eau par le haut avec un vecteur de densité  $J$ . On note  $h$  la hauteur d'eau dans la colonne et  $D$  le coefficient de diffusion. Donner l'équation de la diffusion en régime non stationnaire.

Soit  $n_0$  le nombre de molécules d'eau par unité de volume à l'altitude 0. Calculer  $n(h)$  en régime stationnaire en fonction de  $h, J_n, n_0, D$ .

Un courant d'air élimine par le haut 5 mg d'eau par heure : calculer  $n_0$ .