TH3 – Diffusion thermique

3.3 Diffusion thermique		
Vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{J_Q}$ *ou* $\overrightarrow{J_{th}}$	Exprimer le flux thermique à travers une surface orientée en utilisant le vecteur $\overrightarrow{J_{th}}$.	
Premier principe de la thermodynamique.	Établir, pour un milieu solide, l'équation locale traduisant le premier principe dans le cas d'un problème ne dépendant qu'une d'une seule coordonnée d'espace en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques, éventuellement en présence de sources internes. Utiliser l'opérateur divergence et son expression fournie pour exprimer le bilan local dans le cas d'une géométrie quelconque, éventuellement en présence de sources internes.	On retrouve le même bilan qu'en diffusion de particules sur une variable différente.
Loi de Fourier.	Utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, métaux.	Les ordres de grandeur sont souvent demandés à l'oral.
Régimes stationnaires. Résistance thermique.	Utiliser la conservation du flux thermique sous forme locale ou globale en l'absence de source interne. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Établir l'expression d'une résistance thermique dans le cas d'un modèle unidimensionnel. Utiliser les lois d'associations de résistances thermiques.	La résistance thermique est utilisé en régime stationnaire.
Équation de la diffusion thermique.	Établir une équation de diffusion thermique. Utiliser l'opérateur laplacien et son expression fournie pour écrire l'équation de diffusion dans le cas d'une géométrie quelconque. Analyser une équation de diffusion en ordres de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Utiliser la loi de Newton fournie comme condition aux limites à une interface solide-fluide. *Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, résoudre l'équation de la diffusion thermique à une dimension par une méthode des différences finies dérivée de la méthode d'Euler explicite de résolution des équations différentielles ordinaires.* ***Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant une caméra thermique ou un capteur dans le domaine des infrarouges.***	La loi de Newton retranscrit les échanges conducto-convectifs entre fluide et solide.

I – Généralités
I-1) Equilibre thermodynamique local
I-2) Les trois modes de transport de l'énergie
II – Flux thermique
II-1) Flux thermique
II-2) Vecteur densité de courant thermique
III – Bilan thermique
III-1) Généralités
III-2) Bilan local unidimensionnel
a) En coordonnées cartésiennes
b) En coordonnées cylindriques
c) En coordonnées sphériques
III-3) Bilan local tridimensionnel
III-4) Bilan global (ou intégral)
IV - Loi de Fourier
IV-1) Loi phénoménologique
IV-2) Limites de validité
V – Régimes stationnaires
V-1) Conservation du flux
V-2) Résistance thermique
a) Définition

b) Lois d'association
c) Analogie avec l'électrocinétique
d) Double vitrage
e) Autres expressions de R_{th}

VI- Equation de la diffusion thermique

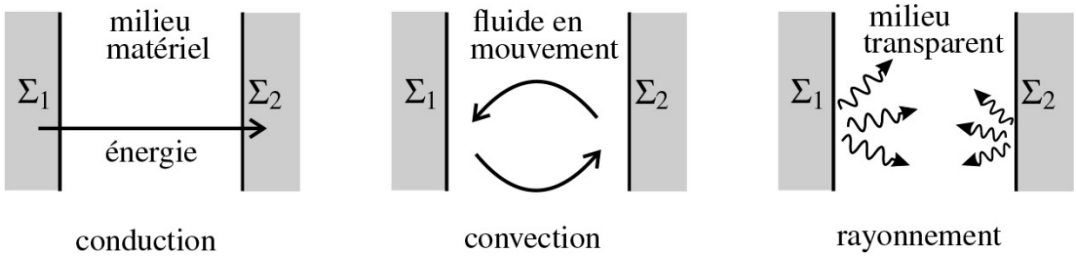
VI-1) Formulation

VI-2) Analyse en ordre de grandeur

VI-3) Conditions aux limites

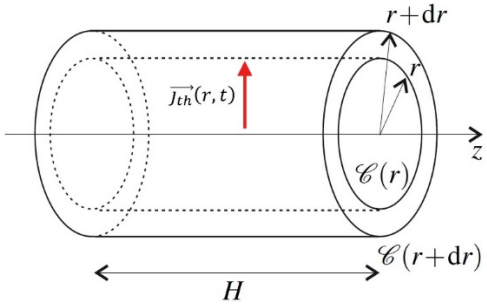
a) Continuité du flux thermique
b) Paroi calorifugée
c) Contact thermique parfait entre deux solides
d) Contact solide-fluide

I-2) Les trois modes de transport de l'énergie

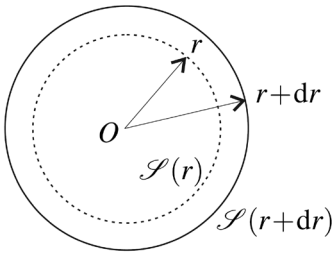


$$\Leftrightarrow \delta Q_{éch} = -\frac{\partial \phi_{th}(x,t)}{\partial x} dxdt$$
$$\Leftrightarrow \delta Q_{éch} = -\frac{\partial (j_{th}(x,t)S)}{\partial x} dxdt$$

III-2-b) En coordonnées cylindriques



III-2-c) En coordonnées sphériques



III-3) Bilan local tridimensionnel

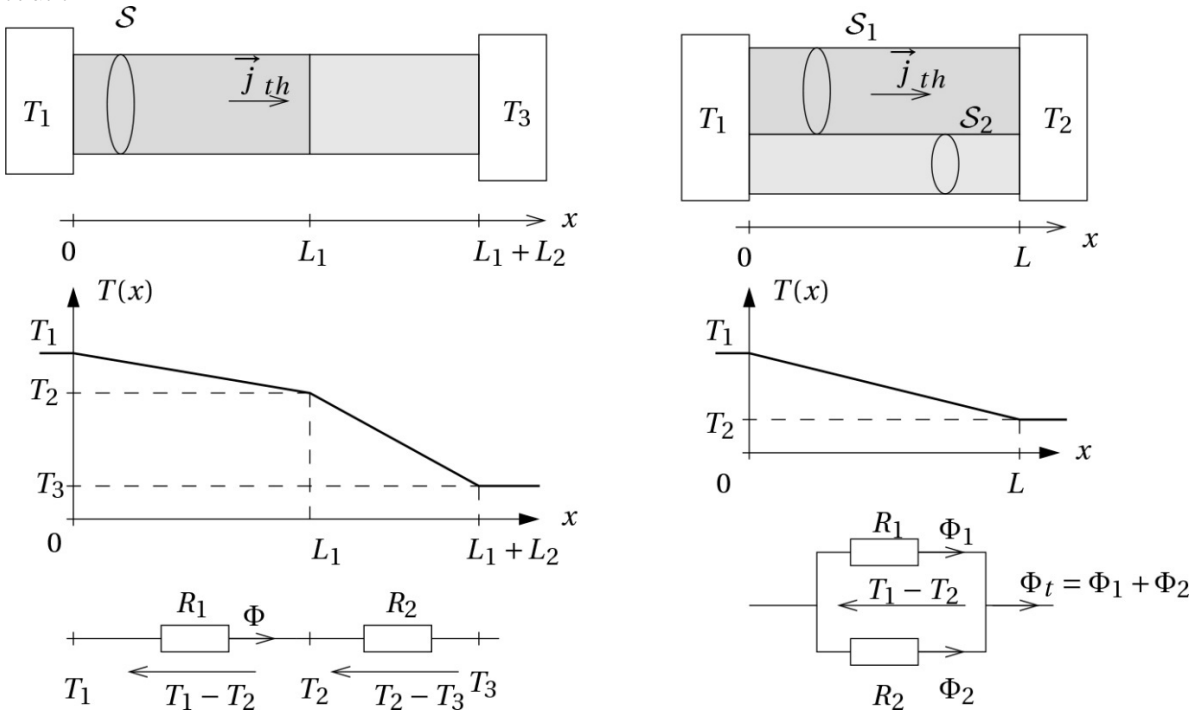
Cartésiennes	Cylindriques	Sphériques
$\boldsymbol{div\,\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}}$	$div\,\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial (rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$div\,\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r sin\theta}\frac{\partial (sin\theta\, A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r sin\theta}\frac{\partial (A_\varphi)}{\partial \varphi}$

IV-1) Loi phénoménologique

La valeur de la conductivité thermique dépend du matériau considéré (toutes les mesures ont été réalisées à 25°C) :

Milieu	Cuivre	Aluminium	Acier	Vitrocéramique	Pyrex	Béton
$\underset{WK^{-1}m^{-1}}{\lambda}$	399	237	16	3,98	1,4	0,92
Milieu	Brique	Eau	Bois	Laine de verre	Polystyrène expansé	Air
$\underset{WK^{-1}m^{-1}}{\lambda}$	0,72	0,597	0,15 à 0,45	0,038	0,027	0,026

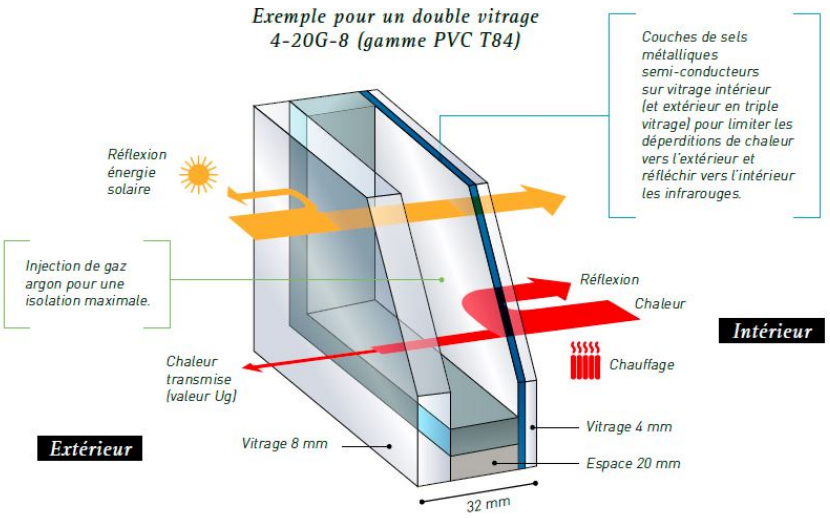
V-2-b) Lois d'association



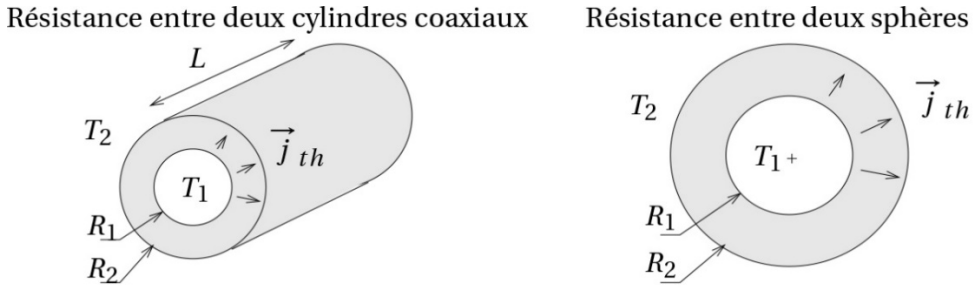
V-2-c) Analogie avec l'électrocinétique

Grandeur	Conduction thermique	Conduction électrique
Grandeur transportée	Energie U	Charge q
Loi d'Ohm	$T_1 - T_2 = R_{th}\phi_{th,1\to2}$	$V_1 - V_2 = R\, I_{1\to2}$
Résistance	$R_{th} = \frac{L}{\lambda \mathcal{S}}$	$R = \frac{L}{\gamma\mathcal{S}} = \frac{\rho L}{S}$ (On reverra en électrostatique)
Flux	$\phi_{th} = \iint_{M\in S} \underbrace{\vec{j}_{th}(M,t)}_{Wm^{-2}}.\overrightarrow{dS_M}$	$I = \iint_{M\in S} \underbrace{\vec{j}_{élec}(M,t)}_{Am^{-2}}.\overrightarrow{dS_M}$ (On reverra en magnétostatique)
Equation de continuité du flux	$div\ \overrightarrow{j_{th}}(M,t) = 0$	$div\ \overrightarrow{j_{élec}}(M,t) = 0$ (On reverra en électrostatique)
Loi de Fourier	$\overrightarrow{j_{th}} = -\lambda\, \overrightarrow{grad}\, T$	$\overrightarrow{j_{élec}} = -\gamma\, \overrightarrow{grad}\, V$ (On reverra en électrostatique)
Association en série	$R_{th,s} = R_{th,1} + R_{th,2}$	$R_s = R_1 + R_2$
Association en parallèle	$\frac{1}{R_{th,p}} = \frac{1}{R_{th,1}} + \frac{1}{R_{th,2}}$	$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

V-2-e) Double vitrage



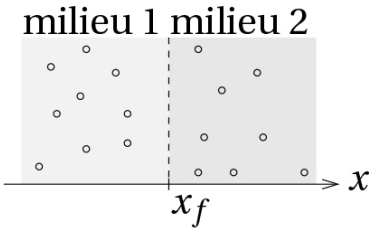
V-2-f) Autres expressions de R_{th}



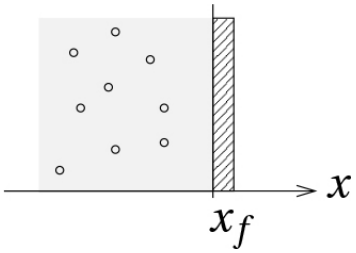
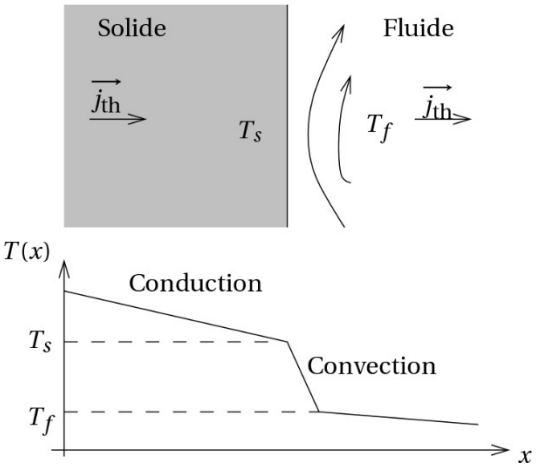
VI-1) Formulation

Cartésiennes	Cylindriques	Sphériques
$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\Delta f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$

VI-3-a) Continuité du flux thermique



VI-3-b) Paroi calorifugée



VI-3-d) Contact solide-fluide