

TH1 - Systèmes ouverts en régime stationnaire

A - Travaux dirigés

TH11 – Cycle de Rankine

Le cycle de Rankine est le cycle de base des centrales nucléaires. La pompe d'alimentation porte l'eau liquide saturante (état 0) de la basse pression p_0 du condenseur à la pression p_1 du générateur de vapeur (GV) de façon adiabatique réversible (état 1). L'eau liquide comprimée entre ensuite dans le générateur de vapeur, isobare, où elle est chauffée jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1'), puis totalement vaporisée (état 2). La vapeur saturante sèche produite subit ensuite une détente adiabatique réversible (2-3) dans une turbine. Le fluide pénètre ensuite dans le condenseur isobare pour y être totalement condensé (état 0) à la température T_1 . On appelle T_{cr} la température critique de l'eau. On négligera le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation. On admet que $h_1 = h_0$. On donne : $t_1 = 30\text{ °C}$; $t_2 = 300\text{ °C}$ et $t_{cr} = 374\text{ °C}$.

La variation d'entropie massique pour un liquide dont la température évolue de T_1 à T_2 est $s_2 - s_1 = c_l \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$.

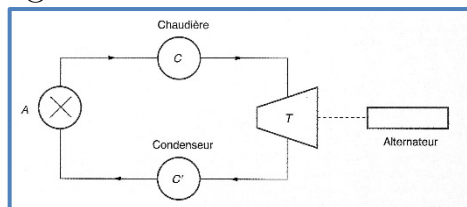
Données :

- Liquide saturant à $p_1 = 85,9\text{ bar}$ et 300 °C : $s = 3,24\text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$; $h = 1345\text{ kJ.kg}^{-1}$
- Liquide saturant à $p_0 = 0,04\text{ bar}$ et 30 °C : $s = 0,44\text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$; $h = 126\text{ kJ.kg}^{-1}$
- Vapeur saturante sèche à $85,9\text{ bar}$ et 300 °C : $s = 5,57\text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$; $h = 2749\text{ kJ.kg}^{-1}$
- Vapeur saturante sèche à $0,04\text{ bar}$ et 30 °C : $s = 8,46\text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$; $h = 2566\text{ kJ.kg}^{-1}$.

1. Représenter l'allure du cycle décrit par le fluide dans le diagramme (T,s).
2. Déterminer le titre massique et l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine.
3. Calculer l'efficacité du cycle $\eta = -\frac{w_{turbine}}{q_{GV}}$.
4. Dans quel état se trouve le fluide à la fin de la détente dans la turbine ? Pourquoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la machine ?

Rép : 1.... 2. $x_v = 0,64$ 3. $\eta = 0,40$ 4. Détérioration des pales par corrosion et contact.

TH12 - Turbomachine avec changement d'état



On considère une installation comportant une chaudière C, une turbine T, un condenseur C' et une pompe A. Le fluide utilisé est l'eau, il décrit les cycles suivants :

- La pompe A amène le liquide saturant, pris à la sortie du condenseur (état F à T_2, p_2), jusqu'à la pression p_1 de la chaudière. Cette opération est pratiquement adiabatique et on peut considérer qu'à la sortie de la pompe le fluide est liquide (état G) pratiquement à la température T_2 du condenseur ;
- L'eau est alors injectée dans la chaudière où elle s'échauffe, puis se vaporise de façon isobare (p_1). À la sortie de la chaudière, la vapeur est saturante sèche (titre de vapeur $x = 1$) à T_1 (état D) ;
- Elle subit ensuite une détente adiabatique et réversible dans une turbine T (partie active du cycle). À la sortie de la turbine, le fluide est à la température T_2 et à la pression p_2 du condenseur (point E), où il achève de se liquéfier de façon isobare (point F).

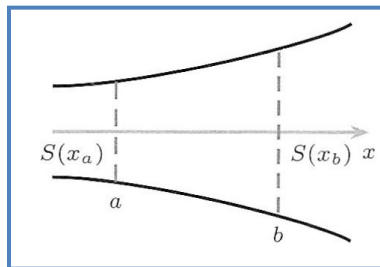
Données :

- $T_1 = 523\text{ K}, T_2 = 293\text{ K}$
- Enthalpie de vaporisation à 523 K : $l_1 = 1\,714\text{ kJ.kg}^{-1}$.
- Pression de vapeur saturante à 523 K : $p_1 = 39,7.10^5\text{ Pa}$.
- Pression de vapeur saturante à 293 K : $p_2 = 2\,300\text{ Pa}$.
- Enthalpie massique du liquide saturant à 293 K : $h_l = 84\text{ kJ.kg}^{-1}$.
- Enthalpie massique de la vapeur saturante sèche à 293 K : $h_v = 2\,538\text{ kJ.kg}^{-1}$.
- Chaleur massique du liquide : $c_{liq} = 4\,180\text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$.
- Volume massique du liquide : $u_{liq} = 10^{-3}\text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$.

1. Quelle est l'enthalpie massique de vaporisation du fluide à 293 K ?
 2. Déterminer le titre en vapeur du fluide à la sortie de la turbine.
 3. Déterminer l'enthalpie massique au point E.
 4. Au point D, l'enthalpie massique vaut $2\,800\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, quel est le travail massique fourni par la turbine à l'alternateur ?
 5. Justifier que le travail massique mis en jeu dans la pompe est négligeable devant celui fourni par la turbine.
 6. Déterminer le rendement de l'installation et le comparer à celui du cycle réversible fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes. D'où provient cet écart ?
 7. Quel débit massique de fluide est nécessaire pour obtenir une puissance convertie par l'alternateur de 100 kW ?
- Rép : 1. $l_2 = 2454\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ 2. $x_E = 0,68$ 3. $h_E = 1753\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ 4. $w_u = h_D - h_E = 1047\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ 5. ... 6. $\eta_{\max} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \sim 0,44$ 7. $D_m = 0,0955\text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$

TH13 - Écoulement supersonique

On étudie l'écoulement permanent d'un gaz sortant par exemple de la chambre de combustion d'un réacteur d'avion, et s'écoulant à grande vitesse dans une tuyère de section variable. L'évolution du gaz, considéré comme parfait, est adiabatique et supposée réversible. La section $S(x)$ de la tuyère est une fonction de l'abscisse x repérée sur l'axe de révolution de la tuyère. L'action de la pesanteur est négligée. Les variations de section de la tuyère sont suffisamment douces pour que toutes les grandeurs intensives soient considérées comme uniformes sur une section droite : elles ne dépendent que de x . De plus, la vitesse de l'écoulement sera considérée comme parallèle à x . L'étude est menée dans le référentiel de la tuyère, supposé galiléen. Le but est de montrer que, si le profil de la tuyère est bien choisi, la vitesse de l'écoulement peut dépasser la célérité du son.



1. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à un système bien choisi compris entre deux sections d'abscisses x_A et x_B à l'instant t , montrer que $c_p(T_B - T_A) = -\frac{1}{2}(v_B^2 - v_A^2)$, v étant la vitesse, T la température et c_p la capacité thermique massique à pression constante du gaz.
2. Exprimer la capacité thermique massique c_p , en fonction de la constante molaire des gaz parfaits R , de la masse molaire M du gaz et de l'exposant adiabatique γ . Montrer alors que dans la tuyère, on vérifie la relation :

$$\frac{1}{M} \frac{\gamma R}{\gamma - 1} dT = -\frac{1}{2} dv^2$$

3. Donner la différentielle logarithmique de la loi de Laplace exprimée en variables (T, P) .
4. Exprimer la masse volumique du gaz en fonction de la température et de la pression. Donner la différentielle logarithmique de cette expression.
5. Donner la différentielle logarithmique de la conservation du débit massique.
6. On rappelle que la célérité c du son dans un gaz parfait est donnée par $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$. À l'aide de toutes les relations différentielles établies précédemment, démontrer que :

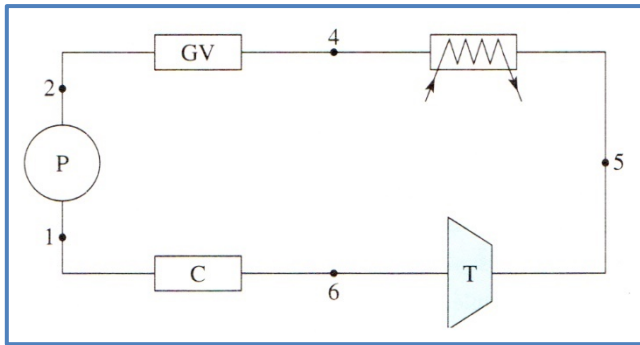
$$\frac{dS}{S} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{dv}{v} = 0 \quad (\text{Théorème de Rankine - Hugoniot})$$

7. On rappelle que $M = \frac{v}{c}$ s'appelle le nombre de Mach. En distinguant les cas $M < 1$ et $M > 1$, prévoir le sens de variation de la vitesse $v(x)$ des gaz lorsque la tuyère est convergente (si S diminue en fonction de x) et lorsqu'elle est divergente. Les gaz chauds étant en écoulement subsonique à l'entrée de la tuyère, quel profil doit-on donner à celle-ci pour générer un écoulement supersonique en sortie ?

Rép : 1. Bilan d'énergie... 2. $c_p = \frac{1}{M} \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ relation de Mayer 3. $(1 - \gamma) \frac{dp}{p} + \gamma \frac{dT}{T} = 0$ 4. $\frac{dp}{\rho} = \frac{dp}{\rho} - \frac{dT}{T}$ 5. $\frac{dp}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0$ 6... 7. Tuyère CV.DV

B – Exercices supplémentaires

TH14 - Machine à vapeur



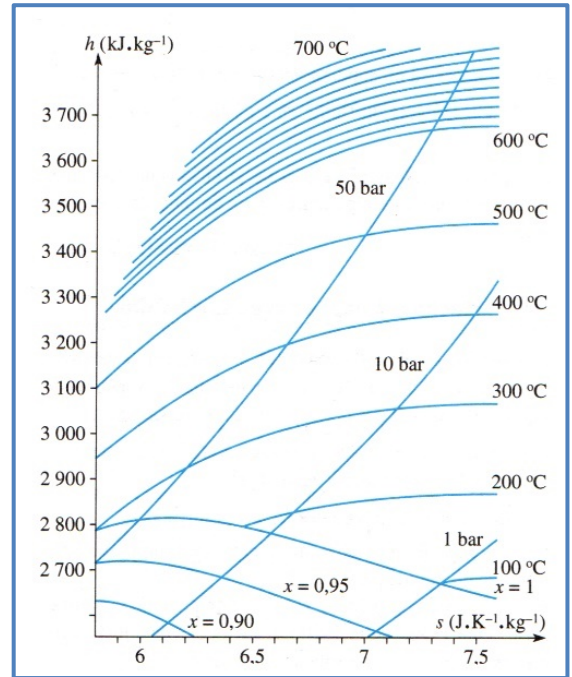
Dans une machine à vapeur, de l'eau circule en circuit fermé entre différents éléments et parcourt le cycle schématisé ci-contre. L'installation se compose des éléments suivants :

- Une pompe (P) qui réalise une compression supposé isentropique du liquide saturé.
 - Un générateur de vapeur (GV) qui réalise à la pression de $p_2 = 50 \text{ bar}$ un échauffement 2-3, puis une évaporation 3-4. Le fluide est à l'état de liquide saturant en 3, à l'état de vapeur saturante en 4.
 - Un surchauffeur (S), qui échauffe la vapeur à p_2 . Cet échauffement est réalisé par échange thermique avec les gaz issus de la combustion.
 - Une turbine (T) où le fluide subit une détente adiabatique réversible, sans variation notable d'énergie cinétique, en fournissant du travail mécanique. L'état 6 est à l'état de vapeur saturé à la pression $p_1 = 1 \text{ bar}$
 - Un condenseur (C) dans lequel le fluide se condense de façon isobare à la pression p_1 .
1. Déterminer la température T_5 (à la sortie du surchauffeur) à l'aide du diagramme (h, s) de façon, que le fluide, en fin de détente, soit constitué de vapeur saturante, sans liquide.
 2. La condition précédente étant vérifiée, tracer l'allure du cycle sur un diagramme (T, s) . Pourquoi sur ce diagramme 1 et 2 sont confondus.
 3. Déterminer l'énergie échangée par 1kg de fluide dans chaque partie de la machine. Calculer le rendement du moteur.

Données :

- Volume massique de l'eau liquide $v(l) = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$
- Pressions de changement d'état : 1 bar et 50 bar .
- Chaleur latente de vaporisation de l'eau : $2256 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ à 1 bar , $1641 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ à 50 bar .
- Capacité thermique massique de l'eau liquide dans le domaine de température utilisé : $4,45 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

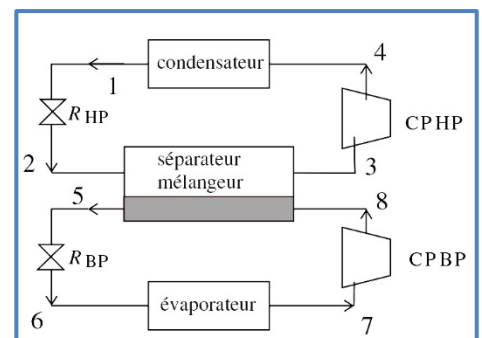
Rép : 1. $T_5 = 893 \text{ K}$ 2°).... 3. $\rho = \frac{|w_p + w_T|}{q_{GP} + q_S} = 0,31$



TH15 – Cycle industriel de réfrigération

Le condenseur et l'évaporateur sont des échangeurs permettant respectivement la condensation et l'évaporation totale du fluide qui les traverse ; dans les états 1 et 7, le fluide est respectivement à l'état de liquide saturant et de vapeur saturante sèche. Ces échangeurs sont calorifugés. Les évolutions du fluide y sont supposées réversibles. RHP et RBP sont des robinets de laminage, respectivement haute et basse pression, qui assurent, sans partie mobile, des détentes supposées adiabatiques :

- Le fluide pénètre dans R_{HP} sous une haute pression égale à p_1 (état 1) et en ressort sous une pression intermédiaire p_2 (état 2).
- Le fluide pénètre dans R_{BP} , sous la pression intermédiaire égale à p_5 (état 5) et en ressort sous une basse pression p_6 (état 6). CPHP et CPBP sont des compresseurs, respectivement haute et basse pression, qui assurent des



compressions également supposées adiabatiques et réversibles du fluide à l'état gazeux :

- Le fluide pénètre dans CPHP sous une pression intermédiaire p_3 (état 3) et en ressort sous la haute pression p_4 (état 4).
- Le fluide pénètre dans CPBP sous basse pression p_7 (état 7) et en ressort sous la pression intermédiaire p_8 (état 8).

À la sortie de R_{HP} (état 2), et à la sortie de CPBP (état 8), le fluide pénètre dans le mélangeur-séparateur (MS) et ressort à l'état de vapeur sèche saturante (état 3) vers CPHP et à l'état de liquide saturant (état 5) vers R_{BP} . L'échangeur MS est parfaitement calorifugé, dépourvu de partie mobile, et les évolutions du fluide y sont supposées réversibles.

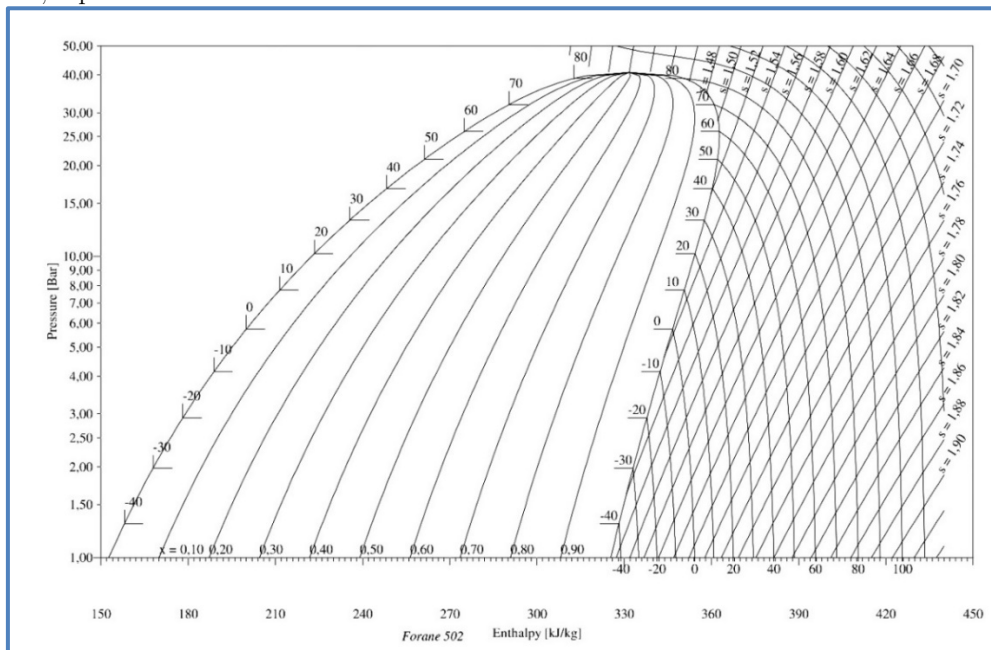
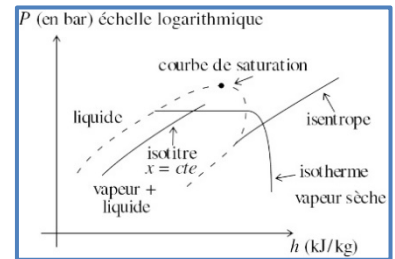
Données :

- $P_1 = 15 \text{ bar}, P_2 = P_8 = 4,0 \text{ bar}, P_6 = 1,5 \text{ bar}$.
- Débit du cycle basse pression ; $D_{BP} = 1,50 \text{ kg.s}^{-1}$ et débit du cycle haute pression : $D_{HP} = 2,43 \text{ kg.s}^{-1}$.
- Puissance thermique de réfrigération $P = 240 \text{ kW}$ (reçue par le fluide au niveau de l'évaporateur).

1. Étude du diagramme des frigorigères : $\ln P = f(h)$

L'abscisse est l'enthalpie massique h du fluide étudié, exprimée en kJ.kg^{-1} , avec une échelle linéaire. L'ordonnée est la pression P , exprimée en bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$), avec une échelle logarithmique.

Quelle est la forme des isothermes à l'intérieur de la courbe de saturation ? On justifiera précisément la réponse fournie. Trouver l'équation d'une isotherme d'un gaz parfait dans le diagramme étudié ; y a-t-il accord avec les isothermes du diagramme réel du fluide Forane 502, représenté ci-dessous ?



2. Étude du cycle haute pression ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$)

Le fluide frigorigène étudié ici est le Forane 502. Tracer le cycle 1, 2, 3, 4 sur le diagramme fourni ci-dessus. Présenter, sous forme de tableau, les caractéristiques (h , P , T , x) de chacun des états 1, 2, 3 et 4 par lecture directe sur ce diagramme ainsi complété. Retrouver le titre massique en vapeur x du fluide dans l'état 2.

3. Étude du cycle basse pression ($5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$)

Tracer le cycle 5, 6, 7, 8 sur le diagramme fourni en annexe. Déterminer les valeurs de (h , P , T , x) pour les états 5 et 6 du fluide. Faire de même pour le fluide dans l'état 7 ; en déduire les valeurs pour l'état 8. Présenter, sous forme de tableau, les caractéristiques (h , P , T , x) de chacun des états 5, 6, 7 et 8.

4. Bilan énergétique

Calculer la puissance mécanique échangée dans CPHP et CPBP. Calculer la puissance thermique échangée dans l'évaporateur et dans le condenseur. Calculer le COP (coefficient de performance) de l'installation frigorifique étudiée : $COP = \frac{\text{utile}}{\text{coût}} = \frac{P_{th, \text{évaporateur}}}{P_{méca}}$. Calculer le COP du cycle réfrigérant idéal de Carnot ayant mêmes températures de source froide et de source chaude. En déduire le rendement du cycle étudié par rapport au cycle de Carnot : $\eta = \frac{COP}{COP_{carnot}}$.

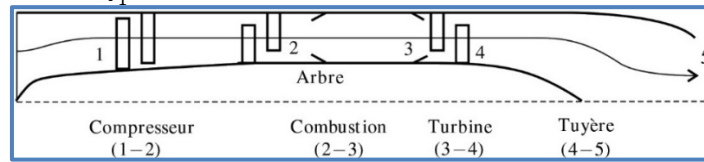
Commenter.

Rép : 1. Horizontales dans (LV) et Verticales dans (L ou V) $\Rightarrow$ Forane n'est pas un GP. 2. $x=0,37$ 3. ...

4.) $COP=2,49$ et $COP_{carnot} = 3,23 \Rightarrow \eta = 77\%$

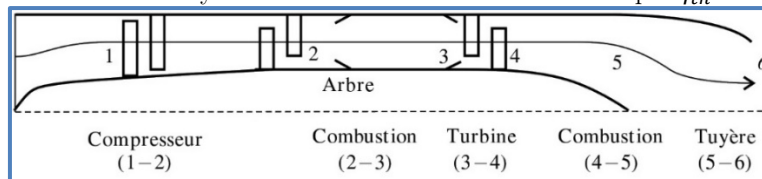
TH16 – Turboréacteur

Un compresseur axial aspire l'air ambiant. Après compression, l'air est chauffé dans la chambre de combustion jusqu'à la température ($T_3 = 1250\text{ K}$). Après détente partielle dans la turbine axiale, l'air est envoyé dans la tuyère où la détente s'effectue jusqu'à la pression ambiante ($P_5 = 1,00\text{ bar}$). Le compresseur est uniquement entraîné par la turbine, qui lui transmet intégralement la puissance mécanique que lui fournit l'écoulement. On rappelle que $P_2 = P_3$. On donne le taux de compression du compresseur : $\frac{P_2}{P_1} = 6,15$.



L'air est assimilé à un gaz parfait. On donne $c_p = 1,00\text{ kJ/kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et $\gamma = 1,40$. L'énergie cinétique sera négligée, sauf à la sortie de la tuyère. Le débit massique d'air aspiré par le turboréacteur vaut $D_M = 50,00\text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$. Le compresseur aspire l'air ambiant défini par sa pression $P_1 = 1,00\text{ bar}$ et sa température $T_1 = 288\text{ K}$. Les évolutions à l'intérieur des turbomachines (compresseurs et turbines) et des tuyères sont supposées adiabatiques, réversibles. On négligera les pertes de charge de l'air à l'intérieur des chambres de combustion : les évolutions y sont isobares. On définit le rendement thermique du turboréacteur (noté η_{th}) comme étant le rapport entre l'énergie cinétique massique reçue par l'air, notée e_c , et la (ou la somme des) quantité(s) de chaleur massique(s) fournie(s) par la (ou les) chambre(s) de combustion, notée $q_{combustion}$.

1. Calculer la température T_2 (sortie du compresseur), le travail indiqué massique de compression, la température T_4 , la pression P_4 à la sortie de la turbine, la température T_5 et la vitesse c_5 à la sortie de la tuyère.
2. Calculer la quantité de chaleur massique fournie à l'air lors de la combustion, notée q_{23} . Calculer l'énergie cinétique massique de l'air à la sortie de la tuyère. En déduire le rendement thermique η_{th} de ce turboréacteur.



La configuration est identique à la précédente mais on insère une seconde chambre de combustion entre la turbine et la tuyère. Lors de cette seconde combustion, l'air est à nouveau chauffé jusqu'à la température de $T_5 = 1930\text{ K}$. La détente s'effectue ensuite dans la tuyère jusqu'à la pression ambiante ($P_6 = 1,00\text{ bar}$). Comme précédemment la turbine entraîne le compresseur, le taux de compression est identique et la température de fin de première combustion aussi ($T_3 = 1250\text{ K}$). On rappelle que $P_2 = P_3$ et que $P_4 = P_5$.

3. Calculer T_2, T_4, P_4, T_6 à la sortie de la tuyère et la vitesse c_6 à la sortie de cette tuyère.
4. Calculer la quantité de chaleur massique fournie à l'air lors de la seconde combustion, notée q_{45} . En déduire la quantité de chaleur massique fournie globalement à l'air, notée $q_{combustion} = q_{23} + q_{45}$. Calculer l'énergie cinétique massique de l'air à la sortie de la tuyère. En déduire le rendement thermique η_{th} de ce turboréacteur. Comparer les paramètres des deux turboréacteurs étudiés et conclure.

Rép : 1. $c_5 = 787\text{ ms}^{-1}$

$$2. \eta_{th} = \frac{\frac{1}{2}c_5^2}{q_{23}} = 40,4\%$$

$$3. c_6 = 1066\text{ ms}^{-1} \quad 4. \eta_{th} = \frac{\frac{1}{2}c_6^2}{q_{23} + q_{45}} = 34,6\%$$

TH17 – Cycle Diesel

Une mole de gaz parfait subit les transformations réversibles suivantes : état (1) → état (2) : compression adiabatique, état (2) → état (3) : dilatation à pression constante, état (3) → état (4) : détente adiabatique, état (4) → état (1) : refroidissement à volume constant. Chaque état est défini par la pression P_i , la température T_i et le volume V_i (i variant de 1 à 4). On appelle γ le rapport des chaleurs molaires $\frac{c_{pm}}{c_{vm}}$. On définit $a = \frac{V_1}{V_2}$ & $b = \frac{V_1}{V_3}$.

1. Représenter le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
2. Donner les expressions de la pression, du volume et de la température pour les états (2), (3) et (4), en fonction de P_1, V_1, T_1, a et b .
3. Calculer les travaux et chaleurs échangés pour toutes les transformations subies. Préciser notamment le sens des échanges.
4. Proposer une expression pour le rendement d'un moteur fonctionnant suivant ce cycle, en fonction des travaux et chaleurs échangés. Donner l'expression du rendement η en fonction de γ, a et b .

Données numériques : $\gamma = 1,4, a = 9, b = 3$.

$$\text{Rép : } 1. \dots 2. V_2 = \frac{V_1}{a}, P_2 = a^\gamma P_1 \text{ et } T_2 = a^{\gamma-1} T_1 ; V_3 = \frac{V_1}{b}, T_3 = \frac{a^\gamma}{b} \text{ et } P_3 = a^\gamma P_1 ; V_4 = V_1, P_4 = \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma \cdot P_1 \text{ et } T_4 = T_1 \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma \quad 3. \dots 4. r = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{a^\gamma - b^\gamma}{(a-b)(ab)^{\gamma-1}} \sim 0,46$$

TH18 – Machine thermique avec régénérateur

Un gaz parfait circule en régime stationnaire dans une machine et subit le cycle de transformations suivant :

- Transformation 1-2 : compression réversible et isotherme, à la température T_{fr} de la pression p_1 à $p_2 > p_1$.
- Transformation 2-3 : échauffement isobare de T_{fr} à $T_{ch} > T_{fr}$;
- Transformation 3-4 : détente réversible et isotherme, à la température T_{ch} , de p_2 à p_1 ,
- Transformation 4-1 : refroidissement isobare de T_{ch} à T_{fr} .

Les transformations 2-3 et 4-1 ont lieu à l'intérieur d'un régénérateur : échangeur thermique où le fluide échange du transfert thermique avec lui-même. Le régénérateur est supposé isolé thermiquement de l'extérieur. On néglige les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

La turbine entraîne le compresseur, ainsi qu'un alternateur produisant de l'énergie électrique. On rappelle l'expression de l'entropie massique d'un gaz parfait en fonction de la température T et de la pression p :

$$s(T, P) = c_p \ln\left(\frac{T}{T_{réf}}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{p}{p_{réf}}\right) + s(T_{réf}, p_{réf})$$

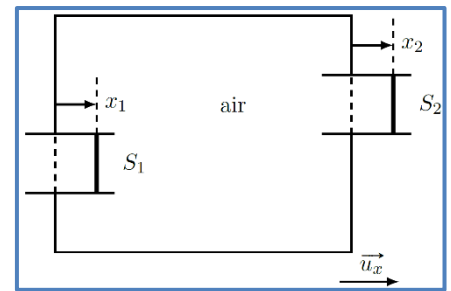
Où $T_{réf}$ et $p_{réf}$ sont des grandeurs constantes, c_p la capacité thermique massique et M la masse molaire du gaz.

1. Exprimer les transferts thermiques massiques q_{12} et q_{23} reçus par le gaz respectivement dans le compresseur et la turbine.
2. Exprimer les travaux massiques utiles $w_{u,12}$ et $q_{u,23}$ reçus par le gaz respectivement dans le compresseur et la turbine. En déduire le rendement de la machine.
3. Commenter le résultat.

Rép : 1. $q_{12} = -RT_{fr} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ et $q_{23} = +RT_{ch} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ 2. $\rho = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$ 3. Rendement de Carnot $\Rightarrow$ fonctionnement réversible.

TH19 – Oreille moyenne

L'oreille moyenne est la partie de l'appareil auditif comprise entre l'oreille externe et l'oreille interne. Chez les mammifères, l'oreille moyenne comprend le tympan ainsi que les osselets, trois très petits os qui s'appellent respectivement de dehors en dedans : le marteau, l'enclume et l'étrier. L'oreille moyenne se modélise par une cavité remplie d'air, initialement à la température T_0 et à la pression standard P_0 . Cette cavité comporte deux membranes mobiles, la première (le tympan) de section S_1 et d'abscisse x_1 par rapport à la position au repos et l'autre de section S_2 et d'abscisse x_2 par rapport à la position au repos comme indiqué. Le



volume de la cavité est noté V_0 au repos. Lorsque ces membranes sont en mouvement, le volume V et la pression P de la cavité seront supposés varier très faiblement de leurs valeurs au repos, V_0 et P_0 . On note $V = V_0 + dV$ et $P = P_0 + dP$.

L'air est assimilé à un gaz parfait, de $\gamma = \frac{7}{5}$. L'air dans la cavité est supposé évoluer de manière adiabatique réversible.

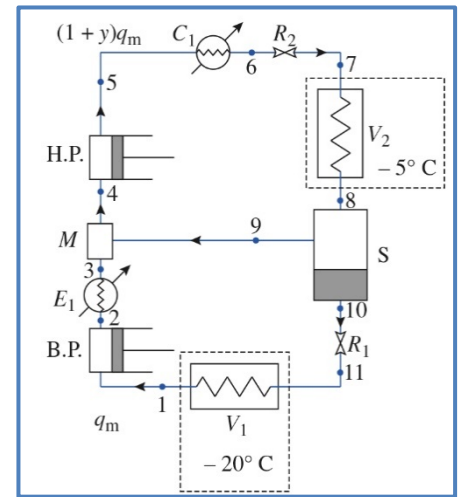
1. Justifier le caractère adiabatique. Exprimer la variation de pression dP en fonction de S_1 ; S_2 ; x_1 ; x_2 ; P_0 et V_0 .
2. Un modèle simplifié pour étudier les mouvements des deux membranes est le suivant. Les deux membranes possèdent respectivement des masses m_1 et m_2 et sont soumises à des forces de rappel de constantes de raideur k_1 et k_2 . Les seules autres forces à prendre à compte sont les forces de pression engendrées sur chacune des deux membranes par l'écart de pression dP dans la cavité et la force exercée sur le tympan (c'est-à-dire la première membrane), notée $\vec{F} = F\vec{u}_x$ et due à l'écoute d'un son. Écrire les deux équations régissant les positions x_1 et x_2 des deux membranes.
3. La force F est sinusoïdale, $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$, où ω est la pulsation. Exprimer le rapport des amplitudes $\frac{x_2}{x_1}$ en fonction de ω , $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$, $\Omega_2 = \sqrt{\frac{7}{5} \frac{P_0 S_2^2}{V_0 m_2}}$ et $\Omega_c = \sqrt{\frac{7}{5} \frac{P_0 S_1 S_2}{V_0 m_2}}$. Tracer l'allure de la courbe $\frac{x_2}{x_1}(\omega)$.
4. Commenter ces résultats. Que changerait la prise en compte des frottements ?
5. En fait, la seconde membrane de la cavité débouche sur un liquide, assimilable à de l'eau. Expliquer l'utilité d'un système mécanique de trois osselets liant les deux membranes de la cavité.

Rép : 1. $dP = -\frac{7P_0}{5V_0}(S_2 x_2 - S_1 x_1)$ 2. $\ddot{x}_1 + \left(\frac{7}{5} \frac{P_0 S_1^2}{V_0 m_1} + \frac{k_1}{m_1}\right)x_1 - \frac{7}{5} \frac{P_0 S_1 S_2}{V_0 m_2} x_2 = \frac{F}{m_1}$ 3. $\frac{x_2}{x_1} = \left| \frac{\Omega_c^2}{\Omega_2^2 + \omega_2^2 - \omega^2} \right|$ 4. ... 5. L'oreille interne fait l'adaptation d'impédance comme un gel échographique.

TH20 – Machine frigorifique à Ammoniac

On étudie une machine frigorifique à ammoniac qui permet de refroidir simultanément deux sources dont les températures sont différentes. La machine comporte deux étages, chacun d'eux comprenant un compresseur, un refroidisseur intermédiaire (noté E ou C), un détendeur R, et un évaporateur V. Les détendeurs et les compresseurs sont supposés parfaitement calorifugés. Les refroidisseurs et les évaporateurs sont isobares. Les deux étages communiquent par un séparateur S et un mélangeur M, qui sont isobares et parfaitement calorifugés. Sur la figure, les flèches bleues indiquent le sens de parcours du fluide dans les divers organes de la machine.

Les températures des deux sources froides sont respectivement égales à -5°C et -20°C . Le débit massique est égal à q_m dans l'étage basse pression, il est égal à $(1+y)q_m$ dans l'étage haute pression. Le premier effet frigorifique s'effectue à -20°C dans l'évaporateur V_1 , où la vaporisation est totale, le second à -5°C dans l'évaporateur V_2 , où la vaporisation est partielle. Le cahier des charges du dispositif prévoit l'absorption d'une puissance thermique $P_{qh} = 58,0 \text{ kW}$ à -5°C et d'une puissance thermique $P_{qb} = 23,2 \text{ kW}$ à -20°C . On pose $a = \frac{P_{qh}}{P_{qb}}$.



1. Sachant que le refroidisseur E_1 , le mélangeur M, le séparateur S et l'évaporateur V_2 sont isobares, quelle est la pression aux états 2, 3, 4, 9 et 8 ?
2. Calculer les variations d'enthalpie massique (chaleurs latentes) de vaporisation à -5°C et -20°C , respectivement $l_{vap}(-5^{\circ}\text{C})$ et $l_{vap}(-20^{\circ}\text{C})$.
3. Calculer les titres massiques en vapeur x_7 et x_{11} dans les états 7 et 11.
4. On extrait du séparateur S la vapeur saturante sèche (état 9) et le liquide saturant (état 10) du mélange liquide-vapeur de l'état 8.

Exprimer la relation entre y et x_8 , titre massique en vapeur dans l'état 8.

5. Exprimer a en fonction de $l_{vap}(-5^{\circ}\text{C})$ et $l_{vap}(-20^{\circ}\text{C})$, x_8 , x_7 et x_{11} .
6. En déduire les valeurs numériques de x_8 et y ainsi que l'enthalpie massique h_8 .
7. Calculer l'enthalpie massique h_4 dans l'état 4.
8. Exprimer le débit massique q_m en fonction de P_{qb} , h_1 et h_{11} . Calculer numériquement q_m .
9. Calculer la puissance mécanique totale P_m mise en jeu dans les compresseurs ainsi que le coefficient d'efficacité global de l'installation, $\eta = \frac{P_{qb} + P_{qh}}{P_m}$.
10. Tracer les cycles H.P et B.P dans un diagramme $(\ln(p), h)$.

Données :

$t(^{\circ}\text{C})$	$P_s(\text{kPa})$	$h_l(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_g(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$
-20	190,2	326,7	1653,0
-5	345,9	395,0	1672,6
20	857,2	511,5	1705,4

- État 1 : vapeur saturante sèche à -20°C .
- État 2 : vapeur surchauffée à P_2 : $h_2 = 1740 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- État 3 : $t_3 = 20^{\circ}\text{C}$; $h_3 = 1730 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- État 5 : $h_5 = 1820 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- État 6 : liquide saturant à $t_6 = 20^{\circ}\text{C}$.
- État 7 : $t_7 = -5^{\circ}\text{C}$.
- État 8 : mélange liquide-vapeur (vapeur humide) à -5°C , titre massique en vapeur x_8 .
- État 9 : vapeur saturante sèche à -5°C .
- État 10 : liquide saturant à -5°C .
- État 11 : $t_{11} = -20^{\circ}\text{C}$.

Rép : 1. $p_2 = p_3 = p_4 = p_7 = p_8 = p_9 = p_{10} = 3,459 \text{ bar}$. 2. $l_{vap}(-5^{\circ}\text{C}) = 1277,6 \text{ kJ/kg}$ et $l_{vap}(-20^{\circ}\text{C}) = 1326,3 \text{ kJ/kg}$ 3. $x_{11} = 5,15\%$
 4. $y = \frac{x_8}{1-x_8}$ 5. $a = \frac{(x_8-x_7)l_{vap}(-5^{\circ}\text{C})}{(1-x_8)(1-x_{11})l_{vap}(-20^{\circ}\text{C})}$ 6. $y=2,18$ 7. $h_4 = 1687,7 \text{ kJ/kg}$ 8. $q_m = 46,1 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ 9. $\eta = 2,98$ 10. ...