

TD1 – Optique géométrique

A – Travaux dirigés

101 - Réflexion totale

Un bouchon de liège flotteur d'épaisseur négligeable, de rayon r flotte sur l'eau. Au centre de ce bouchon on a planté perpendiculairement au plan du disque une épingle de hauteur h immergée dans l'eau.

1°) Quelle doit-êre la longueur minimale h_0 pour que la tête de l'épingle soit visible par un observateur placé dans l'air. (On s'aidera d'un schéma détaillé)

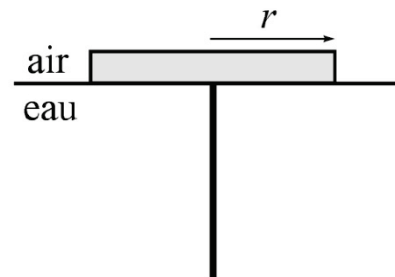
2°) On suppose $h > h_0$. Montrer que les rayons diffusés par la tête de l'épingle et sortant de l'eau ont une incidence dans l'eau comprise entre deux valeurs que l'on déterminera.

Données numériques :

- $n=1,33$
- $r=10\text{cm}$
- $h=10\text{cm}$

Rép : 1°) $h_0 = r\sqrt{n^2 - 1} \Leftrightarrow h_0 = 8,77\text{cm}$

2°) $\frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} < \sin(i) < \frac{1}{n} \Rightarrow 45^\circ < i < 48,6^\circ$



102 - Méthode de Bessel

On désire projeter l'image d'un petit objet AB sur un écran E , parallèle à AB , situé à la distance D de AB . Pour ce faire, on utilise une lentille mince convergente de centre O et de distance focale $f' > 0$.

1°) Montrer que pour obtenir sur E une image de AB , f' doit être inférieure à une certaine valeur.

2°) En supposant cette condition réalisée, montrer qu'il y a deux positions possibles pour la lentille.

3°) En quoi diffère ces deux positions?

4°) Démontrer que les deux positions de la lentille sont séparées d'une distance d tel que : $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.

Rép : 1°) $D > 4f'$ 2°) $p = -\frac{D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - Df'}$ 3°) Ils ont tous les deux un grandissement négatif mais l'un supérieur à un et l'autre inférieur à un.

4°) $d = |p_1 - p_2| = \sqrt{D^2 - 4Df'} \Rightarrow f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$

103 - Optique de l'œil

Le cristallin de l'œil est assimilable à une lentille mince de centre optique O , dont la vergence V est variable. L'espace objet est l'air d'indice $n_0=1$, et on supposera que l'indice de l'espace image est aussi $n_0=1$ (en réalité c'est un milieu assimilable à de l'eau, d'indice $n_1 = 4/3$).

L'image se forme sur la rétine, qui dans la réalité est à la distance $d_{\text{réel}}=15$ mm de O mais que l'on considérera à $d = 11$ mm en raison de la différence entre n_0 et n_1 .

1°) Un observateur doté d'une vision "normale" regarde un objet AB placé à 1 m devant lui, et tel que $AB = 10$ cm.

a) Préciser si l'image est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.

b) On note $A'B'$ l'image de AB sur la rétine. Calculer le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB}$, et en déduire la taille de l'image $A'B'$.

c) Calculer la vergence V du système.

2°) L'observateur regarde maintenant un objet placé à 25 cm devant lui.

a) Préciser si l'image est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.

b) Calculer la variation de la vergence par rapport à celle de la question (c) ainsi que la taille de l'image.

3°) On s'intéresse maintenant à un individu myope, qui possède donc un cristallin trop convergent. Lorsqu'il regarde à l'infini, l'image se forme à 0,5 mm en avant de la rétine (située à $d = 11$ mm de O). Pour corriger ce problème, cette personne est dotée de lunettes dont chaque verre est assimilé à une lentille mince de vergence V' constante et de centre optique O' , placé à $l=2$ cm de O.

a) Calculer la vergence V' des verres de lunettes.

b) L'individu observe un objet situé à 1 m devant lui. Calculer la position de l'image intermédiaire ainsi que le grandissement de l'ensemble (lunette-cristallin).

Rép : 1°) a) L'image est réelle, renversée et réduite.

b) $\overline{A'B'} = -1,1mm$ c) $V=92\delta$

2°) a) L'image est réelle et renversée

b) $\overline{A'B'} = -4,4mm$

3°) a) $V'=-4,7\delta$

b) $\gamma = -0,01$

104 - Aberrations chromatiques d'une lentille simple

On caractérise la dispersion d'un matériau à l'aide de trois longueurs d'onde : la raie rouge de l'hydrogène notée raie C ($\lambda_C=656,3$ nm), la raie jaune du sodium notée raie D ($\lambda_D=587,6$ nm) et la raie bleu-vert de l'hydrogène notée raie F ($\lambda_F=486,1$ nm). Le pouvoir dispersif ν du matériau est donné par la relation : $\nu = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ (ν est appelée constringence) où n_C , n_D et n_F sont les indices du matériau pour les raies C, D et F. La vergence V d'une lentille dépend de l'indice par la relation : $V = (n-1)A$ où A est uniquement une caractéristique géométrique de la lentille.

On cherche à obtenir un système achromatique à l'aide de deux lentilles.

1°) On accole deux lentilles de vergence V_1 et V_2 . Etablir que le système est équivalent à une lentille dont on précisera les caractéristiques.

2°) Une lentille possède une distance focale $f_D=30$ cm et son pouvoir dispersif vaut : $\nu = 50$.

Calculer l'écart $f'_C - f'_F$. On justifiera les éventuelles approximations.

3°) Quelles sont les conséquences de cet écart ?

4°) A quelle condition les foyers des raies C et F sont-ils confondus ?

5°) A-t-on une lentille achromatique ? Justifier.

6°) On souhaite une lentille de focale moyenne 50 cm avec deux verres caractérisés par $\nu_1 = 30$ et $\nu_2=60$. Quelles doivent être les focales des lentilles à utiliser ?

Rép : 1°) R $V = V_1 + V_2$

2°) $f'_C - f'_F = 6mm$

3°) Irrisation de l'image

4°) Si $\frac{V_1 D}{\nu_1} + \frac{V_2 D}{\nu_2} = 0$

5°) Seulement pour les raies F et C

6°) $f'_1 = -50cm$ et $f'_2 = +25cm$

B – Exercices supplémentaires

105 - La loupe

Un œil emmétrope observe un objet à travers une lentille de vergence $V=+12,5\delta$. On suppose les conditions de Gauss satisfaites.

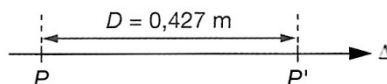
- Pour un objet AB situé devant la lentille, entre le foyer F et le centre optique, où se situe l'image ? Est-elle droite ou renversée ?
- L'œil étant placé au voisinage du foyer image F', sous quel angle α' est vu le bord de l'objet de rayon R ? Cet angle dépend-il de la position de l'objet sur l'intervalle [F, 0] ?
- L'œil possède un punctum proximum situé à $d = 25$ cm, dans quel intervalle doit se situer l'objet pour l'accommodation soit possible ? À quelle situation correspond la position de l'objet au foyer F ?
- Rappeler l'ordre de grandeur de la limite de résolution angulaire de l'œil humain et en déduire la dimension plus petits détails de l'objet discernables à l'aide de la loupe.

Rép : a) L'image est virtuelle agrandie et droite b) Non c) Si l'objet est en F, l'image est à l'infini.

d) $\theta_m = 3 \cdot 10^{-4} \text{rad} \Rightarrow R_m = 0,024 \text{mm}$

106 - Agrandisseur-Réducteur d'image

On étudie un système de projection et reproduction de documents. L'original, situé dans le plan P, est considéré comme l'objet et un système optique en forme une image, sur une vitre plane dans le plan P'. La distance D séparant les deux plans parallèles P et P' est fixée : $D = 0,427$ m.

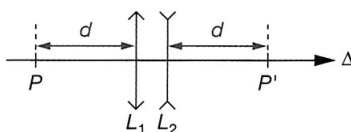


1 - Dispositif à une lentille

Pour obtenir une image de même taille que l'objet (valeur absolue du grandissement égale à 1), peut-on utiliser une unique lentille ? Convergente, divergente ? Si oui, préciser position et distance focale.

2 - Association de deux lentilles

On utilise en réalité un ensemble de 2 lentilles : une lentille L_1 convergente et une lentille L_2 divergente. L_1 est située à $d = 0,20$ m de P et L_2 à $d = 0,20$ m de P'. On donne la distance focale de L_2 : $f_2 = -0,10$ m.



- Dans quel plan doit se trouver l'image $\overline{A_1B_1}$ donnée de l'objet \overline{AB} par L_1 ?
- Quelle valeur donner à la distance focale f_1 ?
- Calculer le grandissement de l'association L_1 - L_2 pour l'objet \overline{AB} .

3 – Grandissement variable

- Proposer une association donnant le grandissement $1/$ (objet et image restent en P et P').
- On remplace la lentille L_1 par une association de deux lentilles accolées : L_2 et L_3 . Déterminer f_3 .
- Montrer qu'une association formée de deux lentilles fixes L_2 et d'une lentille mobile L_3 permet d'obtenir les grandissements $1/$ et $1/$ par simple déplacement de L_3 .

Rép : 1°) a) $f_1 = 0,107$ m

b) Cf cours

2°) a) A_1 est situé derrière L_2 à $0,133$ m devant P' b) $f_1 = 6,4$ cm

3°) a) La conjugaison demeure mais le grandissement est inversé d'où $1/$ b) $f_3 = 0,039$ m c) $\gamma = 1$ et $\gamma' = \frac{1}{\sqrt{2}}$

107 - Association lentille-miroir plan

Un miroir plan M est situé derrière une lentille L, l'axe optique Δ de L étant perpendiculaire à M. On désire qu'un faisceau de lumière incident parallèle à A soit réfléchi par l'association, en un faisceau de lumière également parallèle à A.

- a) En raisonnant en termes d'objet et d'images successives, déterminer comment choisir la distance entre L et M.
- b) Réaliser une construction confirmant le résultat.

Rép : a) La distance lentille-miroir doit être égale à la distance focale de la lentille b) ...

108 - Incidence de Brewster

Un dioptre plan sépare l'air d'un milieu d'indice $n=1,5$. Pour quelle valeur de l'angle d'incidence le rayon réfléchi est-il perpendiculaire au rayon réfracté ?

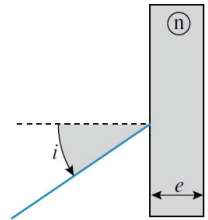
Rép : $\tan(i_1) = n \Rightarrow i=56,3^\circ$

109 - Déplacement d'un rayon lumineux

Un rayon lumineux traverse une vitre d'épaisseur e et d'indice n , sous une incidence $i=i_1$. Calculer le déplacement d de ce rayon.

A.N : $i_1=45^\circ, n=1,5$ & $e=5\text{mm}$

Rép : $d = e \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos(i_2)} = 1,65\text{mm}$ où $\sin(i_1) = n \sin(i_2)$.



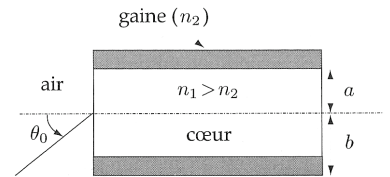
110 - Fibre optique

Une fibre optique est assimilable à un cylindre de révolution d'axe Oz. Elle est constituée d'un cylindre intérieur (le cœur) de rayon a et d'indice n_1 entouré d'une gaine de rayon $(b-a)$ et d'indice n_2 .

A quelle condition sur θ_0 le rayon sera-t-il guidé par la fibre en restant dans le cœur ? En déduire une valeur limite θ_f de θ_0 .

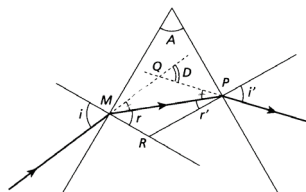
D.N : $n(\text{air})=1$

Rép : a) $0 < \theta_0 < \theta_f$ tel que $\theta_f = \text{Arcsin} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$



111 - Prisme de petit angle sous faible incidence

1°) Démontrer les relations du prisme : $\sin(i) = n \sin(r)$, $\sin(i') = n \sin(r')$, $r + r' = A$ et $D = i + i' - A$.



2°) Démontrer que pour un faisceau parallèle faisant un petit angle avec la normale à la face d'entrée du prisme de petit angle A on a $D = (n-1)A$.

Rép : 1°) A l'aide la figure on voit que : $\pi = \pi - A + r + r' \Rightarrow A = r + r'$ et que $\pi - D + (i - r) + (i' - r') = \pi \Rightarrow D = i + i' - A$

2°) Soit $D = i + i' - A = nr + nr' - A = (n-1)A$