OP6 – Diffraction

A – Travaux dirigés

OP61 – Fente rectiligne

On considère une fente rectiligne de largeur a suivant $\overrightarrow{u_x}$, et très longue suivant $\overrightarrow{u_y}$. Le coefficient de transmission est uniforme. Elle est éclairée par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 sous incidence normale. On définit la fréquence spatiale $u = \frac{x_M}{\lambda_0 f'}$ avec $M\ (x_M, y_M)$ un point du plan focal image de la lentille située après l'objet. L'amplitude de l'onde au point M est proportionnelle à la transformée de Fourier du coefficient de transmission. On rappelle que :

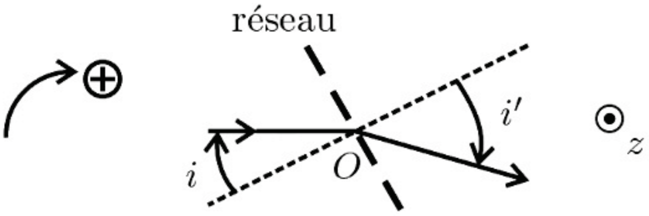
$$\begin{cases} TF(t(x)) = \int t(x)\, e^{-i2\pi ux} dx \\ TF\left(rect\left(\frac{x}{a}\right)\right) = \frac{a\sin(\pi ua)}{\pi ua} = a\ sinc(\pi ua)\ \text{où}\ rect\left(\frac{x}{a}\right) = 1\ ssi\ |x| < \frac{a}{2} \end{cases}$$

1°) Proposer un montage expérimental permettant de visualiser le plan de Fourier.
2°) Déterminer l'amplitude en un point du plan de Fourier et représenter graphiquement l'amplitude et l'éclairement en fonction de u. Déterminer la largeur de la tache centrale et en déduire l'ouverture angulaire. Qu'observe-t-on dans le plan de Fourier ?
3°) Comment est modifié le plan de Fourier si on augmente la largeur de la fente ? Et si on diminue a ?

Rép : 1°)... 2°) $\Delta u_1 = \frac{2\lambda_0 f'}{a}$ et $\Delta u_2 = \frac{\lambda_0 f'}{a}$ 3°) Si a devient trop grand, on retrouvera les résultats de l'optique géométrique.

OP62 – Diffraction par un réseau

On considère un réseau par transmission formé de traits fins, identiques, parallèles, distants de $a = 1\mu m$ et de longueur très grande devant a. Le faisceau incident a une direction fixe et de longueur d'onde λ_0 dans le vide. Le réseau peut tourner autour de l'axe Oz. L'indice de l'air vaut 1,0.



1°) Comment obtenir expérimentalement un faisceau de lumière parallèle ? Comment observer une image à l'infini avec une lentille convergente de distance focale 1,0 m ?
2°) Déterminer pour quelles valeurs de l'angle i', on observe un maximum de lumière à l'ordre *k*.
3°) Pour un ordre k non nul, déterminer la déviation minimale D_m en fonction de $k, \lambda_0\ et\ a$.
4°) La source S est une lampe à vapeur de sodium. On étudie le spectre à l'ordre 2. Calculer la distance qui sépare les deux raies jaunes sur l'écran (longueurs d'onde dans le vide $\lambda_{01} =\ 589{,}0\ nm\ et\ \lambda_{02} =\ 589{,}6\ nm$) en se plaçant au minimum de déviation pour λ_{01}.

Rép : 1°)... 2°) $\sin i' = \sin i\ + k\frac{\lambda_0}{a}$ 3°) $\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = k\frac{\lambda_0}{2a}$ 4°) $M_1M_2 = 2f_2'\frac{\lambda_{02}-\lambda_{01}}{a\cos i_1'} = 1{,}5\ mm$

OP63 – Traits parallèles équidistants

On considère une mire constituée de N traits parallèles équidistants de p. Le coefficient de transmission est :

$$t(x) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right)$$

La mire est très longue suivant $\overrightarrow{u_y}$. Elle est éclairée par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 sous incidence normale. On définit la fréquence spatiale $u = \frac{x_M}{\lambda_0 f'}$ avec $M(x_M, y_M)$ un point du plan focal image de la lentille située après l'objet. L'amplitude de l'onde au point M est proportionnelle à la transformée de Fourier du coefficient de transmission.

On rappelle que :

$$\begin{cases} TF\big(t(x)\big) = \int t(x)\, e^{-i2ux} dx \\ TF\left(rect\left(\frac{x}{L}\right)\right) = \frac{L\sin(\pi uL)}{\pi uL} = L\, sinc(\pi uL) \text{ où } rect\left(\frac{x}{L}\right) = 1 \; ssi \; |x| < \frac{L}{2} \end{cases}$$

1°) Proposer un montage expérimental permettant de visualiser le plan de Fourier.

2°) Déterminer l'amplitude en un point du plan de Fourier.

3°) Interpréter les observations sur un écran placé dans le plan de Fourier.

Rép : 1°)… 2°) $\underline{a} = cste\ [sinc(\pi uL) + \frac{1}{2} sinc\left(\pi\left(u - \frac{1}{p}\right)L\right) + \frac{1}{2}\ sinc\left(\pi\left(u + \frac{1}{p}\right)L\right)$ 3°)…

OP64 – Principe de la strioscopie

On considère un objet de phase constitué d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e =0,10mm et d'indice optique moyen n_0. Sa fabrication n'ayant pas été assez soignée, elle présente des fluctuations d'indice δn non uniformes de l'ordre de 10^{-4} sur une échelle de longueur de l'ordre de a = 1,0mm.

1°) Proposer une valeur de n_0 pour une longueur d'onde visible.

2°) Donner l'expression de la transmittance $\tau(x, y)$ de la lame. Monter que les ordres de grandeur permettent d'écrire :

$$\tau(x, y) = e^{-ikn_0 e}\big(1 - ik_0 e\delta n(x, y)\big)$$

3°) Quelle serait l'allure du plan de Fourier en l'absence de défaut d'indice ? Quelle est-elle en présence du défaut ? Préciser en particulier les dimensions de la zone éclairée dans ce plan.

4°) Décrire qualitativement l'éclairement de l'image. Peut-on percevoir les défauts d'indice ?

5°) On place un petit disque opaque au foyer image de la lentille. Quelle est la fréquence spatiale filtrée ? Serait-ce encore vrai si la lame était éclairée en incidence oblique ?

6°) Décrire à nouveau qualitativement l'éclairement de l'image. Qu'a-t-on gagné ? Qu'a-t-on perdu ?

Rép : 1°) $n_0 \sim 1{,}5$ 2°) $e^x = 1 + x \; si \; x \ll 1 \ldots$ 3°) Point lumineux F', mais si présence de défaut étalement autour de F'
4°) Eclairement uniforme 5°) On filtre les basses fréquences 6°) On gagne en contraste, on perd en luminosité

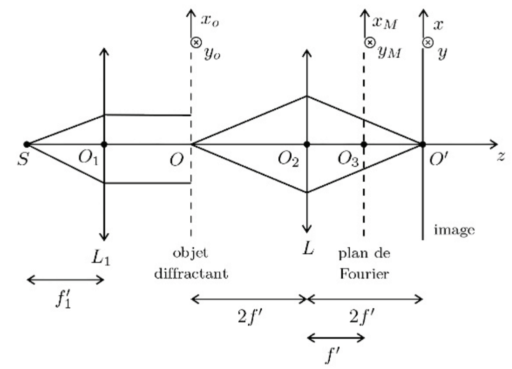
B – Exercices supplémentaires

OP65 – Filtrage optique

On considère un objet diffractant très long suivant $\overrightarrow{u_y}$, éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 sous incidence normale. On définit la fréquence spatiale $u = \frac{x_M}{\lambda_0 f'}$ avec $M(x_M, y_M)$ un point du plan focal image de la lentille située après l'objet. L'amplitude de l'onde au point M est proportionnelle à la transformée de Fourier du coefficient de transmission.

On rappelle que :

$$\begin{cases} TF\big(t(x)\big) = \int t(x)\, e^{-i2\pi ux} dx \\ TF\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - na)\right) = \frac{1}{a}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(u - \frac{n}{a}\right) \\ TF(1) = \delta(u) \\ \delta(u)\ fonction\ de\ Dirac\ nulle\ partout\ sauf\ en\ x = 0 \end{cases}$$



Le coefficient de transmission de l'objet diffractant est :

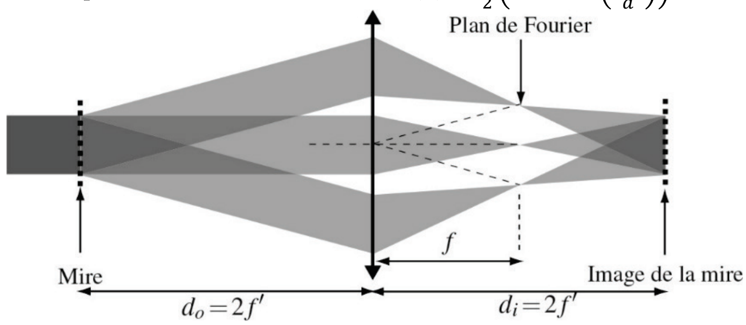
$$t(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - na)$$

1. Qu'observe-t-on dans le plan image ?
2. Comment réaliser un filtrage optique avec ce montage ?
3. Quel filtrage doit-on réaliser pour observer dans le plan image une succession de points distants de a/2 ?
4. On place dans le plan de Fourier une fente centrée sur l'axe de largeur $b = 0{,}9\frac{\lambda_0 f'}{a}$ suivant O_3x. Quelle image obtient-on dans le plan image ?
5. Comment améliorer le contraste de l'objet ? Comment s'appelle cette technique ?

Rép : 1°) L'image du réseau avec un grandissement de -1 2°)... 3°) Il faut supprimer les pics impairs 4°) Teinte uniforme 5°) Strioscopie

OP66 – Filtrage d'une mire sinusoïdale

L'objet est une mire sinusoïdale de période a de transmittance $t(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)\right)$



1°) Rappeler les fréquences spatiales contenues dans l'objet. En considérant la largeur L de la mire infinie, décrire l'aspect du plan de Fourier.

2°) Quel est l'éclairement dans le plan image ? Quelles sont les fréquences spatiales de cet éclairement ? Comparer à celles présentes dans l'objet. Commenter.

3°) On place un petit disque opaque de rayon r_d au foyer image de la lentille. Donner une limite supérieure de r_d pour que l'éclairement ne soit pas uniformément nul dans le plan image. Déterminer l'amplitude dans ce plan à un facteur de phase près.

4°) Déterminer l'éclairement de l'image et commenter les fréquences qu'elle contient en termes d'enrichissement ou d'appauvrissement.

Rép : 1°) $\{-\frac{1}{a}, 0, \frac{1}{a}\}$ 2°) Pour l'éclairement : $\{-\frac{2}{a}, -\frac{1}{a}, 0, \frac{1}{a}, \frac{2}{a}\}$ 3°) $r_D < \frac{f'\lambda}{a}$ 4°) $\left\{-\frac{2}{a}, 0, \frac{2}{a}\right\}$

OP67 – Fentes d'Young

On dispose d'une plaque percée de deux fentes de largeur b et distantes de a.

1°) Déterminer l'expression du facteur de transparence. Quelles sont les grandeurs caractéristiques ? Quelles sont les fréquences spatiales caractéristiques dans le plan de Fourier ?

2°) Déterminer dans le plan de Fourier le spectre de ces fentes d'Young. Le spectre dans le plan de Fourier est donné par la TF de t(x) : $TF\big(t(x)\big) = \int t(x)\, e^{-i2ux} dx$.

3°) Déterminer l'intensité observée dans le plan de Fourier. Dans quelle zone de l'écran est-il possible d'avoir une intensité acceptable ?

Rép : 1°) $\frac{1}{a}\ et \frac{1}{b}$ 2°) $T(u) = 2b\cos(\pi ua)\, sinc(\pi ub)$ 3°) Intensité acceptable dans $\frac{2\lambda_0 f'}{b}$