

# OP6 - Diffraction

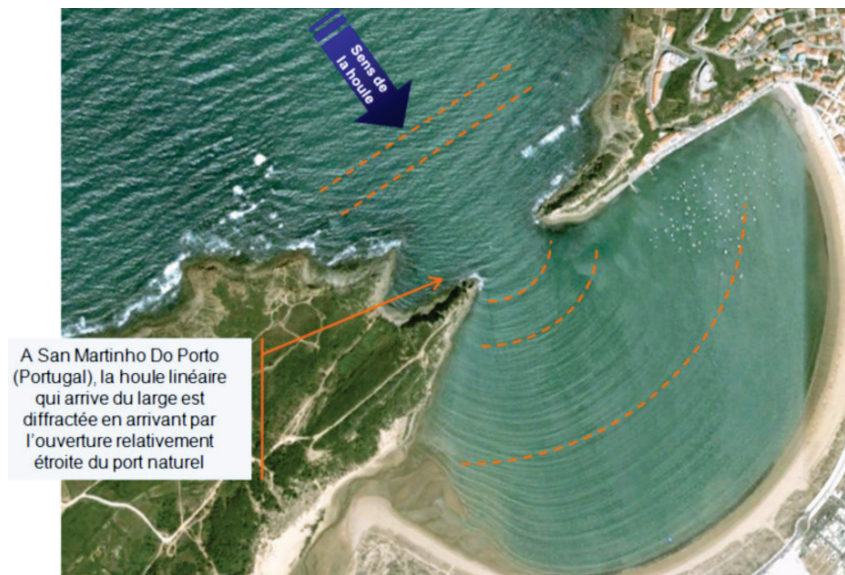
## I – Diffraction et fréquences spatiales

### I-1) Observation du phénomène

Lorsqu'une onde rencontre un obstacle de petite dimension :

- Les lois de l'optique géométrique ne sont pas respectées.
- On constate un éparpillement des directions de propagation de cette onde.

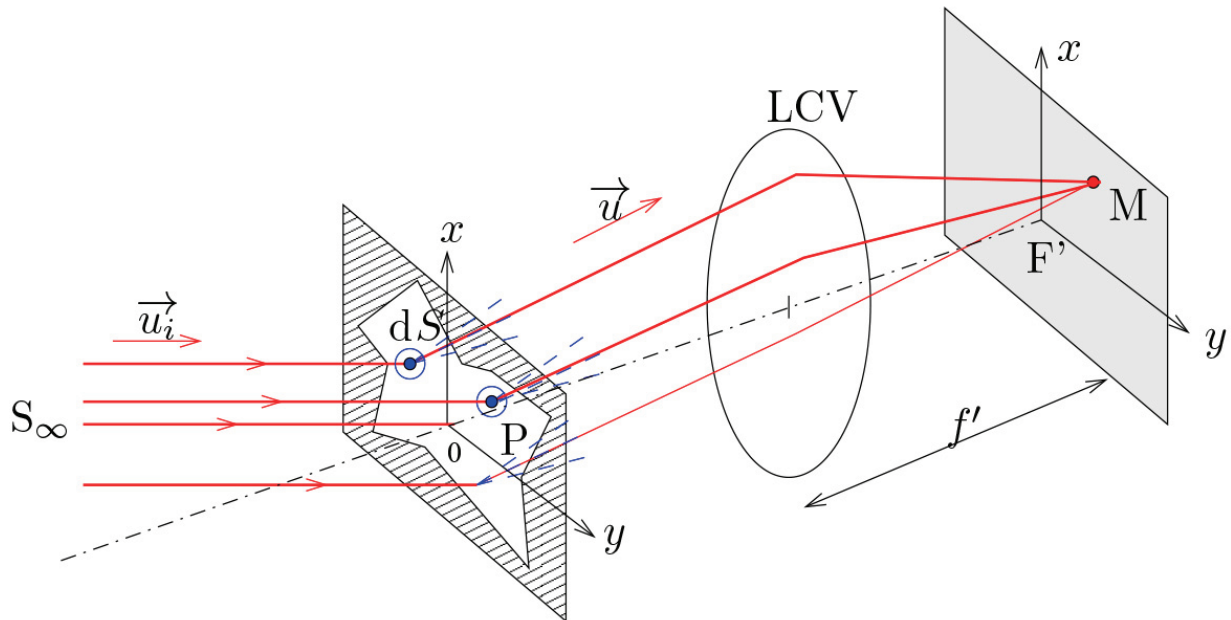
Ce phénomène est appelé diffraction. On retrouve ce phénomène avec les ondes « lumineuses » mais aussi les ondes mécaniques.



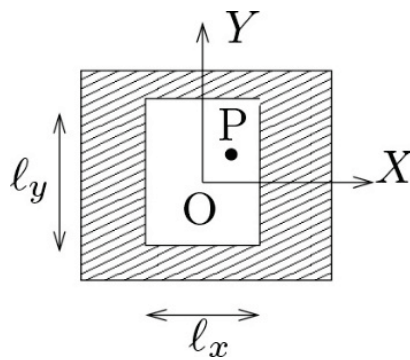
### I-2) Conditions de Fraunhofer

Le montage expérimental utilisé dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer est le suivant :

- L'objet diffractant est éclairé par une onde plane (source à l'infinie). Pour cela la source est placée dans le plan focal objet d'une LCV.
- Pour observer l'onde diffractée à l'infini on place un écran dans le plan focal image d'une autre LCV que l'on nomme Plan de Fourier.



### I-3) Transmittance



Un objet plan situé en  $z=0$ , sur la surface  $S$  repérée par les axes  $Ox$  et  $Oy$  est caractérisée par sa transmittance (aussi appelée coefficient de transmission ou fonction de transparence). Celui-ci est défini par rapport à l'amplitude de l'onde juste après et juste avant l'objet.

La transmittance de l'objet (pupille diffractante, mire...) est définie par :

$$\underline{t}(x, y) = \frac{\underline{A}_t(z = 0^+)}{\underline{A}_i(z = 0^-)}$$

La transmittance :

- Est réelle si l'objet ne fait qu'absorber la lumière.
- Est complexe si l'objet induit un déphasage.

#### I-4) Fréquences spatiales

Considérons une onde plane progressive harmonique de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et de pulsation  $\omega=2\pi\nu$  telle que :

$$\underline{s}(\vec{r}, t) = \underline{A}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\Leftrightarrow \underline{s}(\vec{r}, t) = \underline{A}_0 e^{i(-k_x x - k_y y)} e^{i(\omega t - k_z z)}$$

Chaque vecteur d'onde a pour période spatiale :

$$a_i = \frac{2\pi}{k_i}$$

A partir de la période spatiale, on construit la fréquence spatiale :

$$\sigma_i = \frac{1}{a_i} = \frac{k_i}{2\pi}$$

Par conséquent dans le plan de la pupille diffractante, les fréquences spatiales sont définies par :

$$\sigma_x = u = \frac{k_x}{2\pi} = \frac{1}{a_x} \text{ et } \sigma_y = v = \frac{k_y}{2\pi} = \frac{1}{a_y}$$

## II – Mire sinusoidale

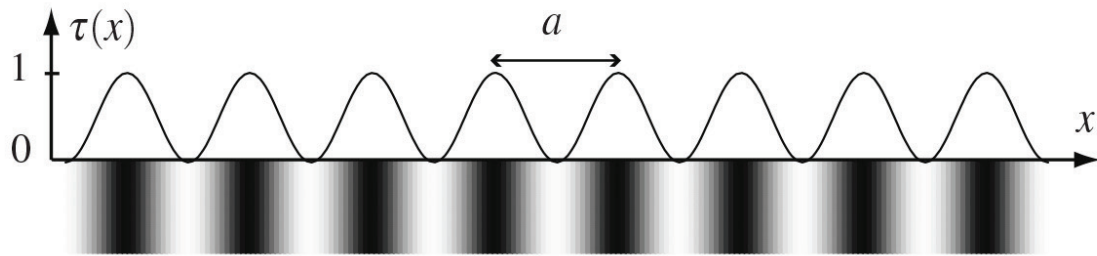
### II-1) Transmittance sinusoidale

On éclaire, sous incidence normale, avec une OPPM, une pupille diffractante de transmittance sinusoidale (réseau sinusoidal ou mire sinusoidale) tel que :

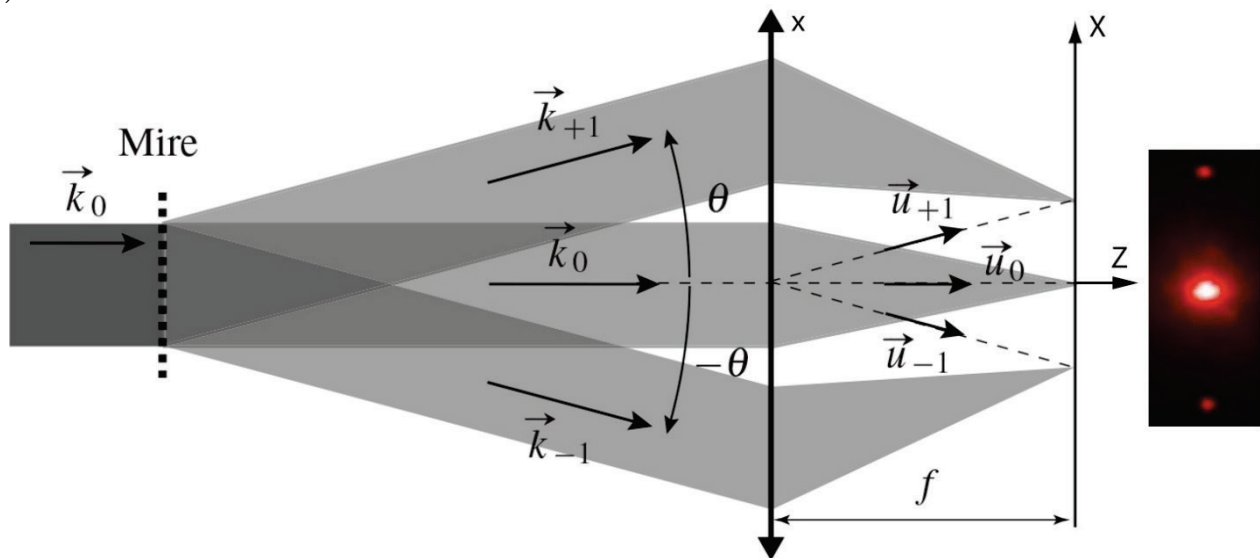
$$t(x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi x}{a} \right) \right)$$

L'objet placé sur le trajet de la lumière est plan et mince. C'est un réseau particulier de pas  $a$ . La période  $a$  est de l'ordre de quelques dizaines à une centaine de longueur d'onde.

La figure montre à quoi pourrait ressembler l'objet avec un fort grossissement :



## II-2) Observations



On observe des directions privilégiées dans l'onde émergente. Il y a essentiellement trois faisceaux quasi-cylindriques coplanaires.

Les angles  $\theta$  entre les axes des faisceaux et la normale à la mire sont :

$$\theta_0 = 0 \text{ et } \sin(\theta_+) = +\frac{\lambda}{a} \text{ et } \sin(\theta_-) = -\frac{\lambda}{a}$$

L'éclairement des faisceaux correspondant aux angles  $\theta_+$  et  $\theta_-$  (on les désignera par ordre 1 et ordre  $-1$ ), est plus faible que celui du faisceau central (désigné lui par ordre 0).

L'ajout d'une lentille convergente qui intercepte les trois faisceaux provoque l'apparition de trois taches lumineuses intenses et de petite taille dans son plan focal image, ce qui suggère de décrire les trois faisceaux cylindriques par des ondes planes.

La position des taches sont le foyer  $F'$  ainsi que deux foyers secondaires de part et d'autre de  $F'$  à une distance  $\frac{\lambda f'}{a}$  sous l'hypothèse des petits angles.

On observe trois tâches, sur l'écran, telles que :

$$X = p \frac{\lambda f'}{a} \text{ où } p = \{-1, 0, 1\}$$

### II-3) Interprétation

On note :  $\underline{A}_i(M, t) = A_0 e^{i(\omega t - kz)}$  l'OPPM incidente dans le plan de la mire, avant passage par la mire. L'amplitude de cette OPPM, dans le plan de la mire, juste après passage par celle-ci est donc :

$$\begin{aligned} \underline{A}_t(z = 0^+, t) &= \frac{1}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right) A_0 e^{i\omega t} \\ \Leftrightarrow \underline{A}_t(0^+, t) &= \frac{A_0}{2} e^{i\omega t} \left( 1 + \frac{e^{i\left(\frac{2\pi x}{a}\right)}}{2} + \frac{e^{-i\left(\frac{2\pi x}{a}\right)}}{2} \right) \\ \Leftrightarrow \underline{A}_t(0^+, t) &= \frac{A_0}{2} e^{i\omega t} + \frac{A_0}{4} e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x}{a}\right)} + \frac{A_0}{4} e^{i\left(\omega t + \frac{2\pi x}{a}\right)} \end{aligned}$$

Ceci est la somme de trois OPPH exprimées dans le plan  $z=0$  tel que :  $\underline{A}_t(0^+, t)$  vaut :

$$\frac{A_0}{2} \left( e^{i(\omega t - k_{0x}x - k_{0y}y)} + \frac{e^{i(\omega t - k_{1x}x - k_{1y}y)}}{2} + \frac{e^{i(\omega t - k_{-1x}x - k_{-1y}y)}}{2} \right)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{0x} = 0 \text{ et } k_{0y} = 0 \\ k_{1x} = \frac{2\pi}{a} \Rightarrow u = \frac{1}{a} \text{ et } k_{1y} = 0 \\ k_{-1x} = -\frac{2\pi}{a} \Rightarrow u = -\frac{1}{a} \text{ et } k_{-1y} = 0 \end{array} \right.$$

Or pour chaque vecteur d'onde :

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{k}_0 = k_{0z} \vec{u}_z = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_z \\ \vec{k}_1 = k_{1x} \vec{u}_x + k_{1z} \vec{u}_z \text{ où } k_{1x} = \frac{2\pi}{a} \text{ et } k_{1z}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 \\ \vec{k}_{-1} = k_{-1x} \vec{u}_x + k_{-1z} \vec{u}_z \text{ où } k_{-1x} = -\frac{2\pi}{a} \text{ et } k_{-1z}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 \end{array} \right.$$

En remarquant que :

$$\vec{k} = \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta}_{k_z} \vec{u}_z + \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta}_{k_x} \vec{u}_x$$

On retrouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ \sin \theta_+ = \frac{\lambda}{a} \\ \sin \theta_- = -\frac{\lambda}{a} \end{array} \right.$$

Ainsi l'onde diffractée s'écrit :

$$\underline{A}_t(M, t) = \frac{A_0}{2} e^{i(\omega t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r})} + \frac{A_0}{4} e^{i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + \frac{A_0}{4} e^{i(\omega t - \vec{k}_{-1} \cdot \vec{r})}$$

- L'onde de vecteur d'onde  $\vec{k}_0$  est identique à l'onde incidente mais d'amplitude moitié et de fréquence spatiale  $u=0$ .
- Les ondes de vecteur d'onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_{-1}$  ont une amplitude divisée par 4 par rapport à l'onde incidente et représentent la diffraction dans les directions  $\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{a}$

La lumière est donc diffractée dans trois directions telles que :

$$\sin \theta = p \frac{\lambda}{a} = u \lambda \text{ où } p = \{-1, 0, 1\}$$

correspondant aux trois fréquences spatiales :

$$u = \left\{ -\frac{1}{a}, 0, \frac{1}{a} \right\}$$

### III – Diffraction par un réseau

#### III-1) Fréquences spatiales d'un objet plan périodique

Considérons un objet dont la transmittance est de période spatiale  $a$ , qui définit une fréquence spatiale fondamentale  $u_0 = \frac{1}{a}$ .

L'analyse de Fourier (cf PCSI) permet d'écrire, pour une transmittance réelle :

$$\begin{aligned}
 t(x) &= \frac{t_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} t_n \cos\left(n \frac{2\pi x}{a} + \varphi_n\right) \\
 \Leftrightarrow t(x) &= \frac{t_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t_n}{2} \left( e^{i\left(n \frac{2\pi x}{a} + \varphi_n\right)} + e^{-i\left(n \frac{2\pi x}{a} + \varphi_n\right)} \right) \\
 \Leftrightarrow t(x) &= \frac{t_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} t_n e^{i\left(n \frac{2\pi x}{a} + \varphi_n\right)} + \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{-1} t_n e^{i\left(n \frac{2\pi x}{a} - \varphi_{-n}\right)}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow t(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{t}_n e^{+i 2\pi n \frac{x}{a}} \text{ où } \begin{cases} \underline{t}_n = \frac{t_n}{2} e^{i\varphi_n} \text{ si } n > 0 \\ \underline{t}_n = \frac{t_{-n}}{2} e^{-i\varphi_{-n}} \text{ si } n < 0 \\ \underline{t}_n = \frac{t_0}{2} \text{ si } n = 0 \end{cases}$$

La transmittance d'un objet périodique unidimensionnel peut s'écrire :

$$t(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{t}_n e^{+i 2\pi n \frac{x}{a}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{t}_n e^{+i 2\pi u_n x}$$

Le spectre spatial d'un objet périodique est discret :

$$u_n = \frac{n}{a} \text{ où } n \in \mathbb{Z}$$

Dans le plan de Fourier, on observe une répartition lumineuse centrée sur l'optique géométrique correspondant aux différentes fréquences spatiales :

- Les taches lumineuses correspondent aux directions :

$$\sin(\theta) = \frac{n\lambda}{a} = u_n \lambda$$

- Leurs intensités sont proportionnelles à  $\left| \underline{t}_n \right|^2$

### III-2) Transformée de Fourier

Si la transmittance de l'objet n'est pas périodique, l'analyse de Fourier permet de la décomposer en fonctions harmoniques mais le spectre est continu et la superposition est une intégrale.

La transmittance  $t(x)$  d'un objet unidimensionnel non périodique peut s'écrire :



$$\underline{t}(x) = TF^{-1}[\underline{T}(u)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{T}(u) e^{+i 2\pi u x} du$$

De même on peut utiliser la transformée de Fourier pour obtenir  $\underline{T}(u)$  :

$$\underline{T}(u) = TF[\underline{t}(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x) e^{-i 2\pi u x} dx$$

Le spectre spatial d'un objet non périodique est continu.

On considère une pupille diffractante, de transmittance  $t(x)$  éclairée par une OPPM. L'onde diffractée par la pupille s'écrit :

$$\underline{T}(u) = TF[\underline{t}(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x) e^{-i 2\pi u x} dx$$

La représentation du module  $T(u)$  est le spectre en module de  $t(x)$  dont on récupère :

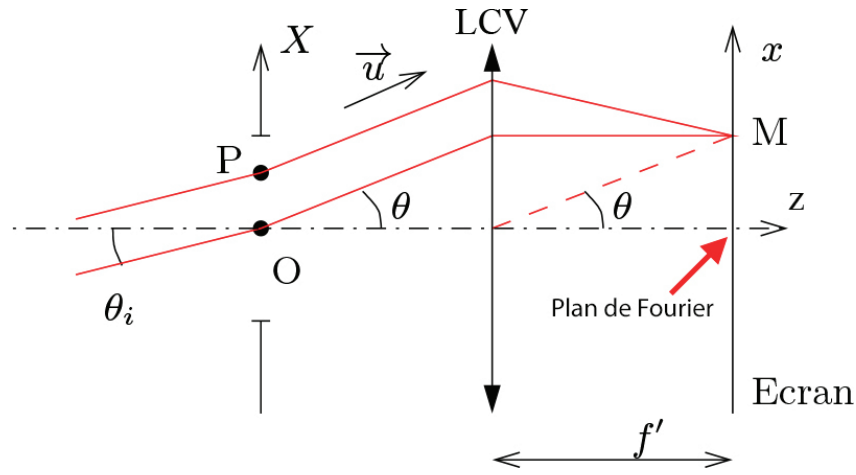
- La direction de propagation par :  **$\sin \theta = u\lambda$**
- L'intensité par :  $I(\theta) = I(0) \left| \frac{\underline{T}(u)}{\underline{T}(0)} \right|^2$

Si la fonction  $\underline{t}(x)$  a une extension spatiale  $\Delta x$ , alors son spectre spatial aura une extension  $\Delta u$  tel que :

$$\Delta x \Delta u \sim 1$$

### III-3) Plan de Fourier

On constate donc que dans le plan focal image de la LCV se forme une image du spectre spatial du réseau. On va admettre la généralisation de ce résultat à n'importe quel diaphragme, et même à 2 dimensions.



Or :

$$\sin \theta = \lambda u \sim \frac{X}{f'} \Rightarrow u = \frac{X}{\lambda f'}$$

Dans le montage de Fraunhofer, la lentille (de sortie) sert d'analyseur de spectre spatial : dans son plan focal image, en un point de coordonnée  $X$ , une tache lumineuse correspond à une fréquence spatiale de la fonction de transparence  $\underline{t}(x)$  du diaphragme :

$$u = \frac{X}{\lambda f'} \quad \left( \text{et } v = \frac{Y}{\lambda f'} \right)$$

Le plan focal image est appelé plan de Fourier du montage de Fraunhofer. L'intensité lumineuse sera proportionnelle à  $|\underline{T}(u)|^2$ .

### III-4) Réseau d'extension infinie

#### a) Observation

La transmittance de l'objet présente à nouveau un caractère périodique mais non sinusoïdal. Celui-ci reproduit périodiquement une fente de largeur  $l$  avec une période spatiale  $a$  d'extension infinie

(en pratique nombre de traits/mm important).

En réalisant le même montage que pour la mire sinusoïdale, on observe des faisceaux cylindriques mais en nombre supérieur par rapport à la mire sinusoïdale. Le nombre de points lumineux dans le plan focal image de la lentille augmente d'autant. Les points lumineux sont alignés dans une direction parallèle à celle de la périodicité de l'objet donc perpendiculaire aux traits du réseau. (photo dans le cas d'un réseau à 100 traits/mm)

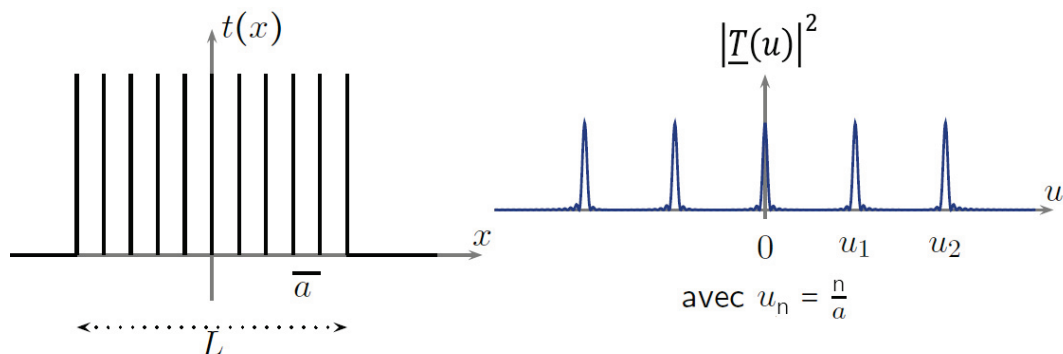


Pour les petit angles les points sont équidistants et leurs abscisses par rapport au foyer image sont compatibles avec la relation :

$$X = n \frac{\lambda f'}{a} \text{ où } n \in \mathbb{Z}$$

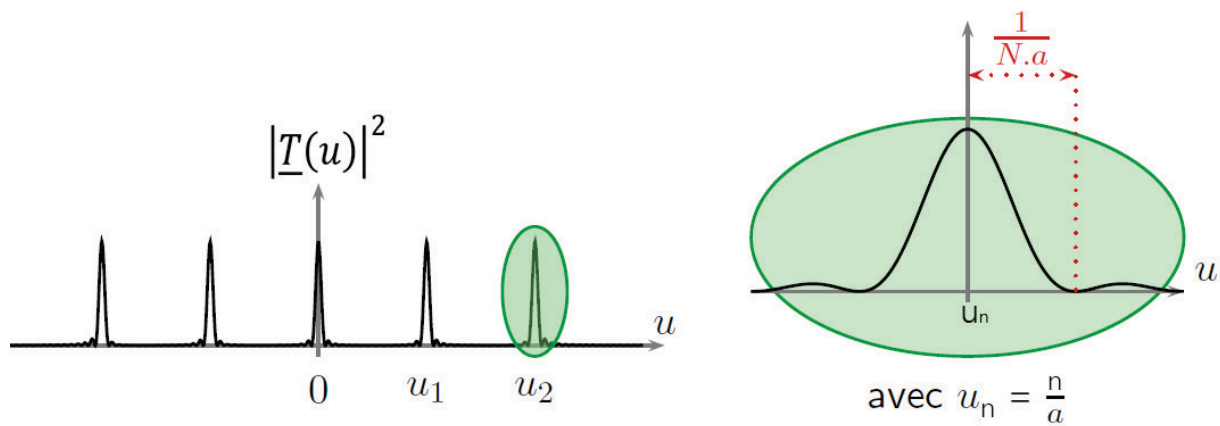
### b) Résultats expérimentaux

Pour un réseau de fentes de largeur  $l \rightarrow 0$  et de période  $a$  le calcul des coefficients conduit à :



On remarque que si  $a$  diminue, l'étendue spatiale du spectre augmente conformément à la relation  $\Delta x \Delta u \sim 1$ .

Si on zoome sur un des maxima d'intensité on remarque des pics secondaires :

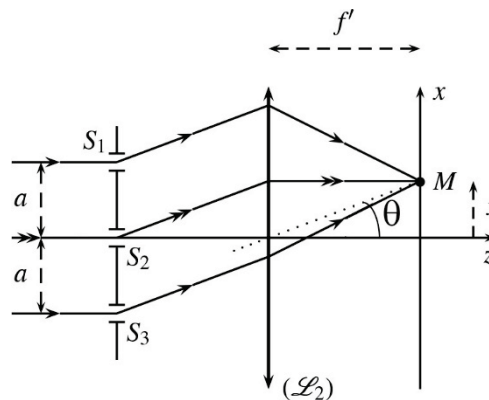


Une raie diffractée à l'ordre  $p$  sera d'autant plus fine que le nombre de traits du réseau  $N$  sera grand.

Dans le plan de Fourier on retrouve donc les pics de diffraction qui vérifie :

$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{a}$$

### c) Interprétation



L'onde diffractée dans la direction  $\theta$  s'écrit :

$$\underline{A}_t(M, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n e^{i(\omega t - k_{nz}z - k_{nx}x)} = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n e^{i(\omega t - k_n z \cos \theta - k_n x \sin \theta)}$$

De plus à la traversée de la mire on a :

$$\underline{A}_t(0^+, t) = t(x) \times \underline{A}_i(0^-, t) = t(x) \times A_0 e^{i\omega t}$$

$$\Leftrightarrow \underline{A}_t(0^+, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} t_n e^{i 2\pi u_n x} \times A_0 e^{i\omega t}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
 -k_n x \sin \theta &= 2\pi u_n x = \frac{2\pi n}{a} x \\
 \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta &= \frac{2\pi n}{a} \\
 \Leftrightarrow \sin \theta &= n \frac{\lambda}{a}
 \end{aligned}$$

On retrouve le résultat observé expérimentalement à l'aide de l'analyse de Fourier.

$$\text{De plus : } k_{nx}^2 + k_{nz}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2$$

$$\Rightarrow k_{nz} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{a}\right)^2}$$

Remarque :

On ne prend pas le signe «-» pour  $k_z$  car cela correspond à des ondes qui repartiraient vers la source.

L'amplitude transmise par l'objet de période  $a$  est donc vue comme la superposition d'ondes planes progressives harmoniques dont les vecteurs d'onde  $\vec{k}_n$  sont dans le plan (xOz) tels que :

$$\begin{aligned}
 \vec{k}_n &= \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta \vec{u}_z + \sin \theta \vec{u}_x) \\
 \text{avec } \sin \theta &= n \frac{\lambda}{a} = n \lambda u_0 \text{ où } n \in \mathbb{Z} \text{ avec } |n| \lambda < a
 \end{aligned}$$

Dans le plan de Fourier, on observe des points lumineux en :

$$X = \frac{n\lambda}{a} f'$$

## IV – Diffraction par une fente « fine »

### IV-1) Observation

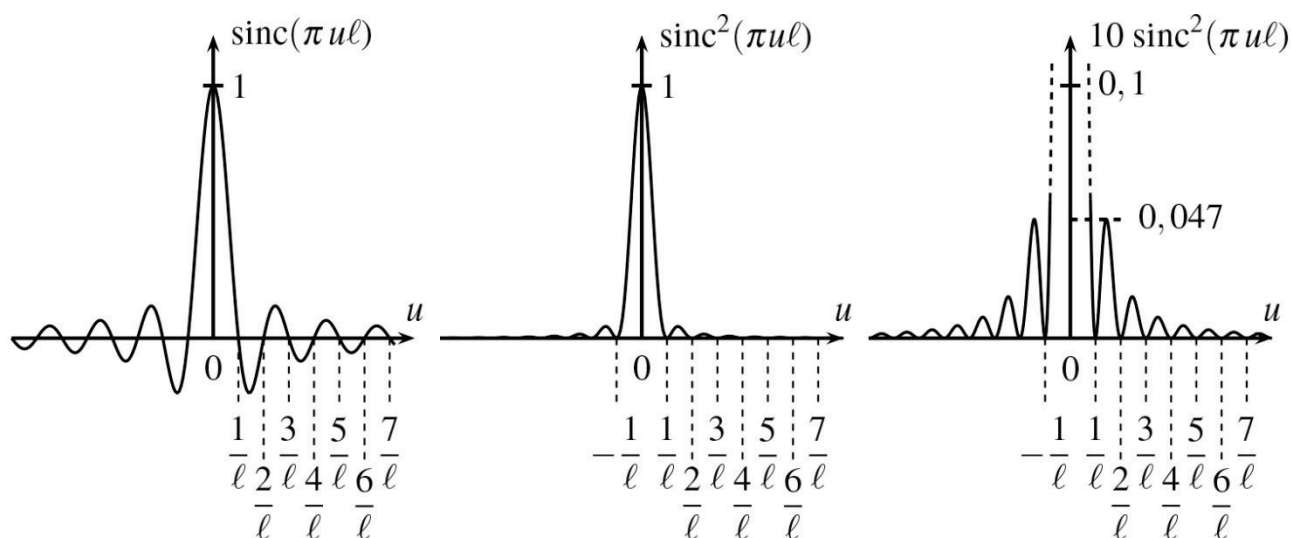
Définissons la fonction rectangle par :

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } |x| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

La transmittance d'une fente de largeur  $l$  (objet binaire) est donc :  $t(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{l}\right)$ . Cette fonction non périodique possède un spectre continu tel que :

$$T(u) = l \text{ sinc}(\pi u l) \text{ où } \text{sinc}(\pi u l) = \frac{\sin(\pi u l)}{\pi u l}$$

On retiendra surtout la présence d'un pic important centré sur la fréquence nulle délimité par les fréquences  $-\frac{1}{l}$  et  $+\frac{1}{l}$ .



La largeur du spectre de fréquences spatiales d'une fente de largeur  $l$  est centré en 0 et possède une largeur :

$$\Delta u = \frac{2}{l} \quad // \quad \Delta u = \frac{2}{d} \text{ avec } \sin \theta = \lambda u$$

$$\Downarrow \\ \Delta X \approx \frac{2\lambda D}{d} \quad \frac{\lambda D}{D} \rightarrow$$

## IV-2) Interprétation

Calculons l'amplitude de l'onde diffractée :

$$\begin{aligned} \underline{T}(u) &= TF[\underline{t}(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x) e^{-i 2\pi u x} dx \\ \Leftrightarrow \underline{T}(u) &= \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} e^{-i 2\pi u x} dx = \left[ \frac{e^{-i 2\pi u x}}{-i 2\pi u} \right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \\ &= -\frac{e^{-i \pi u l}}{2i\pi u} + \frac{e^{i \pi u l}}{2i\pi u} = \frac{e^{i \pi u l} - e^{-i \pi u l}}{2i\pi u} = l \frac{\sin(\pi u l)}{\pi u l} \end{aligned}$$

Donc :

$$T(u) = l \operatorname{sinc}(\pi u l)$$

La largeur de la tache centrale est obtenue pour :

$$\pi u l = \pm \pi \Rightarrow u = \pm \frac{1}{l}$$

Dans le cas d'une fente « fine » :

- L'intensité diffractée vérifie :  $I = I_0 \operatorname{sinc}^2(\pi u l)$
- Les extrémités de la tache de diffraction vérifie :

$$\sin \theta = \lambda u = \pm \frac{\lambda}{l} \text{ tel que } \Delta u = \frac{2}{l}$$

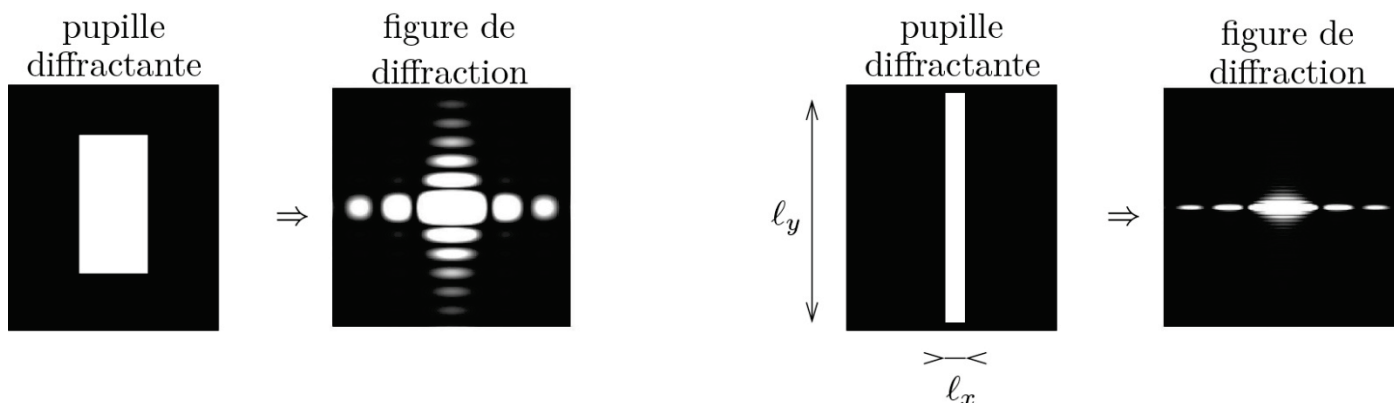
- On vérifie que  $\Delta u \Delta x \sim 1$  ( $\Delta x = l$ )
- La figure diffractée s'étend sur la largeur :

$$\Delta X = \frac{2\lambda f'}{l}$$

## IV-3) Fente « Large »

Si la fente a ses deux côtés de dimensions voisines alors la transmittance dépend de x et y. On a à faire une intégrale double sur x et sur y ce qui nous mène à :

$$I = I_0 \operatorname{sinc}^2(\pi u l_x) \operatorname{sinc}^2(\pi u l_y)$$



On retrouve les résultats de la fente fine mais la figure de diffraction à deux dimensions maintenant telles que :

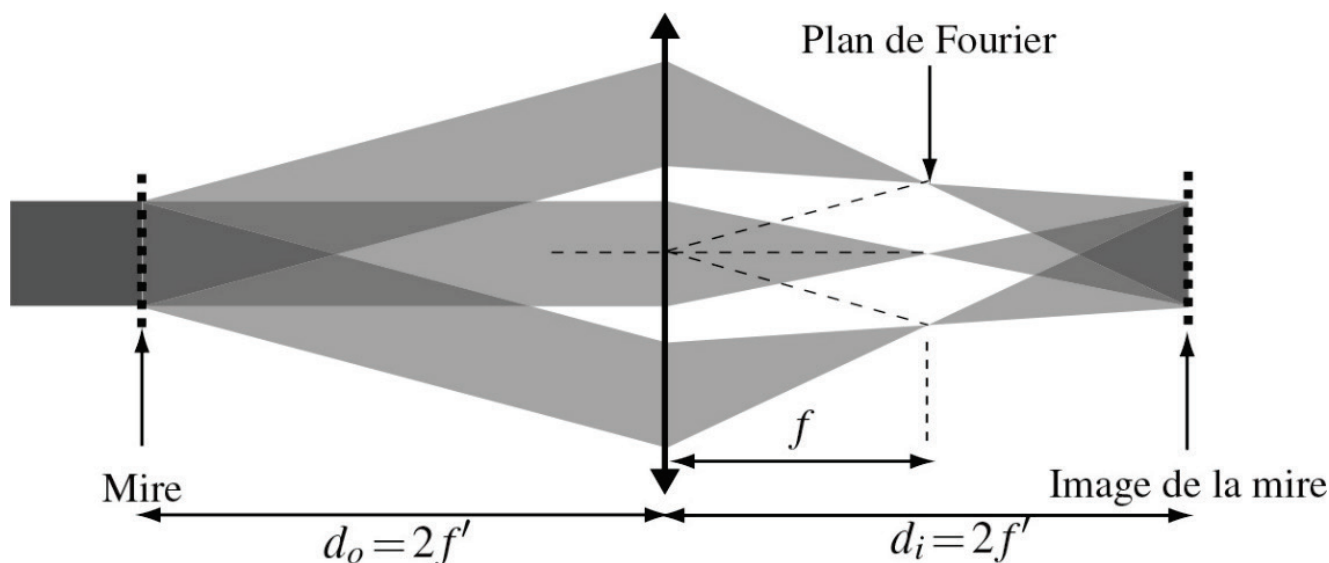
$$\Delta X = \frac{2\lambda f'}{l_x} \text{ et } \Delta Y = \frac{2\lambda f'}{l_y}$$

## V – Filtrage Optique

### V-1) Montage expérimental

#### a) Montage de « Silbermann »

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure suivante. L'objet est placé à la distance  $d_o = 2f'$  de la lentille. Son image se trouve ainsi à la distance  $d_i = 2f'$  de l'autre côté de la lentille. Le grandissement est donc -1.



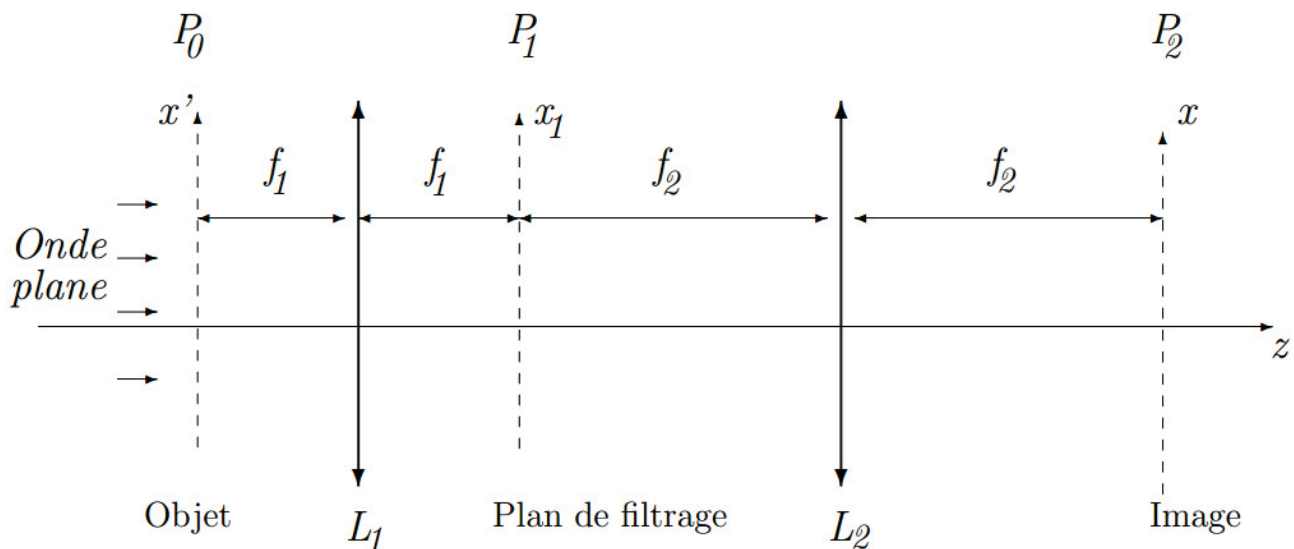


La lentille a donc une double fonction :

- Former l'image d'un objet,
- Visualiser le spectre de fréquences spatiales de l'objet dans son plan focal (plan de Fourier).

On notera l'analogie avec le filtrage en électronique dans le domaine temporel. Les grandeurs respectivement « d'entrée » et de « sortie », sont l'amplitude complexe de la vibration lumineuse juste après l'objet, et celle dans le plan de l'image. Ces grandeurs sont ici des fonctions de l'espace.

### b) Montage de Fraunhofer



Un autre montage est possible pour réaliser le filtrage optique, c'est le montage de Fraunhofer qui a la particularité de rappeler celui de la lunette astronomique. Celui-ci demande une lentille de plus, mais a plus de souplesse de réglages.

### V-2) Filtrage optique

Dans le cas d'un objet périodique de grande largeur, l'éclairement dans le plan de Fourier est quasiment constitué de points lumineux cohérents entre eux. Les faisceaux qui les prolongent peuvent donc interférer, ce qui fournit une interprétation qualitative

possible de la formation de l'image de l'objet.

On peut imaginer 2 types de filtrages de base :

- Filtrage passe-bas : on place dans le plan de Fourier un masque présentant un petit trou au centre (Foyer principal). Plus le trou sera petit, plus on sélectionnera les fréquences faibles, qui correspondent pour l'objet (et donc l'image) à des structures grossières, variant lentement : l'éclairement sera plus uniforme.
- Filtrage passe-haut : on place dans le plan de Fourier un masque transparent présentant un petit cache au centre (Foyer principal). Plus ce cache sera large, plus on sélectionnera les fréquences élevées, qui correspondent pour l'objet (et donc l'image) à des structures fines, variant rapidement.
- Filtrage passe-haut sélectif : on place dans le plan de Fourier une fente (ou trou), en dehors de l'axe optique (Foyer secondaire).

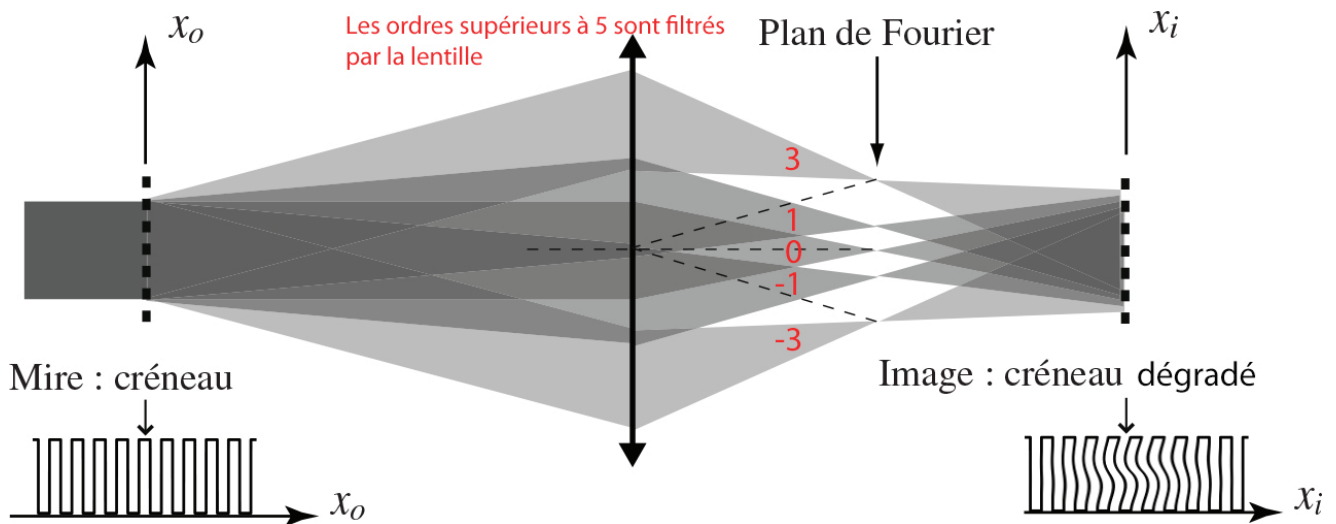
Dans le plan de Fourier, le spectre spatial de l'objet diffractant est matérialisé par des taches lumineuses. En filtrant par des caches ce spectre, l'image de l'objet par le dispositif optique pourra être modifiée en supprimant certaines structures.

### V-3) Filtrage optique d'un réseau plan

#### a) Filtrage involontaire

L'objet considéré est un réseau de traits de période  $a$ , par exemple des fentes de largeur  $a/2$ . Ce qui correspond à un signal créneau d'amplitudes  $\{0,1\}$ . La décomposition de Fourier montre qu'un tel réseau ne comporte pas d'ordres pairs, ainsi :  $u_n = \{0, \pm u_0, \pm 3u_0, \dots\}$ . On forme l'image de ce réseau avec le dispositif

précédent. Le premier exemple traité nous montre que dans le spectre de fréquences spatiales, les plus hautes fréquences ne seront pas transmises par la lentille. L'image sera plus ou moins dégradée par rapport à l'objet.



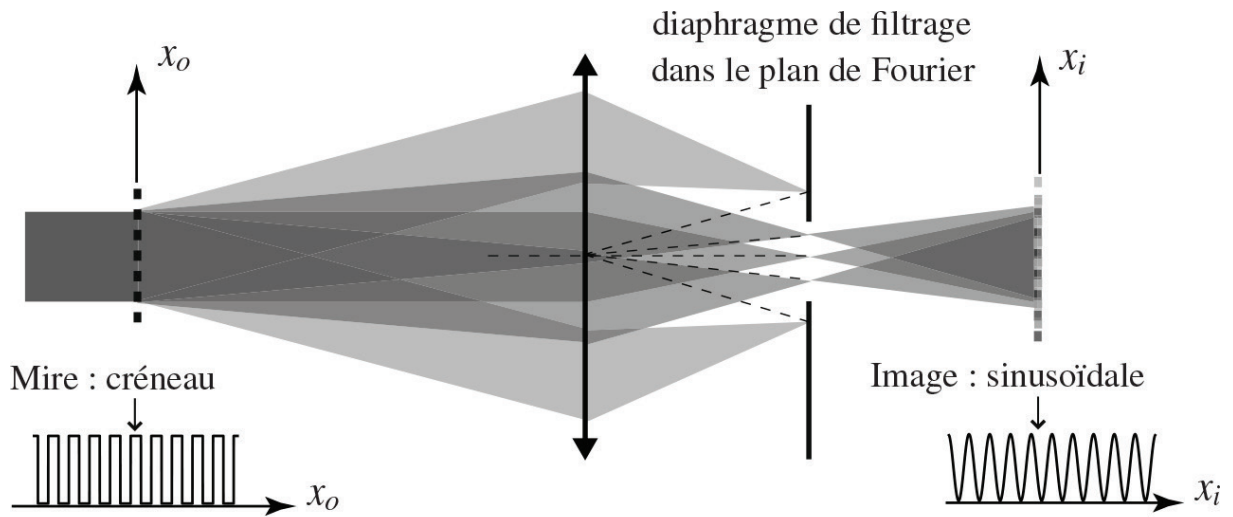
### b) Filtrage passe-bas

Dans le cas du réseau, on observe alors dans le plan focal image des taches lumineuses équidistantes de  $X = n \frac{\lambda f'}{a}$  par rapport à l'ordre central.

Plaçons alors un diaphragme centré au foyer de rayon compris entre  $\frac{\lambda f'}{a}$  et  $\frac{3\lambda f'}{a}$  de façon à laisser passer les fréquences spatiales  $u = \left\{ -\frac{1}{a}, 0, \frac{1}{a} \right\}$  et de couper les autres...

Ces trois fréquences spatiales restantes sont celles de la mire sinusoïdale, on va donc récupérer sur l'écran, une variation sinusoïdale d'amplitude de période  $a$  sur l'écran.

Comme en électronique, un filtrage passe-bas de fréquence de coupure adéquat permet d'avoir en sortie un signal sinusoïdal à partir d'un signal créneau.

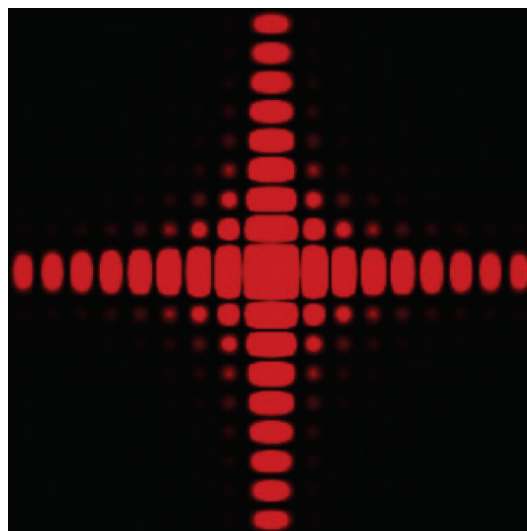


## V-4) Détramage

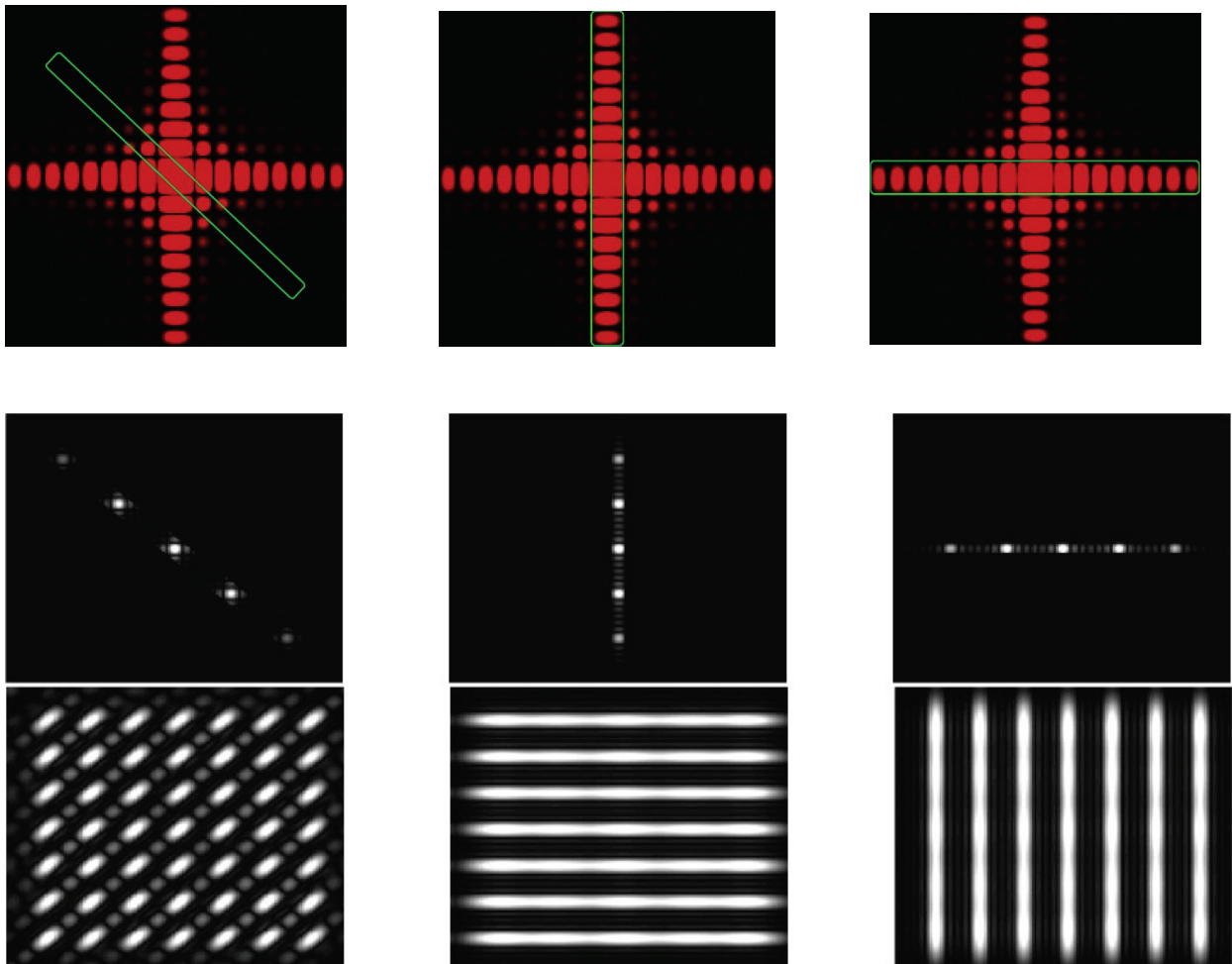
### a) Expérience d'Abbe et Porter

L'expérience d'Abbe et Porter consiste à utiliser une grille carrée comme objet diffractant. En l'absence de tout filtre spatial placé dans le plan de Fourier, on observe l'image de la grille sur l'écran conjugué de la grille, de même taille (et inversée) si on travaille en position de Silbermann.

La grille constituant un réseau à 2 dimensions, son spectre comporte une série de pics dans 2 directions.



Ensuite, suivant le filtre spatial intercalé dans le plan de Fourier, on observera une image différente sur l'écran comme le résume les schémas suivants :

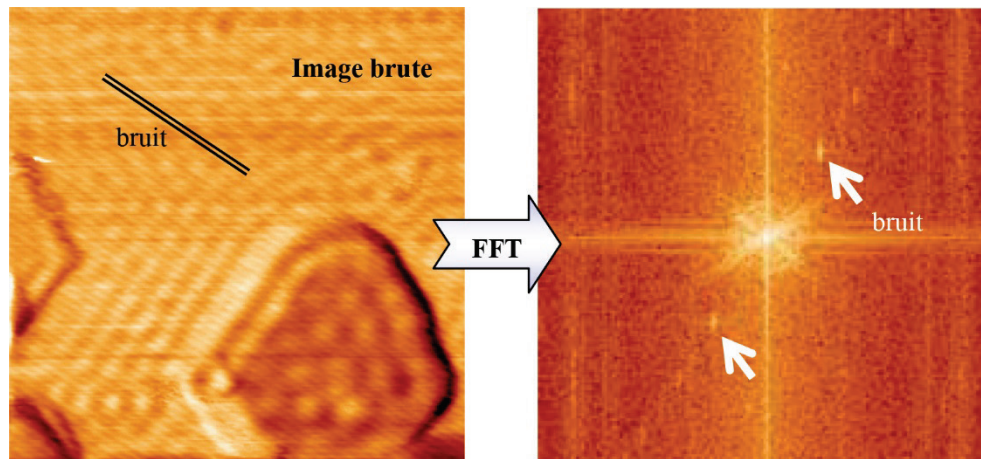


Le principe est celui d'un filtrage passe-bas strict : on élimine toutes les fréquences sauf la fréquence nulle dans une direction donnée, ce qui donne un éclaircissement uniforme dans cette direction.

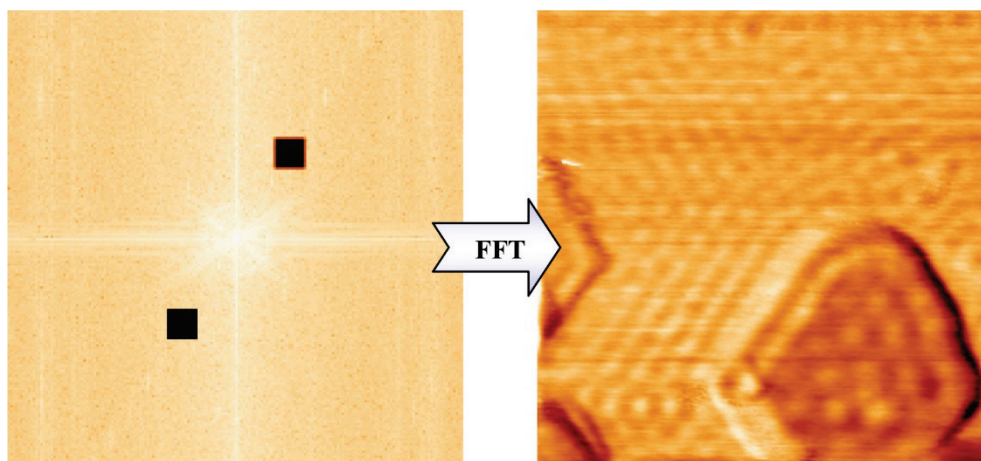
#### b) Détramage d'une photo

En détramant une image par un filtrage passe-bas, on coupe toutes les composantes de fréquence supérieure au filtre, pas seulement celles de la trame. Il faut donc bien choisir le filtre pour que la trame soit coupée sans trop détériorer l'image (perte de résolution). Aujourd'hui, le détramage est plutôt réalisé de façon numérique, à l'aide de logiciels capables d'effectuer des calculs de FFT 2D.

Soit l'image d'un îlot de Nickel sur une surface de cuivre, obtenue par microscopie à effet tunnel qui présente un bruit périodique (trame fine surlignée en noir).

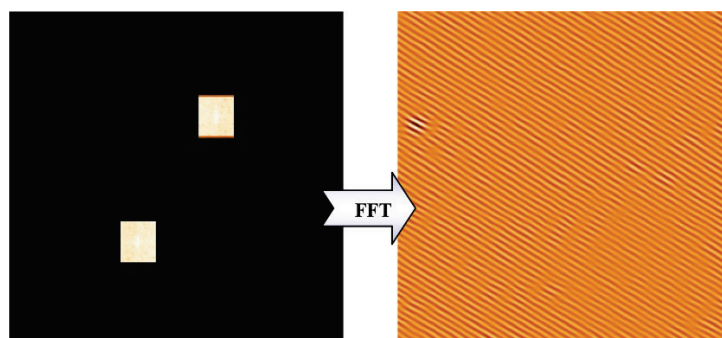


Pour filtrer ce bruit, un logiciel élimine les taches sur la FFT et calcule la FFT inverse :



La trame a alors disparu.

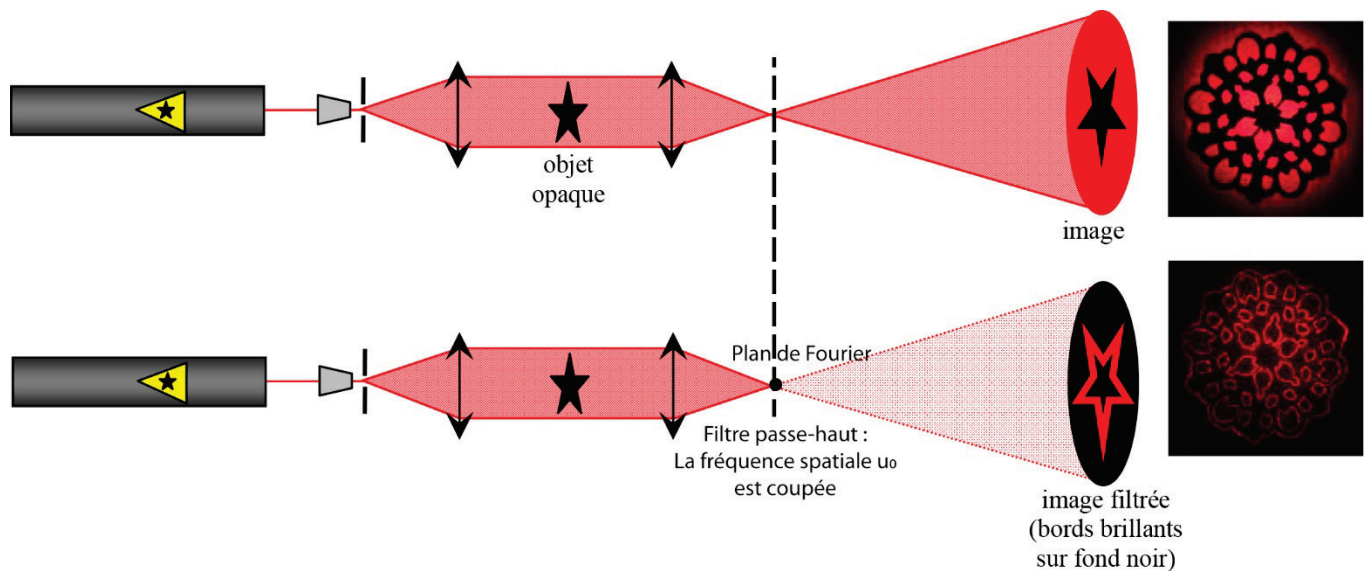
Voici ce que donne la FFT inverse des taches éliminées, on retrouve bien la trame seule :



## V-5) Strioscopie

On peut à l'inverse utiliser un filtrage passe-haut, en plaçant un masque de petite dimension au centre du plan de Fourier.

On fait ainsi disparaître la composante "uniforme" de l'éclairement. Il en résulte que le filtrage fait apparaître seulement les contours brillants de l'objet sur fond noir. Toute partie homogène de l'objet (qu'elle soit transparente ou opaque) apparaît en noir après filtrage. Cette technique appelée strioscopie donne donc l'effet d'une détection de contours pour une image :



Ainsi on peut observer des objets à faible variation d'indice :

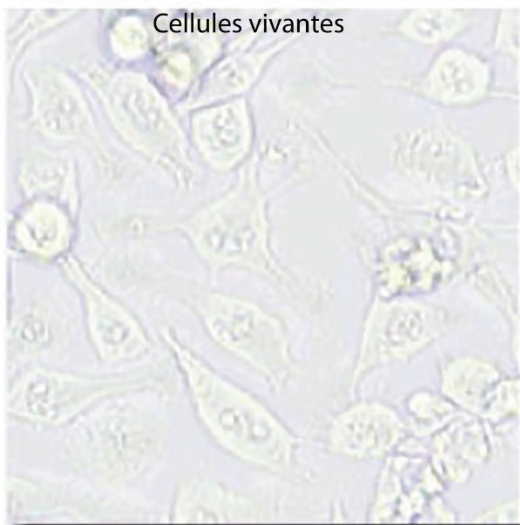
- Air chaud
- Air comprimée...

Cette technique est utilisée en aéronautique même si les simulations numériques la remplacent petit à petit. Une de ces variantes est à la base du microscope à contraste de phase.

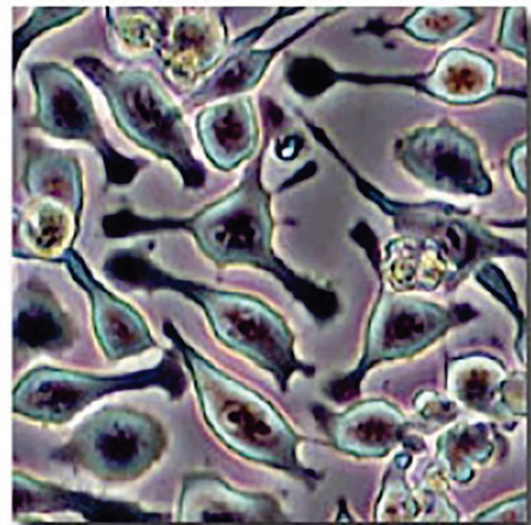
Sur l'image on voit une personne qui souffle sur une allumette allumée.



Sur cette image on voit des cellules vivantes observées au microscope avec ou sans effet de contraste de phase.



Sans contraste de phase



Avec contraste de phase