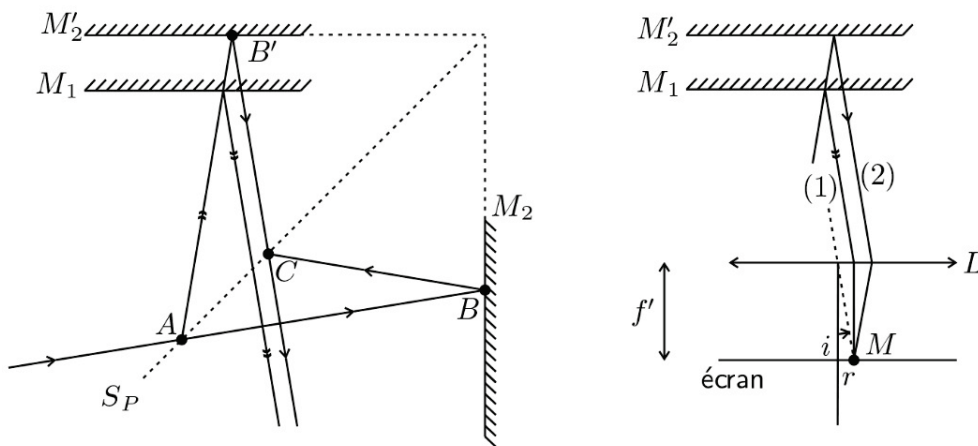


OP5 – Dispositif interférentiel par division d'amplitude : le Michelson

A – Travaux dirigés

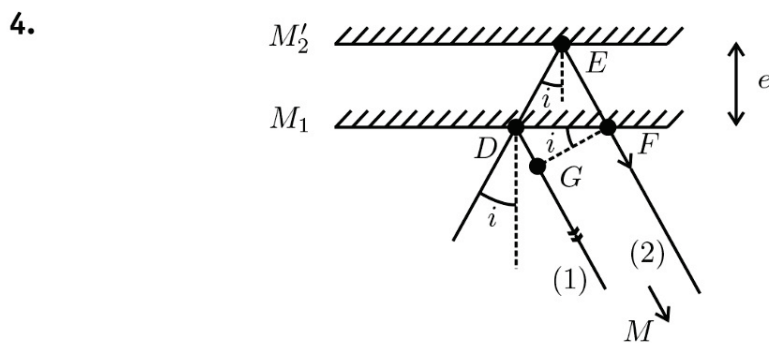
OP51 – Michelson en lame d'air

1. On est au contact optique. La différence de marche est nulle. L'écran est uniformément éclairé. On observe une teinte plate brillante.
2. On utilise le schéma équivalent du Michelson en lame d'air : M'_2 est le symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice. Les distances AB et AB' sont égales ainsi que les distances BC et $B'C$.



On a un dispositif à division d'amplitude. Le Michelson est réglé en lame d'air.

3. Les rayons (1) et (2) sont parallèles entre eux. Les interférences sont localisées à l'infini pour un Michelson réglé en lame d'air avec une source étendue. On les observe en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille.



On a deux réflexions sur un miroir qui rajoutent chacune $\frac{\lambda_0}{2}$ (correspondant à un déphasage de π) au chemin optique. Comme on fait la différence des chemins optiques, $\frac{\lambda_0}{2}$ n'apparaîtra pas dans la différence de marche.

La différence de marche entre les rayons (2) et (1) arrivant au point M est :

$$\delta = [DEFM] - [DGM]$$

En utilisant le principe du retour inverse de la lumière et le théorème de Malus, le plan GF serait un plan d'onde et $[GM] = [FM]$. On a alors :

$$\delta = [DEF] - [DG] = 2DE - DG$$

- $\cos i = \frac{e}{DE}$, d'où $2DE = \frac{2e}{\cos i}$.
- $\tan i = \frac{DF}{e}$. On a donc $DF = 2e \tan i$.

Or $\sin i = \frac{DG}{DF}$, d'où : $DG = DF \sin i = 2e \tan i \sin i$.

Finalement, on a :

$$\delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e \tan i \sin i = \frac{2e}{\cos i} - 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} = 2e \frac{\cos^2 i}{\cos i}$$

Soit :

$$\delta = 2e \cos i$$

On se place dans les conditions de Gauss. On fait un développement limité à l'ordre 2, soit :

$$\delta = 2e \cos i = 2e \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

L'ordre d'interférences vaut :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

Au centre de l'écran ($i = 0$), l'ordre vaut : $p_0 = \frac{2e}{\lambda_0} = 4028,57$.

C'est la valeur maximale de p .

Le rayon r_1 du premier anneau est obtenu pour $p_1 = 4028$.

Le rayon du premier anneau ne s'obtient pas avec $p_1 = 1$!

Dans les conditions de Gauss, on a : $\tan i = i = \frac{r_1}{f'}$.

Soit $p_1 = p_0 \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = p_0 \left(1 - \frac{r_1^2}{2f'^2}\right)$. On a alors : $\frac{p_1}{p_0} = 1 - \frac{r_1^2}{2f'^2}$,

soit :

$$r_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p_1}{p_0}\right)} = 16,8 \text{ mm}$$

Le deuxième anneau est obtenu pour $p_2 = 4027$. On obtient alors :

$$r_2 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p_2}{p_0} \right)} = 27,9 \text{ mm}$$

La différence de marche en M ne dépend que de la distance $F'M$ ce qui montre que les franges d'interférences sont des anneaux centrés sur F' .

5. Sur le chemin du rayon (1), on remplace sur une épaisseur e' de l'air par une lame d'indice n . La nouvelle différence de marche δ' peut s'exprimer en fonction de l'ancienne différence de marche δ sans la lame :

$$\delta' - \delta = -(2ne' - 2e') = -2(n - 1)e'$$

Attention au facteur 2, car le rayon (1) passe deux fois dans la lame. Il faut mettre un signe (-) devant $(2ne' - 2e')$ car la différence de marche est calculée entre le rayon (2) et le rayon (1). L'expression est valable pour des angles i faibles.

Le nouvel ordre d'interférences vaut :

$$p' = \frac{\delta'}{\lambda_0} = p - \frac{2(n - 1)e'}{\lambda_0}$$

La variation de l'ordre d'interférences au centre vaut

$$\Delta p = -\frac{2(n - 1)e'}{\lambda_0} = -17,8$$

Le nouvel ordre d'interférences au centre vaut : $p'_0 = 4010,76$.

On obtient le rayon du premier anneau avec $p'_1 = 4010$. Soit :

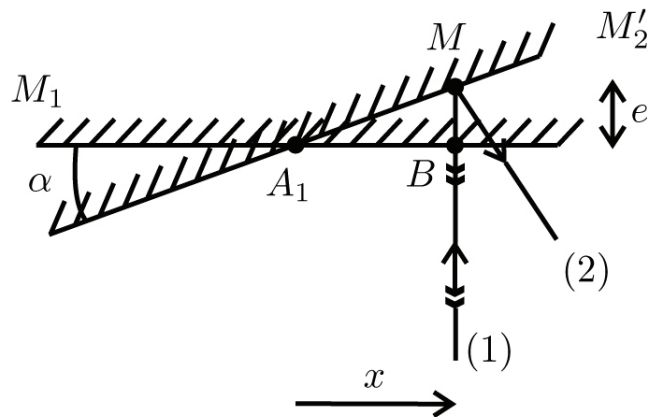
$$r'_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p'_1}{p'_0} \right)} = 19,5 \text{ mm}$$

On obtient le rayon du deuxième anneau avec $p'_2 = 4009$. Soit :

$$r'_2 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p'_2}{p'_0} \right)} = 29,7 \text{ mm}$$

OP52 – Michelson et doublet du sodium

1. On travaille avec le schéma équivalent du Michelson en coin d'air d'arête A_1 . M'_2 est le symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice.



On a un dispositif à division d'amplitude. Le Michelson est réglé en coin d'air. Les interférences sont localisées au voisinage des miroirs M_1 et M'_2 .

On pose $x = \overline{A_1 B} \approx \overline{A_1 M}$ comme α est petit.

On a deux réflexions sur un miroir qui rajoutent chacune $\frac{\lambda_0}{2}$ (correspondant à un déphasage de π) au chemin optique. Comme on fait la différence des chemins optiques, $\frac{\lambda_0}{2}$ n'apparaîtra pas dans la différence de marche.

La différence de marche entre le rayon (2) et le rayon (1) est :

$$\delta = [SM]_2 - [SM]_1 \approx 2n_{\text{air}}e = 2e = 2\alpha x$$

L'ordre d'interférences est pour la longueur d'onde λ_0 :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0}$$

On observe des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

2. On a la superposition de deux systèmes d'interférences (premier système de longueur d'onde λ_1 et deuxième système de longueur d'onde λ_2). Les ondes émises par les deux longueurs d'onde sont incohérentes : il faut faire **la somme des éclaircissements**.

- Le miroir n'est pas translaté. Au point A_1 ($x = 0$), la différence de marche est nulle pour les deux longueurs d'onde. Il y a coïncidence : les franges brillantes de chaque système se superposent.

- À la fin de la translation du miroir, la différence de marche au point A_1 est $2d$. On constate expérimentalement que les franges disparaissent.

Il y a antioïncidence : les franges brillantes d'un système se superposent aux franges sombres de l'autre système. On a un brouillage de la figure.

3. Première méthode : Calcul de l'éclairement total

Lorsqu'on translate le miroir, la différence de marche est $\delta = 2d$ au point A_1 .

L'éclairement pour le système 1 est :

$$\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_1} \right) \right)$$

L'éclairement pour le système 2 est :

$$\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_2} \right) \right)$$

L'éclairement total est :

$$\varepsilon = 2\varepsilon_0 \left(2 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_1} \right) + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_2} \right) \right)$$

Soit :

$$\varepsilon = 2\varepsilon_0 \left(2 + 2\cos \left(2\pi\delta \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \right) \right) \cos \left(2\pi\delta \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\lambda_1\lambda_2} \right) \right) \right)$$

On suppose que $\Delta\lambda \ll \lambda_m$. On a alors : $\lambda_1\lambda_2 \approx \lambda_m^2$. D'où :

$$\varepsilon = 4\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\pi\delta \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right) \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_m} \right) \right)$$

L'éclairement dépend de la différence de marche δ :

- Le premier terme : $\cos \left(\pi\delta \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right)$ a une grande période égale à $\frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$. C'est donc un terme qui varie lentement.
- Le deuxième terme : $\cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_m} \right)$ a une petite période égale à λ_m . C'est donc un terme qui varie rapidement.

On pose :

$$\Gamma = \cos \left(\pi\delta \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right)$$

L'éclairement se met sous la forme :

$$\varepsilon = \varepsilon_{moy} \left(1 + \Gamma \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_m} \right) \right)$$

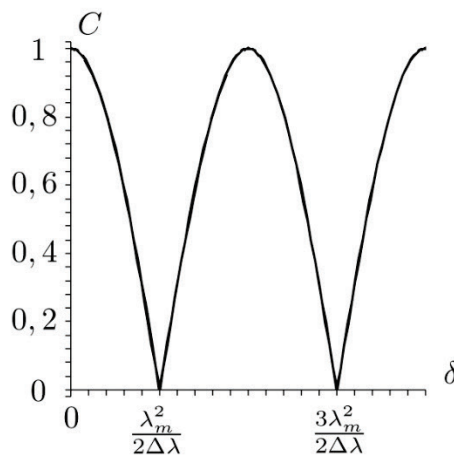
Lorsque δ varie de quelques λ_m , l'éclairement varie entre ε_{\min} et ε_{\max} , c'est-à-dire que le terme rapide vaut -1 ou 1 .

On a donc : $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{moy} (1 + |\Gamma|)$ et $\varepsilon_{\min} = \varepsilon_{moy} (1 - |\Gamma|)$.

Le contraste local vaut :

$$C = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}} = \frac{\varepsilon_{moy} (1 + |\Gamma(\delta)|) - \varepsilon_{moy} (1 - |\Gamma(\delta)|)}{\varepsilon_{moy} (1 + |\Gamma(\delta)|) + \varepsilon_{moy} (1 - |\Gamma(\delta)|)} = |\Gamma(\delta)|$$

Le contraste s'annule pour $\pi\delta \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ avec k entier.



- Lorsque $d = 0$, le contraste vaut 1. On a des franges bien contrastées.
- Lorsque d augmente, le contraste diminue. Les franges sont de moins en moins bien contrastées.
- La première annulation du contraste a lieu pour $k = 0$, soit :

$$\delta = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$$

Application numérique : $\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{4d} = 0,58 \text{ nm}$

4. Deuxième méthode : Calcul des ordres pour chaque système d'interférences

Lorsqu'il y a antioïncidence, $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} + k$ avec k un entier relatif.

- Avant le déplacement du miroir, la différence de marche au point A_1 est : $\delta = 2ax = 0$.
- Après le déplacement du miroir d'une distance d , la différence de marche au point A_1 vaut $2d$.

L'ordre d'interférences pour le système 1 est :

$$p_1 = \frac{2d}{\lambda_1}$$

L'ordre d'interférences pour le système 2 est :

$$p_2 = \frac{2d}{\lambda_2}$$

On suppose que $\Delta\lambda \ll \lambda_m$. On a alors : $\lambda_1\lambda_2 \approx \lambda_m^2$.

On en déduit que :

$$p_1 - p_2 = \frac{2d}{\lambda_1} - \frac{2d}{\lambda_2} = \frac{2d\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2} \approx \frac{2d\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = \frac{1}{2} + k$$

Le premier brouillage a lieu pour $k = 0$, soit :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{4d} = 0,58 \text{ nm}$$

5. La longueur de cohérence est : $L_c = c\tau_c$ en appelant τ_c le temps de cohérence. On peut montrer avec la transformée de Fourier que la largeur en fréquence $\Delta\nu$ et le temps de cohérence sont reliés par : $\Delta\nu\tau_c \approx 1$.

Comme $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$, alors $\nu = \frac{c}{\lambda}$. La différentielle s'écrit : $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda$.

On en déduit la largeur spectrale en fonction de la largeur en longueur d'onde :

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda$$

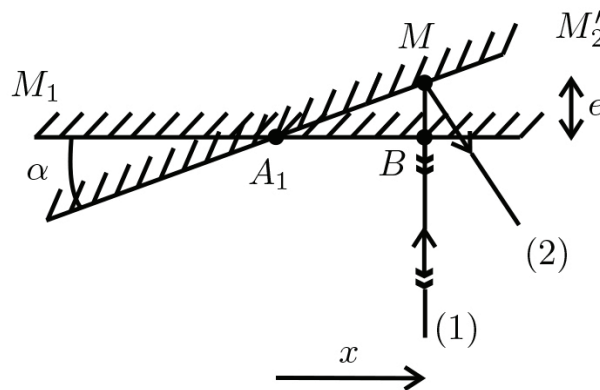
On a alors :

$$L_c = c\tau_c = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = 0,58 \text{ mm}$$

La différence de marche vaut $\delta = 2d = 0,30 \text{ mm}$ dans la question 2. On a bien $\delta < L_c$. La disparition des franges est due à l'annulation du contraste et non à une différence de marche supérieure à la longueur de cohérence.

OP53 – Profil de raie rectangulaire

1. On travaille avec le schéma équivalent du Michelson en coin d'air d'arête A_1 . M'_2 est le symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice.



On a un dispositif à division d'amplitude. Le Michelson est réglé en coin d'air. Les interférences sont localisées au voisinage des miroirs M_1 et M'_2 .

On pose $x = \overline{A_1B} \approx \overline{A_1M}$ comme α est petit.

On a deux réflexions sur un miroir qui rajoutent chacune $\frac{\lambda_0}{2}$ (correspondant à un déphasage de π) au chemin optique. Comme on fait la différence des chemins optiques, $\frac{\lambda_0}{2}$ n'apparaîtra pas dans la différence de marche.

La différence de marche entre le rayon (2) et le rayon (1) est :

$$\delta = [SM]_2 - [SM]_1 \approx 2n_{\text{air}}e = 2e = 2\alpha x$$

On observe des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

2. Les ondes émises par les différentes fréquences sont incohérentes. Il faut donc faire la somme des éclairagements.

L'éclairement dû à la bande de fréquence $[\nu, \nu + \Delta\nu]$ vaut $A d\nu$ lorsque l'une des voies de l'interféromètre est occultée.

L'éclairement dû à la bande de fréquence $d\nu$ en sortie de l'interféromètre est :

$$d\varepsilon = 2A d\nu \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\nu\delta}{c} \right) \right)$$

On a donc :

$$\varepsilon = 2A \int_{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\nu\delta}{c} \right) \right) d\nu = 2A \left[\nu + \frac{\sin \left(\frac{2\pi\nu\delta}{c} \right)}{\frac{2\pi\delta}{c}} \right]_{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}}$$

D'où :

$$\varepsilon = 2A\Delta\nu + \frac{2A}{2\pi\delta} \left(\sin\left(\frac{2\pi\delta}{c} \left(\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi\delta}{c} \left(\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}\right)\right) \right)$$

On obtient :

$$\varepsilon = 2A\Delta\nu + \frac{2A}{2\pi\delta} \left(2\sin\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right) \cos\left(\frac{2\pi\delta}{c} \nu_0\right) \right)$$

D'où finalement :

$$\varepsilon = 2A\Delta\nu \left(1 + \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right) \cos\left(\frac{2\pi\delta}{c} \nu_0\right) \right)$$

Si on représente l'éclairement en fonction de δ , on a un terme lent : $\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right)$ et un terme rapide : $\cos\left(\frac{2\pi\delta}{c} \nu_0\right)$.

Lorsque δ varie de quelques λ_m , l'éclairement varie entre ε_{\min} et ε_{\max} , c'est-à-dire que le terme rapide vaut -1 ou 1 .

On a donc : $\varepsilon_{\max} = 2A\Delta\nu \left(1 + \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right) \right| \right)$

et $\varepsilon_{\min} = 2A\Delta\nu \left(1 - \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right) \right| \right)$.

Le contraste local est :

$$C = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}} = \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right) \right|$$

C s'annule pour la première fois lorsque $\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu\right) = 0$, c'est-à-dire

$$\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu = \pi, \text{ d'où : } \delta = 2d = \frac{c}{\Delta\nu}$$

Si $\delta > 2d$, le contraste est très proche de 0. Expérimentalement, les franges ne réapparaissent plus.

Application numérique :

$$\Delta\nu = \frac{c}{2d} = 1,0 \text{ GHz}$$

3. La longueur de cohérence est : $L_c = \frac{c}{\Delta\nu} = 2d = 30 \text{ cm}$

La durée du train d'onde est : $\tau = \frac{L_c}{c} = 1,0 \text{ ns}$

La longueur de cohérence L_c est la distance que parcourt la lumière dans le vide pendant la durée moyenne τ d'un train d'onde.

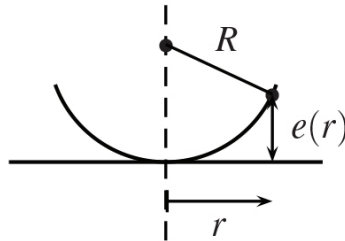
La valeur de L_c est assez grande pour cette expérience. L_c peut être beaucoup plus grande pour un laser stabilisé (400 m) alors qu'elle est très faible pour la lumière blanche (0,9 μm).

Application pratique : On n'a plus d'interférences lorsque la différence de marche est supérieure à la longueur de cohérence L_c . Les ondes ne proviennent plus du même train d'onde.

OP54 – Interféromètre de Michelson avec miroir sphérique

1. L'épaisseur entre les deux miroirs est variable : les franges seront des franges d'égale épaisseur localisées au voisinage des miroirs.

2. On considère la figure suivante, qui représente le miroir M_2 et le miroir M'_1 , image de M_1 par la séparatrice (la courbure du miroir M'_1 est exagérée pour une meilleure lecture).



L'épaisseur locale $e(r) = R - \sqrt{R^2 - r^2}$; Compte tenu que $R \gg r$, cette expression se simplifie en : $e(r) = \frac{r^2}{2R}$. La différence de marche correspondante s'écrit ; $\delta(r) = 2n_{\text{air}}e(r) = \frac{n_{\text{air}}r^2}{R}$.

L'ordre d'interférence s'en déduit : $p = \frac{n_{\text{air}}r^2}{\lambda_0 R}$. L'ordre d'interférence est nul au centre, qui est donc brillant, et croît en fonction de r . Les anneaux brillants successifs sont caractérisés par des ordres d'interférence entiers : $r_p = \sqrt{\frac{2R\lambda_0}{n_{\text{air}}}} p$. Les anneaux visibles sur l'écran ont des rayons égaux à γr_p .

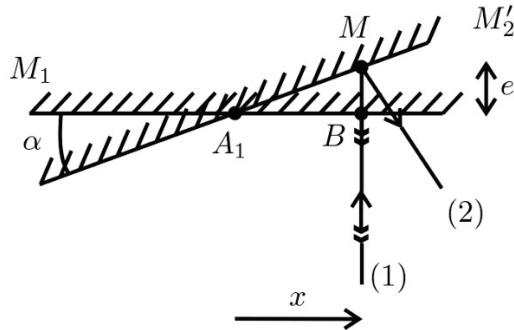
3. Pour déterminer la valeur maximale du rayon de courbure qu'on peut détecter, écrivons que la variation de l'ordre d'interférences du centre au bord du miroir est supérieure à 1/2 :

$$\Delta p = \frac{n_{\text{air}}d^2}{4\lambda_0 R} \geq \frac{1}{2}. \text{ On en déduit } R \leq \frac{n_{\text{air}}d^2}{2\lambda_0} = 318 \text{ m.}$$

B – Exercices supplémentaires

OP55 – Michelson en coin d'air

1. On travaille avec le schéma équivalent du Michelson en coin d'air d'arête A_1 . M'_2 est le symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice.



On a un dispositif à division d'amplitude. Le Michelson est réglé en coin d'air. On se place en incidence normale par rapport au miroir M_1 . Les rayons qui interfèrent se coupent au point M situé sur le miroir M'_2 .

En incidence normale, les interférences sont donc localisées sur le miroir M'_2 . On admet que pour une incidence quasi-normale, les interférences sont localisées au voisinage des miroirs M_1 et M'_2 .

2. La lentille L sert à projeter la figure d'interférences sur un écran. L'écran doit être dans le plan contenant l'image du miroir M_1 à travers la lentille L . On appelle M' le conjugué de M à travers la lentille.

3. On pose $x = \overline{A_1 B}$. Comme l'angle α est très faible, on fait un développement limité au premier ordre : $\cos \alpha = 1 = \frac{x}{A_1 M}$ et $\tan \alpha = \alpha = \frac{e}{x}$.

On a deux réflexions sur un miroir qui rajoutent chacune $\frac{\lambda_0}{2}$ (correspondant à un déphasage de π) au chemin optique. Comme on fait la différence des chemins optiques, $\frac{\lambda_0}{2}$ n'apparaîtra pas dans la différence de marche.

La différence de marche entre le rayon (2) et le rayon (1) est :

$$\delta = [SM]_2 - [SM]_1 = 2n_{\text{air}}e = 2e = 2\alpha x$$

car le rayon qui se réfléchit sur (M_2) fait en plus un aller-retour entre les deux miroirs.

L'ordre d'interférences vaut :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0}$$

On a des franges brillantes pour $p = k$ entier relatif, soit :

$$x_k = k \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Les franges brillantes sont des droites parallèles à l'arête du coin d'air.

Pour calculer l'interfrange, on utilise la relation : $p(x + i) = p(x) + 1$.

On a donc : $\frac{2\alpha(x+i)}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0} + 1$, ce qui donne :

$$i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Pour calculer l'interfrange i' sur l'écran, il faut multiplier l'interfrange i par $|\gamma| = 4$:

$$i' = 4i = 3,75 \text{ mm}$$

4. Si on translate le miroir M_2 d'une distance ℓ , la nouvelle différence de marche est :

$$\delta_1 = 2\alpha x + 2\ell$$

Le grandissement de la lentille vaut : $\gamma = -4$. On a alors : $x' = \gamma x$.

Le nouvel ordre d'interférences vaut :

$$p_1 = \frac{\delta_1}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x'}{\lambda_0 \gamma} + \frac{2\ell}{\lambda_0}$$

L'ordre 0 est obtenu pour $x' = -\frac{\gamma\ell}{\alpha}$ alors qu'il était obtenu pour $x' = 0$ sans translation du miroir M_2 .

Les franges se sont donc déplacées sur l'écran dans le sens des $x > 0$ d'une distance $-\frac{\gamma\ell}{\alpha}$.

5. Sans la lame :

On éclaire le coin d'air en lumière blanche. On repère alors la frange centrale blanche qui est bien contrastée. Les autres franges sont irisées. La frange centrale est obtenue pour $p = 0$, soit $x = 0$.

Avec la lame :

La nouvelle différence de marche vaut : $\delta_2 = \delta - 2(n-1)e'$.

On a un signe $-$ devant $2(n-1)e'$ car la différence de marche est calculée entre le rayon (2) et le rayon (1).

Le nouvel ordre d'interférences vaut :

$$p_2 = \frac{\delta_2}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0} - \frac{2(n-1)e'}{\lambda_0}$$

On retrouve la frange centrale pour $p_2 = 0$, soit :

$$x = \frac{(n-1)e'}{\alpha}$$

Sur l'écran, on a :

$$x' = \frac{\gamma(n-1)e'}{\alpha}$$

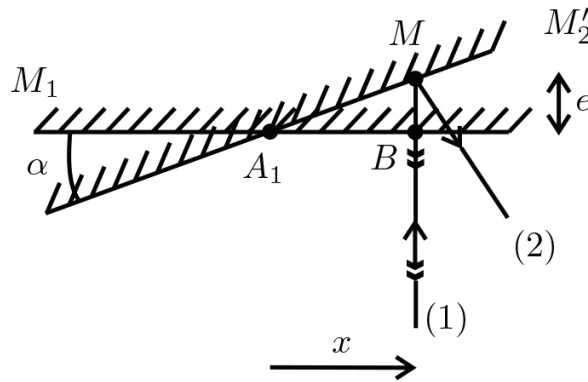
La mesure du déplacement x' permet d'en déduire l'indice moyen n ou l'épaisseur e' .

OP56 – Détermination de l'indice de l'air

1. On note n_{air} l'indice de l'air à pression et température ambiante.
On note n l'indice de l'air à la pression P et à température ambiante.

Sans la cuve :

On travaille avec le schéma équivalent du Michelson en coin d'air d'arête A_1 .
 M'_2 est le symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice.



On a un dispositif à division d'amplitude. Le Michelson est réglé en coin d'air.
Les interférences sont localisées au voisinage des miroirs M_1 et M'_2 .

On pose $x = \overline{A_1 B} \approx \overline{A_1 M}$ comme α est petit.

On a deux réflexions sur un miroir qui rajoutent chacune $\frac{\lambda_0}{2}$ (correspondant à un déphasage de π) au chemin optique. Comme on fait la différence des chemins optiques, $\frac{\lambda_0}{2}$ n'apparaîtra pas dans la différence de marche.

La différence de marche entre le rayon (2) et le rayon (1) est :

$$\delta = [SM]_2 - [SM]_1 \approx 2n_{\text{air}}e = 2n_{\text{air}}\alpha x$$

On observe des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

Avec la cuve :

Le faisceau passe deux fois dans la cuve, la nouvelle différence de marche est :

$$\delta' = 2n_{\text{air}}\alpha x - 2(n - n_{\text{air}})e$$

On a bien une différence des deux indices puisqu'on enlève le chemin optique dans l'air (d'indice n) à la pression atmosphérique pour le remplacer par le chemin optique dans l'air (d'indice n_{air}) à la pression P .

2. Soit k le nombre de franges qui défilent au point étudié à l'écran lorsque la pression passe de P_I à P_F .

- La pression initiale P_I vaut $P_I = 1013 \text{ hPa} - 900 \text{ hPa}$ puisqu'on a une dépression de 900 hPa.
- La pression finale P_F vaut $P_F = 1013 \text{ hPa}$.

D'après la loi de Gladstone, l'indice de l'air dépend de la masse volumique :

$$\frac{n - 1}{\mu} = A$$

en notant A la constante.

Pour un gaz parfait, la masse volumique est : $\mu = \frac{PM}{RT}$.

On en déduit que :

$$n = 1 + \alpha P$$

$\alpha = \frac{AM}{RT}$ est un coefficient de proportionnalité.

État initial :

L'indice de l'air dans la cuve est : $n_I = 1 + \alpha P_I$.

La différence de marche est : $\delta'_I = 2n_{\text{air}}\alpha x - 2(n_I - n_{\text{air}})e$.

L'ordre d'interférences est :

$$p'_I = \frac{\delta'_I}{\lambda_0} = \frac{2n_{\text{air}}\alpha x - 2(n_I - n_{\text{air}})e}{\lambda_0}$$

État final :

L'indice de l'air dans la cuve est : $n_F = n_{\text{air}} = 1 + \alpha P_F$.

La différence de marche est : $\delta'_F = 2n_{\text{air}}\alpha x - 2(n_F - n_{\text{air}})e$.

L'ordre d'interférences est :

$$p'_F = \frac{\delta'_F}{\lambda_0} = \frac{2n_{\text{air}}\alpha x - 2(n_F - n_{\text{air}})e}{\lambda_0}$$

On se place en un point de l'écran et on compte le nombre k de franges qui défilent. On a donc :

$$p'_I - p'_F = k$$

Soit $\frac{2(n_F - n_I)e}{\lambda_0} = k$, d'où $2\alpha(P_F - P_I)e = k\lambda_0$. Or $\alpha = \frac{n_{\text{air}} - 1}{P_F}$.

On a donc $2\frac{n_{\text{air}} - 1}{P_F}(P_F - P_I)e = k\lambda_0$, d'où :

$$n_{\text{air}} = 1 + \frac{kP_F\lambda_0}{2e(P_F - P_I)}$$

Application numérique : $n_{\text{air}} = 1,000295$.

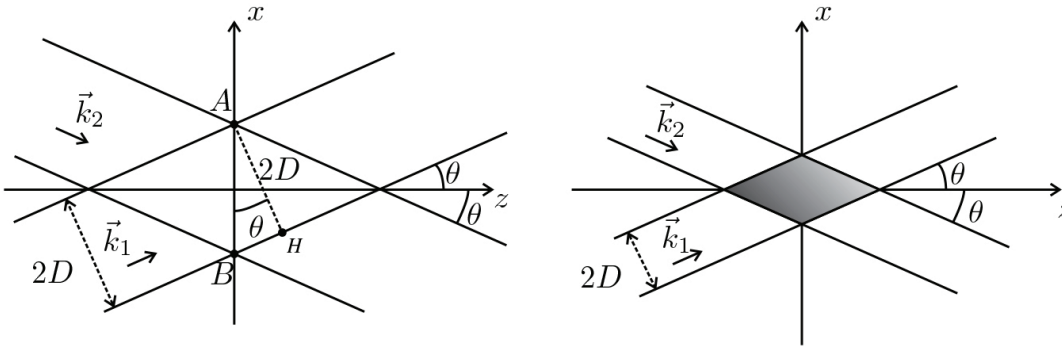
Dans les tables, on trouve $n_{\text{air}} = 1,000293$.

OP57 – Vélocimétrie Laser

1. Le champ d'interférences est hachuré sur la figure ci-dessous.

En $z = 0$, la largeur AB du champ d'interférences est l'intersection des deux faisceaux, soit :

$$AB = \frac{2D}{\cos \theta} = 1,0 \text{ mm}$$



Calcul de la différence de marche

On a deux méthodes pour calculer la différence de marche en M :

- Méthode 1 : utilisation du formalisme de l'onde plane progressive monochromatique (OPPM).
- Méthode 2 : détermination géométrique de la différence de marche.

La méthode 1 est plus facile à utiliser quand on a une OPPM puisqu'il suffit de projeter les vecteurs d'onde dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

2. Méthode 1 :

On oriente les angles dans le sens trigonométrique. On a $\theta > 0$. On pose :

$$k = n \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Soit un point M de coordonnées (x, y, z) . Les vecteurs d'onde se mettent sous la forme :

$$\vec{k}_1 = k \begin{vmatrix} \sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{vmatrix} ; \vec{k}_2 = k \begin{vmatrix} -\sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{vmatrix}$$

La phase au point M pour l'onde 1 est : $\phi_1(M) = \phi_1(O) + \vec{k}_1 \cdot \vec{OM}$

La phase au point M pour l'onde 2 est : $\phi_2(M) = \phi_2(O) + \vec{k}_2 \cdot \vec{OM}$

D'après l'énoncé, $\phi_1(O) = \phi_2(O)$.

Le déphasage en M $\Delta\phi = \phi_1(M) - \phi_2(M)$ entre les ondes 1 et 2 vaut :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n ((x \sin \theta + z \cos \theta) - (-x \sin \theta + z \cos \theta)) = \frac{4\pi n}{\lambda_0} x \sin \theta$$

L'ordre d'interférences vaut : $p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{2nx \sin \theta}{\lambda_0}$

L'éclairement en M est :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 (1 + \cos \Delta\phi)$$

On a des franges brillantes pour p entier, soit :

$$p = \frac{2nx}{\lambda_0} \sin \theta = m$$

avec m un entier relatif.

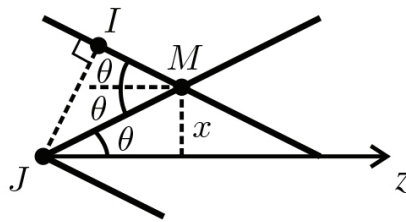
On a des surfaces brillantes perpendiculaires Ox caractérisées par :

$$x_m = m \frac{\lambda_0}{2n \sin \theta}$$

On en déduit l'interfrange :

$$i = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda_0}{2n \sin \theta} = 2,24 \mu\text{m}$$

Méthode 2 :



Au point J , les ondes sont en phase. D'après le théorème de Malus, JJ est un plan d'onde. La différence de marche vaut :

$$\delta = [JM] - [IM] = n(JM - IM)$$

avec $JM = \frac{x}{\sin \theta}$ et $IM = JM \cos 2\theta = \frac{x}{\sin \theta} \cos 2\theta$.

On a donc $\delta = \frac{nx}{\sin \theta} (1 - \cos 2\theta)$. Or $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$, d'où :

$$\delta = \frac{nx}{\sin \theta} 2 \sin^2 \theta = 2nx \sin \theta$$

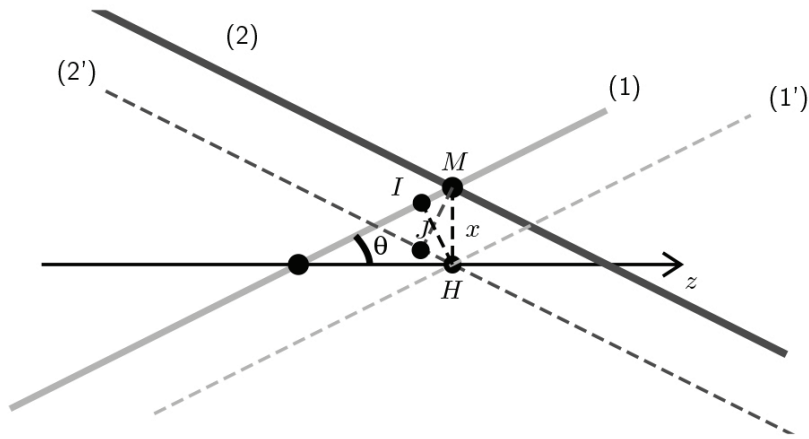
Méthode 3 :

L'astuce est de représenter les rayons (1') et (2') parallèles à (1) et (2) et passant par un point H de l'axe $x = 0$. Les ondes qui interfèrent au point H sont en phase d'après l'énoncé : $[E_1H] = [E_2H]$.

a) $[E_1M] = [E_1I] + [IM] = [E_1H] + [IM]$ d'après le théorème de Malus puisque IH est un plan d'onde.

b) $[E_2M] = [E_2J] = [E_2H] - [JH]$ d'après le théorème de Malus puisque JM est un plan d'onde.

On a donc $\delta = [IM] + [JH] = nx \sin \theta + nx \sin \theta$.



L'ordre d'interférences est :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2nx}{\lambda_0} \sin \theta$$

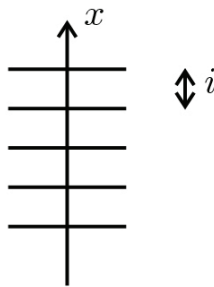
On retrouve le même résultat que précédemment.

D'après la question 1, on a : $x_A = 0,5 \text{ mm}$ et $x_B = -0,5 \text{ mm}$. On en déduit l'ordre d'interférences en A et B : $p_A = \frac{2nx_A}{\lambda_0} \sin \theta = 223,8$ et

$$p_B = -223,8.$$

On a donc 447 franges brillantes contenues dans le champ en $z = 0$.

3. Lorsque la particule se déplace, elle passe successivement sur une frange brillante et une frange sombre. Lorsqu'elle passe sur une frange brillante, le détecteur reçoit la lumière diffusée par la particule qui est éclairée.



La période T du signal correspond au temps mis par la particule pour passer d'une frange brillante à une autre, c'est-à-dire parcourir la distance i à la vitesse v . On a donc :

$$v = \frac{i}{T} = 45 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$$