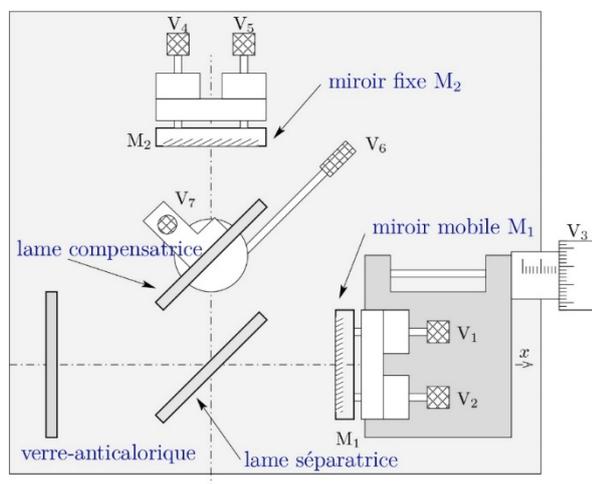


# OP5 - Dispositif interférentiel par division d'amplitude : le Michelson

1.4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson		
<p>Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue.</p> <p>Localisation des franges. Franges d'égale inclinaison.</p>	<p>Justifier les conditions d'observation des franges d'égale inclinaison, le lieu de localisation des franges étant admis.</p> <p>Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférences en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde.</p> <p>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation adaptées à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson en lame d'air.</p> <p><i>Mesurer l'écart en longueur d'onde d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation.</i></p> <p><i>Interpréter des observations faites en lumière blanche avec l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air.</i></p>	<p>Cette partie vue en cours sera complétée en TP.</p>
<p>Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue.</p> <p>Localisation des franges. Franges d'égale épaisseur.</p>	<p>Justifier les conditions d'observation des franges d'égale épaisseur, le lieu de localisation des franges étant admis.</p> <p>Utiliser l'expression donnée de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences.</p> <p>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation adaptées à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson en coin d'air.</p> <p>Caractériser la géométrie d'un objet ou l'indice d'un milieu à l'aide d'un interféromètre de Michelson.</p> <p>Interpréter des observations faites en lumière blanche avec l'interféromètre de Michelson en configuration coin d'air.</p>	<p>Cette partie vue en cours sera complétée en TP.</p>

## I – L'interféromètre de Michelson

### I-1) L'interféromètre réel



L'interféromètre idéal de Michelson est constitué de :

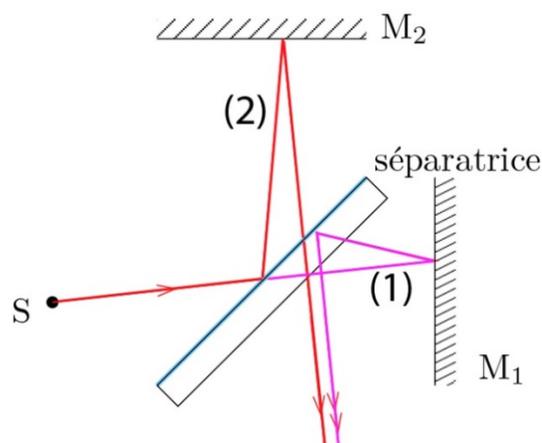
- $M_1$  et  $M_2$  : deux miroirs réglables
- LSR : lame semi-réfléchissante appelée lame séparatrice qui sépare un faisceau lumineux en 2 faisceaux d'intensité égale : elle permet une division d'amplitude.

L'IM est un dispositif interférentiel à division d'amplitude.

- Fonction des vis de réglages :
  - $V_1$  et  $V_2$  : vis de réglage grossier de l'orientation de  $M_1$
  - $V_3$  : vis de translation de  $M_1$  selon  $Ox$ . Cette vis est souvent appelée vis de chariotage
  - $V_4$  et  $V_5$  : vis de réglage fin de l'orientation de  $M_2$
  - $V_6$  : vis de rotation de la compensatrice autour d'un axe vertical
  - $V_7$  : vis de rotation de la compensatrice autour d'un axe horizontal

## I-2) Rôle de la compensatrice

### a) Sans compensatrice



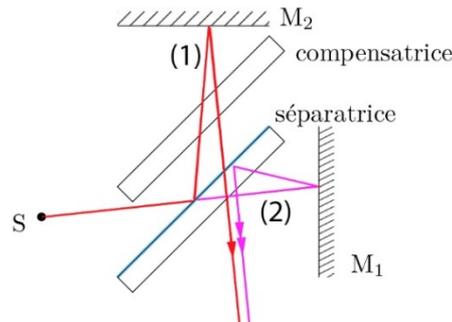
Les rayons se réfléchissant

- Sur  $M_1$  traverse 3 fois l'épaisseur de verre.
- Sur  $M_2$  traverse 1 fois l'épaisseur de verre.

D'où une différence de marche supplémentaire entre les 2 rayons car

(1) traverse la séparatrice deux fois de plus que (2).

b) Avec compensatrice

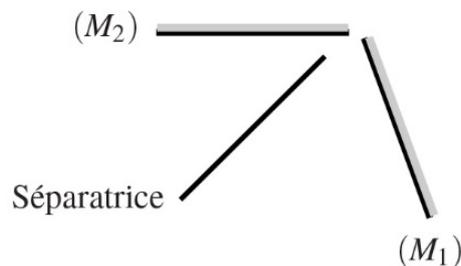


La compensatrice est de même épaisseur que la séparatrice. Le rayon se réfléchissant sur  $M_1$  traverse 3 fois l'épaisseur de verre ainsi que celui qui traverse  $M_2$ .

D'où une compensation de la différence de marche entre les 2 rayons.

c) Interféromètre « idéal »

Dans toute la suite du cours, on considérera que l'ensemble des lames séparatrice et compensatrice est équivalent à une lame séparatrice d'épaisseur idéalement nulle, n'introduisant aucune différence de marche résiduelle.



## II – Configuration de la lame d'air éclairée par une source étendue

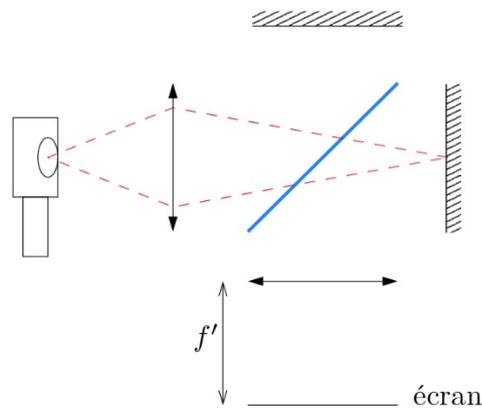
### II-1) Localisation des franges

On dit que l'interféromètre est configuré en lame d'air lorsque les deux miroirs ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) sont perpendiculaires.

Expérimentalement on observe :

- Qu'il faut éclairer l'IM par une source placée à distance finie. Pour augmenter la luminosité, on peut utiliser une lentille convergente et faire converger le faisceau lumineux sur les miroirs de l'interféromètre
- Lorsque la taille de la source augmente, l'intensité des interférences augmente mais le contraste des franges diminue.
- Par contre, en éloignant l'écran d'observation de l'interféromètre, le contraste demeure bon.

Avec une source étendue, les franges d'interférences ne sont bien contrastées qu'à l'infini.



Pour l'interféromètre de Michelson (IM), réglé en lame d'air, les franges d'interférences sont localisées à l'infini.

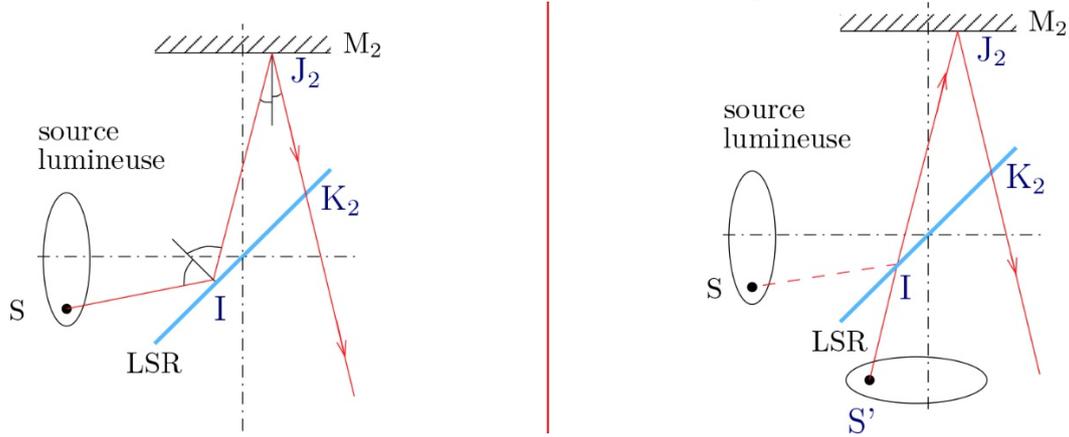
## II-2) Schéma équivalent de l'interféromètre

Pour les exercices on préfère travailler sur le schéma équivalent de l'IM. Ce schéma permet un calcul plus rapide de la différence de marche. Soit les deux voies empruntées par la lumière :

- Voie 1 : un rayon lumineux issu de S est réfléchi par la lame séparatrice ( $S_p$ ), réfléchi par le miroir ( $M_2$ ) et transmis par la lame séparatrice.

Si  $S'$  est le symétrique de S par rapport à la séparatrice :  $(SI) =$

(S'I) et la différence de marche reste inchangée.



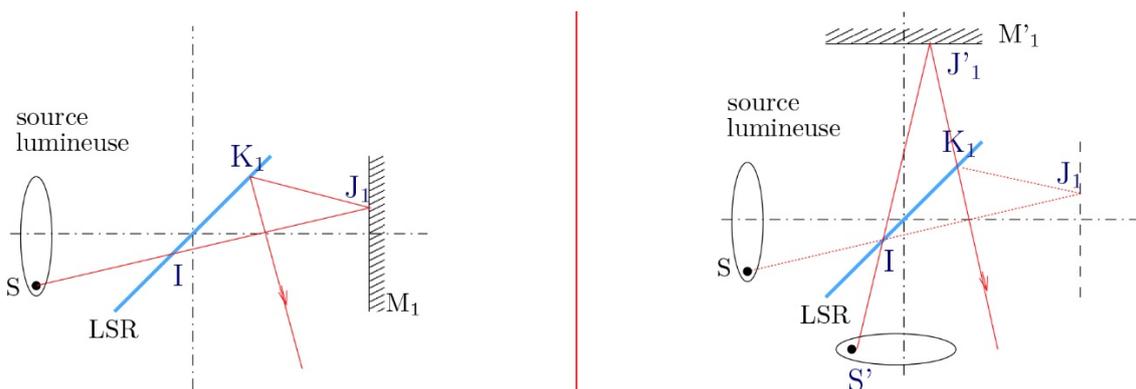
Au niveau du chemin optique, la position réelle S de la source est équivalente à une position virtuelle S', symétrique de M<sub>1</sub> par rapport à la séparatrice.

- Voie 2 : un rayon lumineux issu de S est transmis par la lame séparatrice (S<sub>p</sub>), réfléchi par le miroir (M<sub>1</sub>), et réfléchi par la lame séparatrice.
- Si S' est le symétrique de S par rapport à la séparatrice :

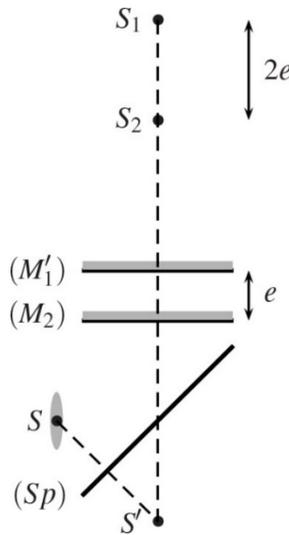
$$(SI) = (S'I)$$

- Si (M<sub>1</sub>') est le symétrique de (M<sub>1</sub>) par rapport à la séparatrice, on remarque que :

$$(IJ_1K_1) = (IJ'_1K'_1)$$



Pour la sortie de l'IM, tout se passe comme si le rayon issu de S provenait d'une source S' symétrique de S par rapport à la séparatrice et se réfléchissant sur M<sub>1</sub>' symétrique de M<sub>1</sub> par rapport à la séparatrice.



On appelle épaisseur de la lame d'air la distance entre  $(M_2)$  et  $(M'_1)$ . On la note  $e$ . D'où :

$$(S_1 S_2) = 2e$$

Si  $e=0$ , on dit qu'on est au contact optique.

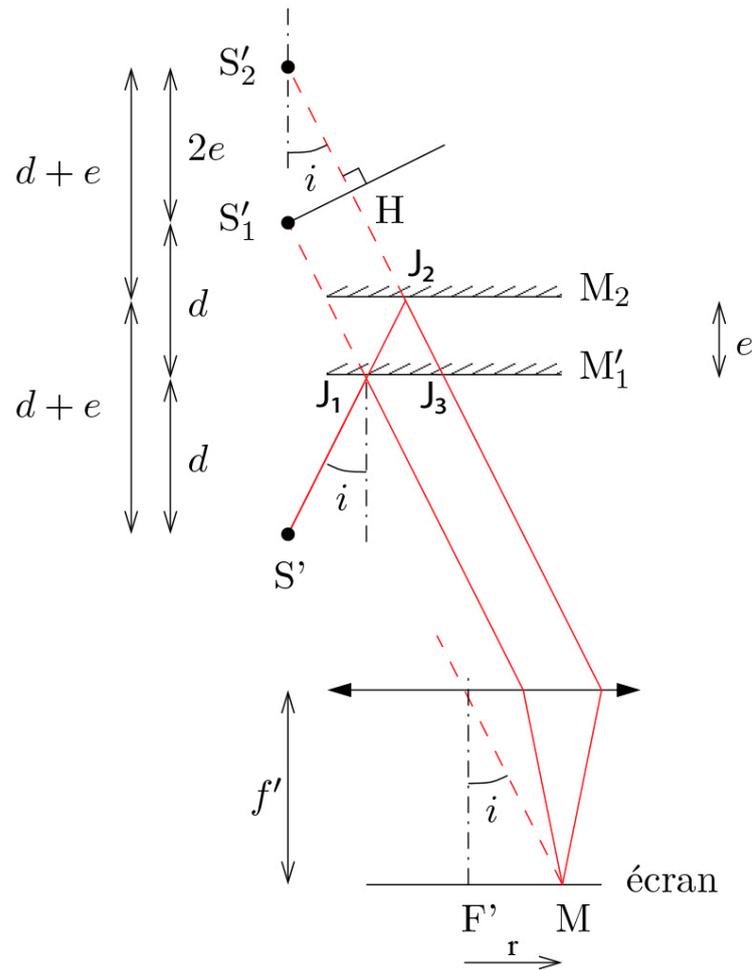
## II-3) Franges d'interférences

### a) Schéma d'observation

Les interférences de la lame d'air à faces parallèles sont localisées à l'infini. On observe alors la figure d'interférences dans le plan focal image d'une lentille convergente.

En employant une source lumineuse étendue, on observe une figure d'interférences :

- Constituée de franges circulaires
- Lumineuses
- Localisée à l'infini



b) Ordre d'interférence

- 1<sup>ère</sup> méthode :

$$\delta(M) = (S'M_2M) - (S'M'_1M) = (S_2M_2M) - (S_1M'_1M)$$

D'après le théorème de Malus :  $(S_1M'_1M) = (HM)$

$$\Rightarrow \delta(M) = (S_2M_2M) - (HM) = (S_2H)$$

Donc :  $\delta(M) = (S_2S_1) \cos i = 2ne \cos i$

- 2<sup>ème</sup> méthode :

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (SM)_2 - (SM)_1 = 2(J_1J_2) - (J_1H') \\ &= \frac{2ne}{\cos(i)} - (J_1J_3) \sin(i) = \frac{2ne}{\cos(i)} - 2(J_1J_2) \sin^2(i) \\ &\Rightarrow \delta = \frac{2ne}{\cos(i)} (1 - \sin^2(i)) = 2ne \cos i \end{aligned}$$

Par conséquent si  $\delta(M) = cste$  alors  $i(M) = cste$ , ce qui confirme des franges circulaires.

Les franges d'interférences observées à l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air à faces parallèles sont nommées franges d'égale inclinaison de la lame d'air à faces parallèles : ce sont des anneaux.

La différence de marche vérifie :

$$\delta(M) = 2ne \cos i$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi(M) = 4\pi \frac{ne \cos i}{\lambda_0} \text{ et } p(M) = \frac{2ne \cos i}{\lambda_0}$$

c) Rayon des anneaux

On remarque que l'ordre d'interférences est une fonction décroissante de  $i$ . La valeur maximale est donc réalisée au centre de la figure d'interférences, pour  $i = 0$ .

On note :

$$p_{(i=0)} = p_c = \frac{2ne}{\lambda_0} = p_0 + \varepsilon \text{ où } \begin{cases} p_0 : \text{partie entière} \\ \varepsilon : \text{partie décimale} \end{cases}$$

Comme  $p$  est une fonction décroissante de  $i$ , le premier anneau brillant correspond à la valeur  $p_0$  de l'ordre d'interférences. On appelle  $F'$  le centre et on pose  $r = F'M$ .

L'utilisation de la lentille dans les conditions de Gauss impose que :

$$i = \tan i = \frac{r}{f'}$$

D'où :

$$p_0 = \frac{2ne \cos i_0}{\lambda_0} \sim p_c \left(1 - \frac{i_0^2}{2}\right) = p_c \left(1 - \frac{r_0^2}{2f'^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{r_0^2}{2f'^2} = 1 - \frac{p_0}{p_c} \Leftrightarrow r_0 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p_0}{p_c}\right)}$$

$$\Leftrightarrow r_0 = f' \sqrt{\frac{2}{p_c} (p_c - p_0)} \Leftrightarrow r_0 = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} \varepsilon}$$

De même pour le rayon m :

$$\Leftrightarrow r_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (p_c - p_m)} \text{ où } p_m = p_0 - m$$

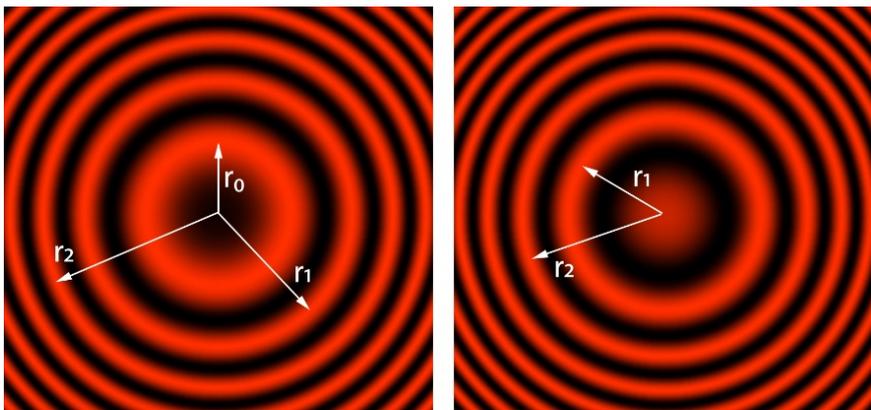
$$\Leftrightarrow r_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (\varepsilon + m)}$$

Si on se place dans le cas où une frange brillante est présente au centre alors :  $\varepsilon = 0$  (et  $r_0 = 0$ ) et ainsi on peut dire que  $r_m$  varie comme :

$$r_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} m} \text{ si frange brillante au centre}$$

Attention : Dès fois on choisit de noter  $r_1$  le premier rayon, d'où :

$$r_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (m - 1 + \varepsilon)}$$



## d) Evolution des anneaux

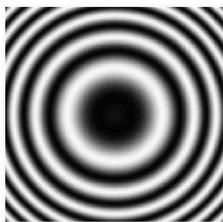
La formule :

$$r_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} m}$$

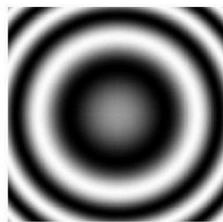
entraîne :

- Les anneaux se resserrent lorsqu'on s'éloigne du centre de la figure d'interférences
- Lorsque  $e$  augmente, le rayon des anneaux diminue, donc on en voit plus
- A l'inverse, à l'approche du contact optique on ne voit plus qu'une portion d'anneau : c'est une teinte plate : l'écran est éclairé uniformément.

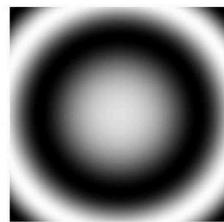
Ainsi avec  $f'=1\text{m}$  et  $\lambda=605\text{nm}$  on a :



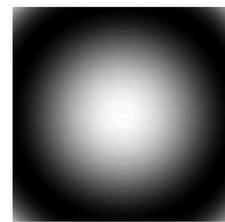
$e = 2 \text{ mm}$



$e = 1 \text{ mm}$



$e = 0,5 \text{ mm}$



$e = 0,12 \text{ mm}$

## II-4) Anticoïncidences du doublet du sodium

Le doublet de sodium se comporte comme deux sources spatialement confondues émettant respectivement une onde à la longueur d'onde  $\lambda_1 = \lambda_m - \frac{\Delta\lambda}{2}$  et  $\lambda_2 = \lambda_m + \frac{\Delta\lambda}{2}$ . Les ondes émises par ces sources sont incohérentes. Il s'ensuit que l'intensité en un point de l'écran d'observation a la sortie de l'interféromètre est la somme des intensités de chacune des sources prises indépendamment :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M)$$

$$\Leftrightarrow I(M) = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_1} \right) \right) + I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_2} \right) \right)$$

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_1} \right) + \cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_2} \right) \right)$$

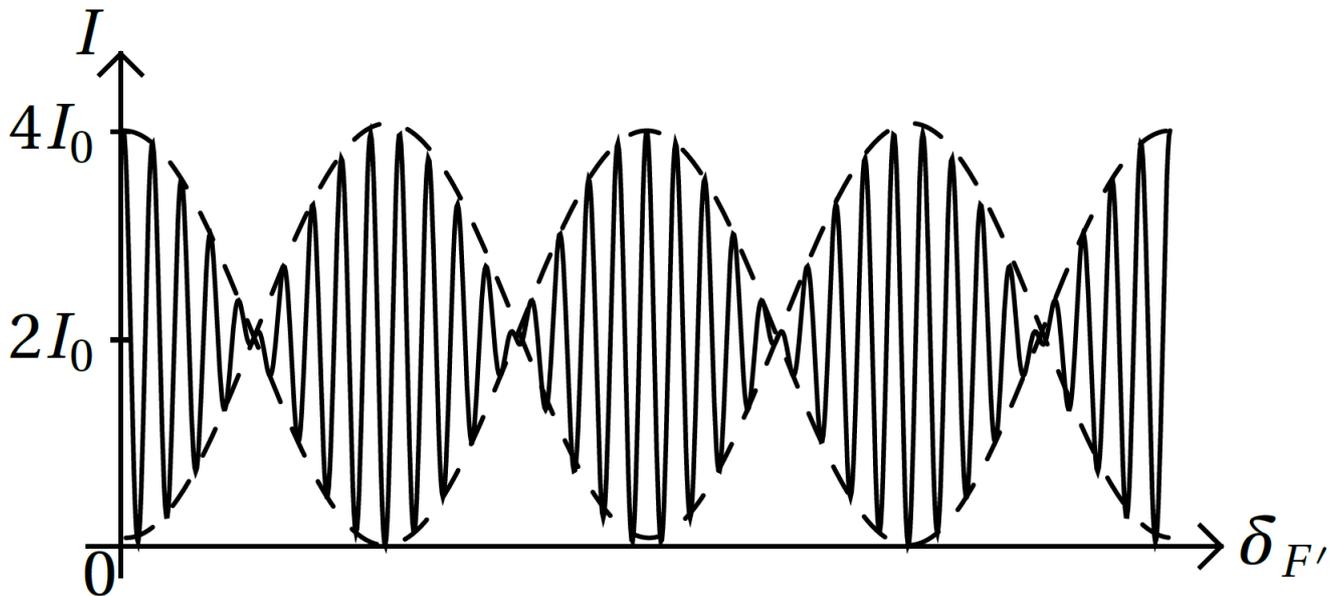
Or :

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cdot \cos \left( \frac{p+q}{2} \right) \cos \left( \frac{p-q}{2} \right)$$

$$\Rightarrow I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \pi\delta(M) \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) + \cos \left( \pi\delta(M) \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \right)$$

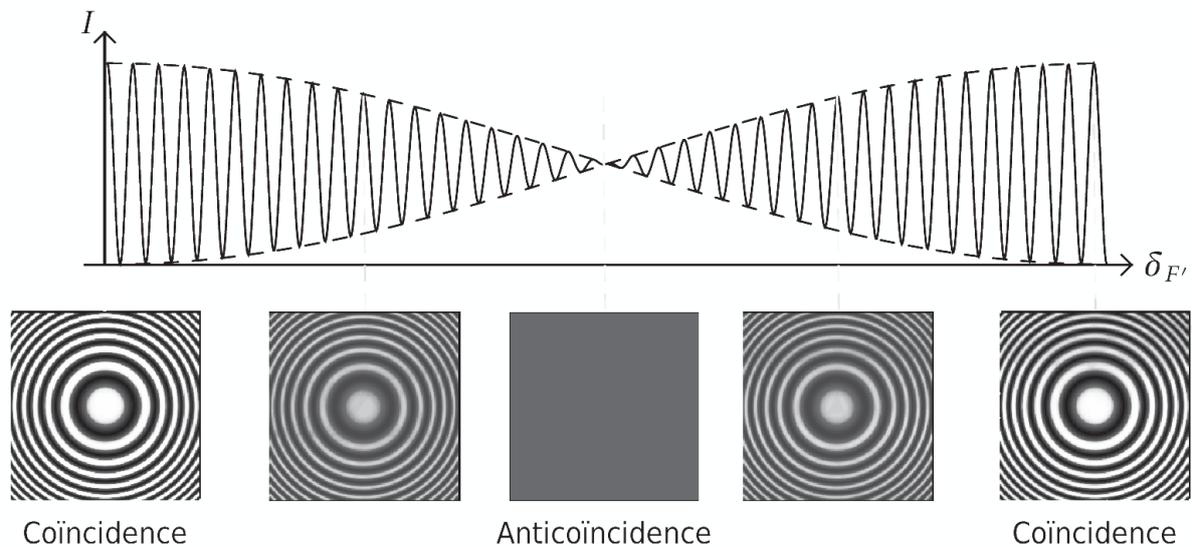
$$\Rightarrow I(M) \sim 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_m} \right) \cos \left( \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right) \right)$$

$$\Rightarrow I(M) \sim 2I_0 \left( \underbrace{1 + \cos \left( \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right)}_{\text{terme lent}} \underbrace{\cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_m} \right)}_{\text{terme rapide}} \right)$$



On obtient donc l'interférogramme suivant sur l'écran qui représente des annulations du contraste.

Dans le cas d'un éclairage par une source ponctuelle présentant un spectre sous forme d'un doublet de longueur d'onde, l'amplitude du terme d'interférences dans l'intensité est modulée par une enveloppe sinusoidale. Il y a périodiquement brouillage de la figure d'interférences on parle d'**anticoïncidences**.



Chaque anticoïncidence s'obtient pour :

$$\cos\left(\frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = \frac{\pi}{2} + p\pi$$

Ainsi deux anticoïncidences successives vérifient :

$$\frac{\pi(\delta_{p+1} - \delta_p)\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = \pi \Leftrightarrow \Delta\delta = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

$$\text{Or } \delta(M) = 2e \cos(i(M)) \sim 2e$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta e}$$

Il suffira donc de relever les deux positions du chariot pour deux anticoïncidences successives.

Dans le cas du sodium, on mesure une distance de  $\Delta e = 0,29\text{mm}$  entre deux positions du miroir. La longueur d'onde moyenne est  $\lambda_m = 589\text{ nm}$ , on en déduit :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta e} \sim 0,6\text{ nm}.$$

### III – Configuration du coin d'air éclairée par une source étendue

#### III-1) Localisation des franges

On dit que l'IM est en coin d'air lorsque les deux miroirs ne sont pas perpendiculaires entre eux.

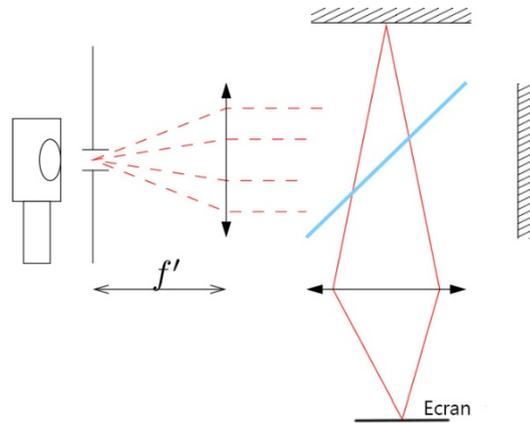
On montre qu'il faut éclairer l'IM réglé en coin d'air par une source placée à l'infini, c'est à dire dans le plan focal objet d'une lentille convergente.

Lorsque la taille de la source augmente, l'intensité des interférences augmente mais le contraste des franges diminue. Par contre, en rapprochant l'écran d'observation de l'interféromètre, le contraste demeure bon.

Avec une source étendue, les franges d'interférences ne sont bien contrastées qu'à proximité du coin d'air.

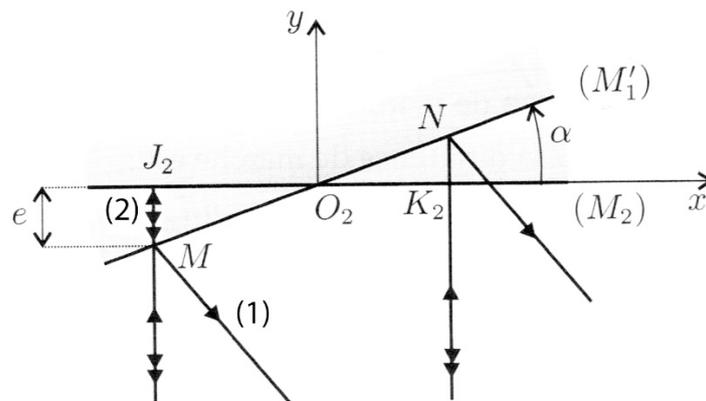
Pour l'interféromètre de Michelson (IM), réglé en coin d'air, en employant une source lumineuse de grande dimension, on observe une figure d'interférences :

- Constituée de franges rectilignes
- Lumineuse
- Localisée sur le coin d'air (ou sur les miroirs)



### III-2) Différence de marche

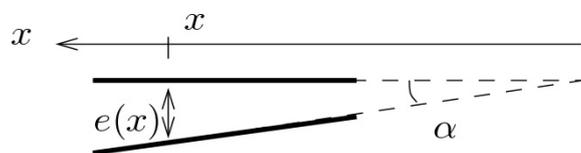
Dans le cas général, on démontre que la différence de marche dépend de  $i$  : l'angle d'incidence et de  $\alpha$  l'angle entre les miroirs. Démontrons cette relation sous incidence faible (normale).



$$\text{On a : } \delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = 2(J_2M) = 2ne(M)$$

$$\text{On pose : } J_2O_2 = x$$

$$d'o\grave{u} \ e(M) = x \tan \alpha \sim \alpha x \Rightarrow \delta(M) = 2ne(M) = 2n\alpha x$$



Pour l'interféromètre de Michelson (IM), réglé en coin d'air :

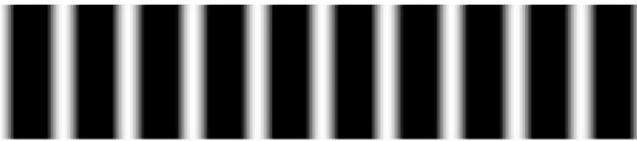
$$\delta(M) = 2ne(M)$$

Donc  $\delta(M) = \text{cste} \Rightarrow e(M) = \text{cste}$ . Les franges d'interférences observées sont des franges d'égale épaisseur du coin d'air. Les franges sont des franges rectilignes car  $\delta$  dépend que de  $x$ .

### III-3) Interfrange

Par conséquent l'éclairement en coin d'air et l'interfrange sont, en notant  $I_0$  l'intensité produite par S.

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi n \alpha x}{\lambda_0} \right) \right) \text{ et } i_f = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$



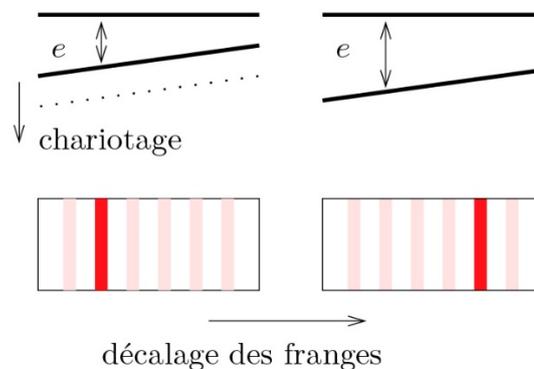
$$\alpha = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{°}, \lambda = 632,8 \text{ nm} \Rightarrow i_f = 8 \text{ mm}$$



$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{°}, \lambda = 632,8 \text{ nm} \Rightarrow i_f = 16 \text{ mm}$$

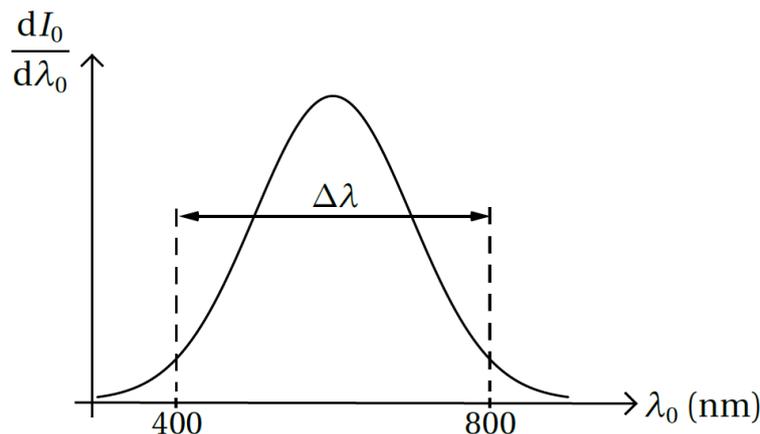
On remarque que plus  $\alpha$  augmente, plus  $i_f$  diminue. Par conséquent l'angle  $\alpha$  doit être petit si on veut observer les franges d'interférences. Si  $i_f = 1 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 600 \text{ nm}$  on obtient  $\alpha = 0,02 \text{°}$ .

Le chariotage du miroir mobile n'a aucune influence sur l'interfrange (il ne modifie pas  $i_f$ ) : on observe juste un décalage des franges du coin d'air.



Pour passer du coin d'air à la lame d'air à faces parallèles, il faut faire tendre  $\alpha$  vers 0. Pour cela, on agit sur l'orientation des miroirs de façon à augmenter l'interfrange jusqu'à ce qu'on observe plus qu'une couleur uniforme sur l'écran (appelée teinte plate).

## III-4) Observation en lumière blanche



La lumière blanche est une source polychromatique dont la densité spectrale d'intensité est centrée en  $\lambda_m = 600\text{nm}$  et dont la largeur spectrale est  $\Delta\lambda = 400\text{nm}$ . Après passage dans un interféromètre introduisant une différence de marche, l'intensité sur l'écran est la somme continue des intensités des différentes composantes en longueur d'onde :

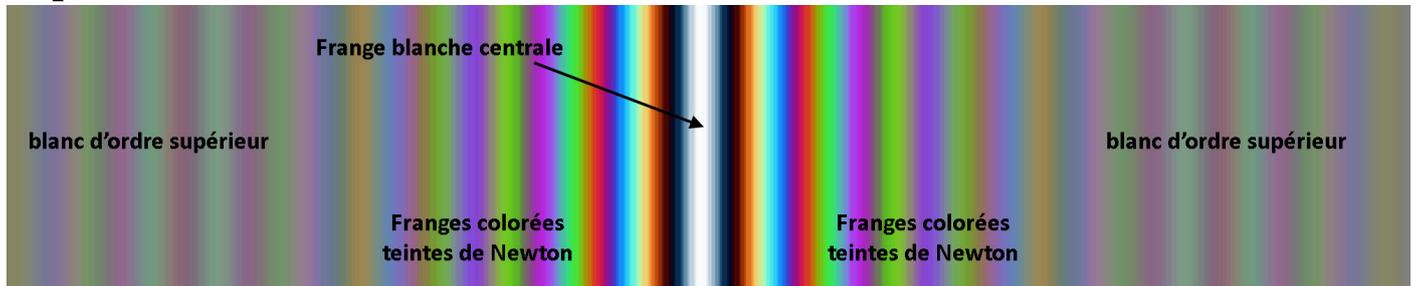
$$I(M) = \int_{\lambda_{bleue}}^{\lambda_{rouge}} \alpha \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda} \right) \right) d\lambda$$

Les longueurs d'ondes telles que  $p(M) = \frac{\delta(m)}{\lambda}$  est entier sont renforcées alors que celles telles que  $p(M) = \frac{\delta(m)}{\lambda}$  est demi-entier sont éteintes.

Dans le cas d'un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé par une source de lumière blanche, on observe trois comportements différents :

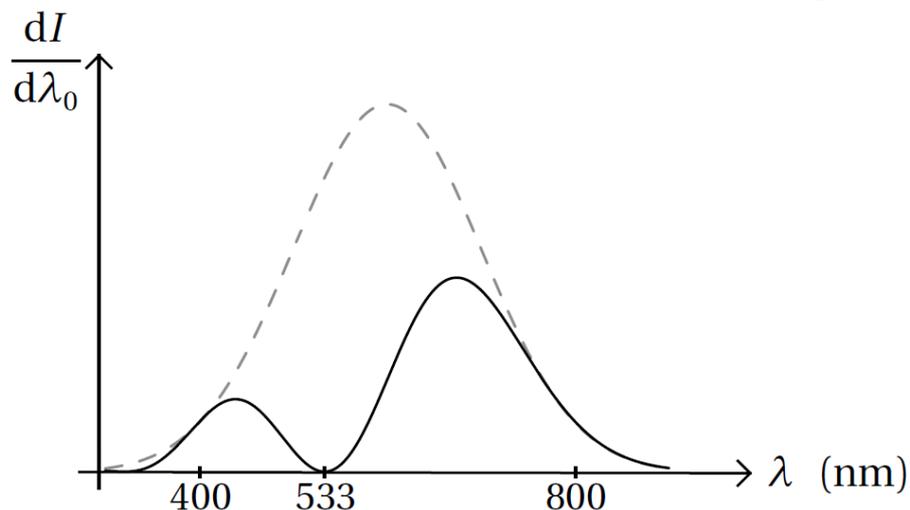
- Sur l'arête du dièdre ( $x = 0$ ), on observe une frange brillante blanche ; au spectroscope on vérifie qu'il s'agit du même blanc que la source.
- Au voisinage de cette frange, on observe quelques franges irisées.
- Plus loin, on observe un éclaircissement blanc ; au spectroscope, on vérifie qu'il ne s'agit pas du même blanc que celui de la source; en

particulier, il existe des raies noires dans tout le spectre continu, qu'on appelle cannelures. On dit alors que le spectre est un spectre cannelé. Le blanc qui est observé correspond à un blanc d'ordre supérieur.



Interprétation :

- Frange centrale blanche : en  $x=0$ , la différence de marche vaut  $\delta(M) = 0$  et donc l'ordre d'interférences vaut  $p=0$  pour toutes les longueurs d'ondes. Ainsi toutes les longueurs d'ondes vont participer à la construction de l'intensité d'où le blanc identique à la source.
- Franges colorées : pour  $x$  proche de 0, l'ordre d'interférences est faible lorsque  $\lambda$  décrit le spectre de la lumière blanche. La figure suivante donne la répartition spectrale de la source et sur l'écran en un point où  $p(400 \text{ nm})=2$ ,  $p(800 \text{ nm})=1$  et  $p(533 \text{ nm})=1,5$  : le bleu et le rouge sont donc renforcés sur l'écran alors que le vert est éteint. On voit alors une raie colorée rouge-violet.



- Blanc d'ordre supérieur : pour  $x$  grand devant l'interfrange, l'ordre d'interférences  $p$  est élevé et varie beaucoup lorsque  $\lambda$  décrit le spectre de la lumière blanche. La figure suivante donne un exemple de répartition spectrale de la source et de la lumière sur l'écran en un point où  $p(400 \text{ nm})=20$  : on voit que les raies renforcées sont à peu près équiréparties sur le spectre, ce qui explique qu'on voit un blanc analogue à celui de la source à l'œil nu. Au spectroscope, on voit apparaître des cannelures pour chaque valeur  $\lambda$  pour lesquelles  $p$  est demi-entier.

