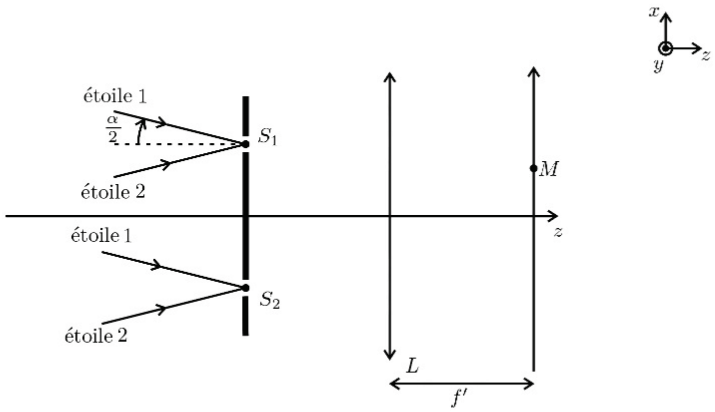
OP4 – Dispositif interférentiel par division du front d'onde

A – Travaux dirigés

OP41 – Etoiles à l'infini



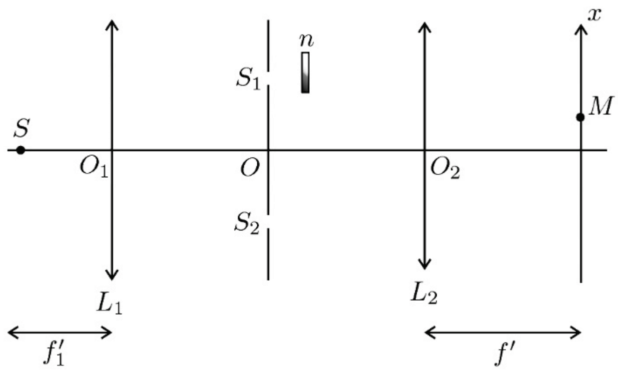
On considère deux étoiles à l'infini faisant entre elles un angle α très faible, de même éclairement ε_0, de même longueur d'onde. La lumière est diffractée par deux fentes S_1 *et* S_2 identiques, distantes de a et très fines. Un écran est placé dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale f' située après les fentes d'Young.

1°) Calculer l'éclairement dû à chaque étoile en un point M de l'écran.

2°) Déterminer le contraste de la figure d'interférences et en déduire pour quelles valeurs de a on observe un brouillage.

Rép : 1°) $\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)\right)$ et $\varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{a\alpha}{2}+\frac{ax}{f'}\right)\right)\right)$ 2°) $a = \frac{\lambda_0}{2\alpha}+\frac{k\lambda_0}{\alpha}$

OP42 – Fentes d'Young et lame



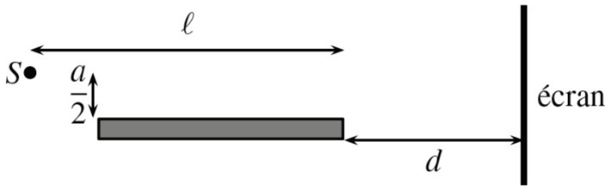
On réalise l'expérience des fentes d'Young sur la figure sans la lame d'indice n. S_1 *et* S_2 sont deux fentes fines identiques. La source S monochromatique (de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0{,}6\ \mu m$) est elle aussi une fente fine parallèle à S_1 *et* S_2 et coïncide avec le foyer objet de la lentille L_1 ; l'écran d'observation se trouve dans le plan focal image de la lentille L_2 de distance focale f'=1,0 m. La distance S_1S_2 est égale à a=1mm. L'indice de l'air vaut 1,0.

1°) Calculer l'interfrange i sur l'écran.

2°) Sur le trajet des rayons issus de S_1, on place une lame d'épaisseur e et d'indice n. Calculer le déplacement des franges pour n=1,5 et e=0,01mm.

Rép : 1°) $i = \lambda_0 \frac{f'}{a} = 0{,}6mm$ 2°) $x = \frac{(n-1)ef'}{a} = 5{,}0mm$

OP43 – Miroirs de Lloyd



On considère une dispositif interférentiel constitué d'une lame de verre plane utilisée comme miroir plan, éclairée sous incidence rasante. Un point source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0.

On rappelle que la réflexion sur un miroir s'accompagne d'un retard de phase égal à π.

1°) Les interférences sont obtenues par superposition de l'onde issue directement de S et de celle réfléchie par le miroir. En déduire quelles sont les deux sources qui produisent des interférences. Sont-elles cohérentes ?

2°) Représenter la marche des deux rayons lumineux qui interfèrent en un point M de l'écran. Vérifier que le dispositif fonctionne bien par division du front d'onde.

3°) Décrire le champ d'interférences. Les interférences sont-elles localisées ?

4°) L'écran est placé à la distance d du bord droit du miroir. La source est à la distance $\frac{a}{2}$ du miroir et la distance entre la source et le bord droit du miroir est notée l. Déterminer l'ordre d'interférences p(M), la différence de marche $\delta(M)$ et la différence de phase $\Delta\varphi(M)$ en un point M de l'écran.

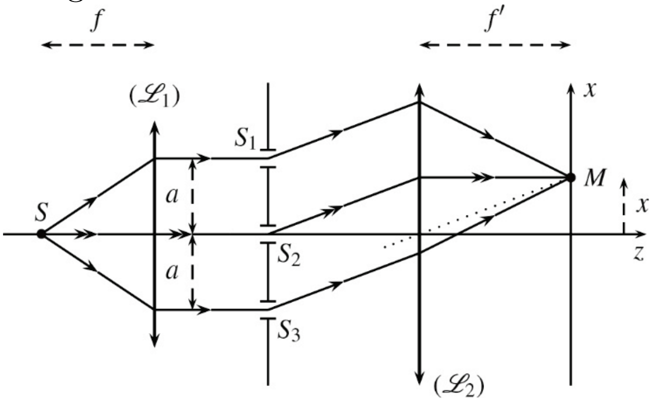
5°) En déduire l'expression de l'intensité vibratoire sur l'écran. Quelle est la forme géométrique des franges d'interférences ? Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente lumineuse allongée dans la direction orthogonale au plan de la figure sans dégrader la visibilité des franges ?

6°) On élargit maintenant la fente source dans la direction parallèle à l'écran. Sa largeur b est répartie également de part et d'autre de la position $\frac{a}{2}$. En utilisant le critère semi-quantitatif de visibilité des franges, estimer l'extension spatiale de la figure d'interférences où les franges restent visibles. On l'exprimera en fonction de l'interfrange i, de a et b.

Rép : 1°) Elles sont cohérentes 2°)… 3°) Non localisées 4°) $p(M) = \frac{nax}{\lambda_0(d+l)} + \frac{1}{2}$ 5°) Franges rectilignes

6°) $|x| \leq \frac{i}{2b}a$

OP44 – Trois trous d'Young



Trois trous d'Young S_1, S_2 et S_3, distants de a, sont éclairés par une source ponctuelle, émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0, placée au foyer principal objet d'une lentille convergente L_1. On observe les interférences à l'infini, c'est-à-dire en un point M dans le plan focal d'une lentille convergente L_2 de distance focale image f'.

1°) Les trois ondes qui interférent au point *M* sont-elles cohérentes ? Justifier votre réponse.

2°) Evaluer la différence de marche $\delta_{12}(M)$ puis $\varphi_{12}(M) = \varphi(M)$ du rayon passant par S_1 par rapport au rayon passant par S_2. Exprimer de même $\delta_{32}(M)$ et $\varphi_{32}(M)$.

3°) Notation complexe

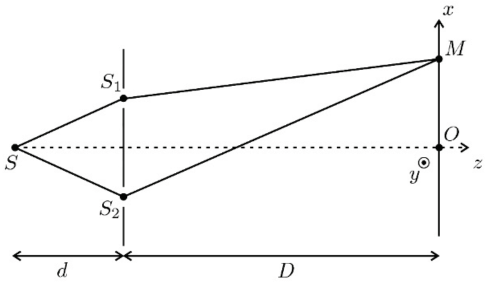
a) Dans le cas de deux sources S_1 et S_2 par exemple, on pose $\underline{s_i} = a_i e^{j(\omega t - \varphi_i(M))}$, retrouvez la formule de Fresnel sur l'éclairement en écrivant $I(M) = \frac{1}{2}K\underline{s}\,\underline{s}^*$.

b) On considère à nouveau les trois sources. Exprimez $\underline{s_3}$ et $\underline{s_1}$ en fonction de $\underline{s_2}$ et $\varphi(M)$. En déduire l'éclairement observé sur l'écran et représenter ses variations en fonction de la position du point d'observation *M*.

Rép : 1°) Cohérentes… 2°) $\varphi_{12}(M) = -\varphi_{32}(M) = -\frac{2\pi ax}{\lambda f'}$ 3a)… 3b) $I(M) = I_0(1 + 2\cos(\varphi(M))^2$

B – Exercices supplémentaires

OP45 – Trous d'Young et largeur de source



On considère deux trous S_1 et S_2 identiques, distants de a. Les distances D et d sont très grandes devant a. L'indice de l'air vaut 1. La source de lumière de longueur d'onde dans le vide λ_0 est placée en S.

1°) Comment s'appelle le dispositif ?

2°) Démontrer la formule des interférences à deux ondes.

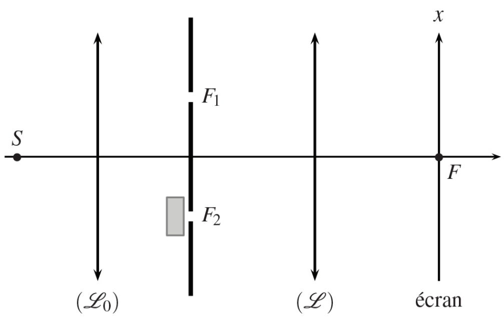
3°) Que vaut l'interfrange ?

4°) On tient compte de la largeur b de la source S. Représenter graphiquement le contraste de la figure d'interférences en fonction de b.

Rép : 1°) Dispositif à division du front d'onde 2°) $\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0(1 + cos\Delta\varphi)$ 3°) $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$ 4°) $C = \left|sinc\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right)\right|$

OP46 – Frange achromatique

On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation dans le plan focal image d'une lentille L, la source S étant placé au foyer objet d'une lentille L_0 :



1°) Décrire la figure d'interférence observée ainsi que la répartition de l'intensité vibratoire ε(x) sur l'écran.

Application numérique : F_1F_2= a =1mm ; $\lambda_0 = 600$ nm ; f'=50 cm. Calculer l'interfrange.

2°) Une lame de verre d'épaisseur e, d'indice n, est placée avant F_1 (voir figure). Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ?

Application numérique : n = 1,500 et e = 0,01mm.

3°) On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \text{ où } A = 1{,}489 \text{ et } B = 0{,}004\ \mu m^2$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle $\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \lambda_0} = 0$ pour $\lambda_0 = \lambda_{0m} = 600nm$, longueur d'onde moyenne du spectre visible.

- Déterminer, la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente.

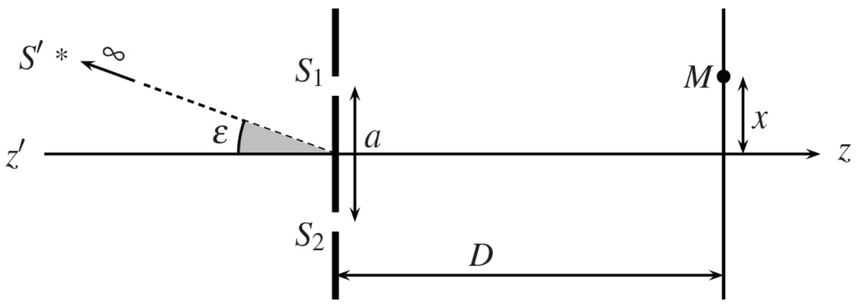
4°) Pour mesurer l'épaisseur e d'une lame à faces parallèles d'indice n, l'écart entre les positions, sur l'écran, de l'unique frange blanche (qui est aussi la mieux contrastée) avant et après l'introduction de la lame. Quelle erreur relative commet-on sur la mesure de e si on considère que n = 1,500 indépendamment de la longueur d'onde ?

5°) Dans cette question on néglige la dispersion (B=0). Sachant que le dispositif des fentes de Young permet d'obtenir des différences de marche géométriques allant de 0 à 10 μm, quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prend une lame ayant 1 mm d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence de la lumière blanche peut être estimée en pratique à environ 3 μm.

Rép : 1°) $\varepsilon(x) = 2\varepsilon_0(1 + cos\Delta\varphi)$ et $i = 0{,}3mm$ 2°) N=8,3 3°) $\frac{x''_o - x_{0'}}{i} = -0{,}37$ 4°) $\frac{x''_o - x_{0'}}{x_{0'}} = -4{,}4\%$ 5°) Les franges disparaissent…

OP47 – Méthode de Michelson et Pease

Une source monochromatique S' de longueur d'onde λ_0 éclaire un dispositif classique de trous d'Young. Les notations sont précisées sur la figure suivante. La source S' est située à l'infini dans une direction qui forme un angle ε avec l'axe (z'z). On suppose $|x| \ll D, a \ll D \text{ et } \varepsilon \ll 1$.



1°) En tenant compte de ces approximations, exprimer l'ordre d'interférences p(M) en fonction de x, a, D et ε, où x représente l'abscisse du point M.

2°)

a) Une seconde source S'', identique à la précédente, est placée symétriquement à S' par rapport à l'axe (z'z), c'est-à-dire dans une direction qui forme l'angle $-\varepsilon$ avec l'axe (z'z). Les sources S' et S'' sont supposées incohérentes. Un dispositif adapté permet de faire varier a, les paramètres ε et λ_0 restant fixes. Déterminer les valeurs de a qui correspondent à une annulation de la visibilité des franges d'interférences au point M.

b) Application. Les deux sources S' et S'' sont les deux composantes d'une étoile double. Dans le cas de Capella, pour λ_0= 635 nm, on trouve que la plus petite valeur de a annulant la visibilité des franges vaut $a_0 = 116{,}5\ cm$. En déduire la valeur de ε (par souci de simplicité, on prendra l'indice des milieux traversés égal à 1).

Rép : 1°) $p(M) = \frac{na\varepsilon}{\lambda_0} + \frac{nax}{\lambda_0 D}$ 2a) $a_m = m\frac{\lambda_0}{2n\varepsilon} - \frac{\lambda_0}{4n\varepsilon}$ 2b) $\varepsilon = \frac{\lambda_0}{4a}$