OP4 – Dispositif interférentiel par division du front d'onde

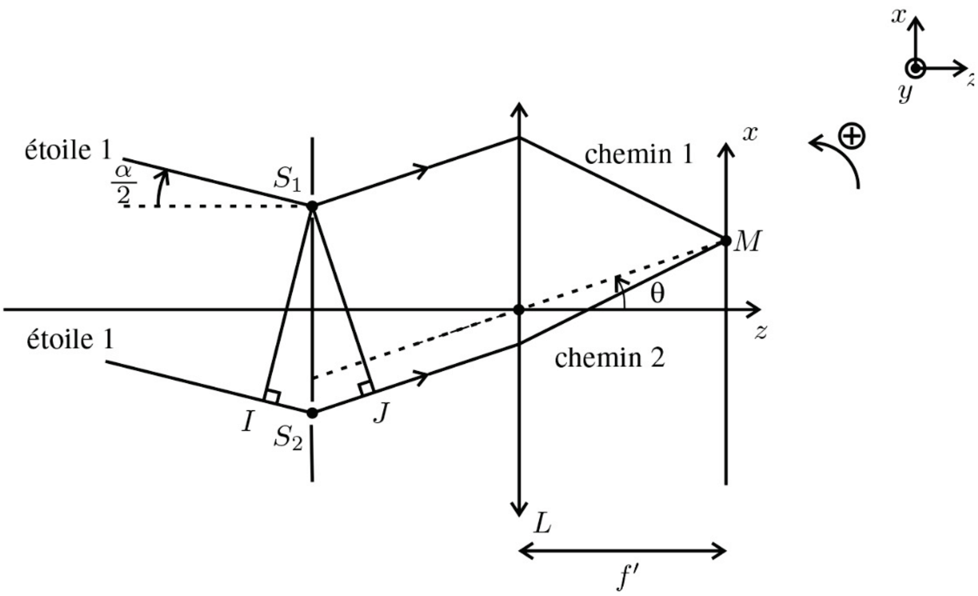
A – Travaux dirigés

OP41 – Etoiles à l'infini

1. Chaque étoile donne un système d'interférences par le dispositif des fentes d'Young. Comme l'étoile 1 est à l'infini, on peut considérer qu'au voisinage des fentes d'Young, on a une onde plane. $S_1 I$ est un plan d'onde, donc $\left[\text{objet}_1 S_1\right] = \left[\text{objet}_1 I\right]$. D'après le principe de retour inverse de la lumière, $S_1 J$ est aussi un plan d'onde (une lentille ne modifie pas la différence de marche) :

$$[S_1 M] = [JM]$$

D'après l'énoncé, $\alpha \ll 1$. Comme on travaille dans les conditions de Gauss, alors $\theta \ll 1$ et $\tan\theta = \theta = \dfrac{x}{f'}$.



Attention aux signes : $\alpha < 0$ et $\theta > 0$ sur la figure.
La différence de marche est :

$$\delta = IS_2 + S_2J = -a\frac{\alpha}{2} + a\frac{x}{f'}$$

puisque $\tan\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right) \approx -\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{IS_2}{S_1S_2} = \dfrac{IS_2}{a}$ et $\tan(\theta) \approx \theta = \dfrac{S_2J}{S_1S_2} = \dfrac{S_2J}{a}$

L'éclairement au point M dû à l'étoile 1 est :

$$\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)$$

Soit :

$$\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(-a\frac{\alpha}{2} + a\frac{x}{f'}\right)\right)\right)$$

On en déduit directement l'éclairement dû à l'étoile 2 en remplaçant α par $-\alpha$:

$$\varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(a\frac{\alpha}{2} + a\frac{x}{f'}\right)\right)\right)$$

2. Les objets sont incohérents. On fait donc la somme des éclairements :

L'éclairement total est : $\varepsilon(M) = \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M)$

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(-a\frac{\alpha}{2} + a\frac{x}{f'}\right)\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(a\frac{\alpha}{2} + a\frac{x}{f'}\right)\right)\right)$$

On utilise les formules de trigonométrie :

$$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

On a alors :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(2 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}a\frac{x}{f'}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}a\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

Soit :

$$\varepsilon(M) = 4\varepsilon_0\left(1 + \cos\left(\frac{\pi a\alpha}{\lambda_0}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}a\frac{x}{f'}\right)\right)$$

On pose :

$$\Gamma = \cos\left(\frac{\pi a\alpha}{\lambda_0}\right)$$

L'éclairement s'écrit :

$$\varepsilon(M) = 4\varepsilon_0\left(1 + \Gamma\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}a\frac{x}{f'}\right)\right)$$

Le contraste est par définition :

$$C = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}}$$

Lorsque x varie, le terme $\Gamma = \cos\left(\dfrac{\pi a\alpha}{\lambda_0}\right)$ est constant alors que le terme $\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_0}a\dfrac{x}{f'}\right)$ varie de -1 à 1. On peut donc en déduire les valeurs minimales et maximales de l'éclairement :

$$\varepsilon_{\max} = 4\varepsilon_0(1 + |\Gamma|) \quad \text{et} \quad \varepsilon_{\min} = 4\varepsilon_0(1 - |\Gamma|).$$

D'où :

$$C = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}} = \frac{4\varepsilon_0(1 + |\Gamma|) - 4\varepsilon_0(1 - |\Gamma|)}{4\varepsilon_0(1 + |\Gamma|) + 4\varepsilon_0(1 - |\Gamma|)} = |\Gamma|$$

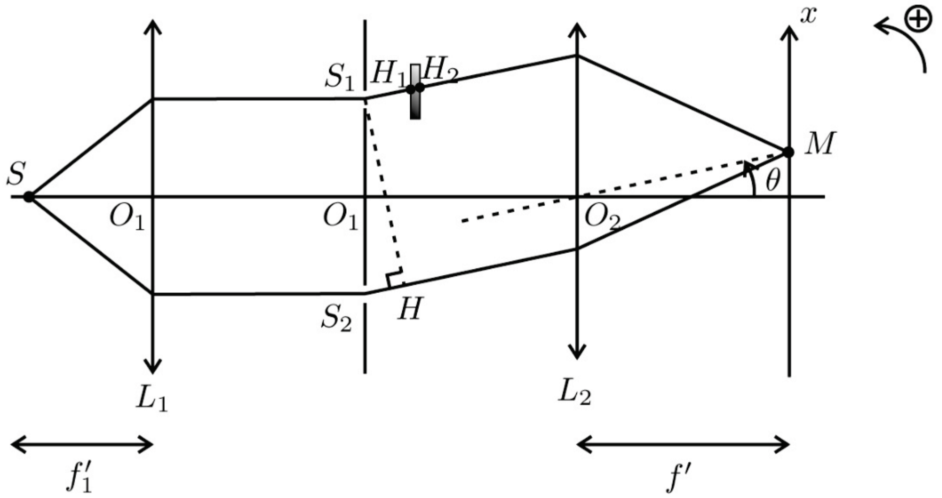
On a un brouillage si $C = 0$, soit $\dfrac{\pi a\alpha}{\lambda_0} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. On a alors :

$$a = \frac{\lambda_0}{2\alpha} + k\frac{\lambda_0}{\alpha}$$

avec k entier.

OP42 – Fentes d'Young et lame

1. On travaille dans les conditions de Gauss : $\sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta = \dfrac{x}{f'}$.



Sans la lame :
D'après le théorème de Malus, S_1S_2 est un plan d'onde, donc $[SS_1] = [SS_2]$.
D'après le principe de retour inverse de la lumière et le théorème de Malus, S_1H serait un plan d'onde. On a donc : $[S_1M] = [HM]$.
La différence de marche entre SS_2M et SS_1M est :

$$\delta = [SS_2M] - [SS_1M] = S_2H = a\sin\theta = a\theta$$

L'ordre d'interférences au point M est : $p = \dfrac{\delta}{\lambda_0} = \dfrac{ax}{\lambda_0 f'}$

La frange centrale est obtenue pour $p = 0$, soit $x = 0$.
L'interfrange est donné par la formule : $p(x+i) = p(x) + 1$.
On a alors : $\dfrac{a\,(x+i)}{\lambda_0 f'} = \dfrac{ax}{\lambda_0 f'} + 1$.
On observe des franges rectilignes parallèles à $\vec{u}_y$ d'interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0 f'}{a} = 0{,}6\ \mathrm{mm}$$

2. Avec la lame :
La nouvelle différence de marche est : $\delta' = \dfrac{ax}{f'} - (n-1)\,e$

puisqu'on enlève le chemin optique dans l'air que l'on remplace par celui dans la lame. On néglige l'inclinaison dans la lame puisqu'on travaille dans les conditions de Gauss avec $\theta \ll 1$.
Le nouvel ordre d'interférences est : $p' = \dfrac{\delta'}{\lambda_0} = \dfrac{ax}{\lambda_0 f'} - \dfrac{(n-1)\,e}{\lambda_0}$

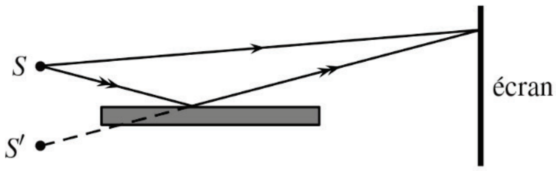
La frange centrale est obtenue pour $p' = 0$, soit : $x = \dfrac{(n-1)\,ef'}{a} = 5{,}0\ \mathrm{mm}$

La frange centrale s'est donc déplacée vers le haut de 5,0 mm.
L'interfrange n'est pas modifié et vaut toujours 0,60 mm.

OP43 – Miroirs de Lloyd

1. Les deux sources qui interfèrent sont la source S elle-même et la source S' image de S par le miroir (elles sont représentées sur la figure suivante). Ce sont deux sources ponctuelles, de même pulsation, mais aussi synchrones : elles sont donc cohérentes.

2. La marche des deux rayons lumineux qui parviennent en M sur l'écran est représentée sur la figure suivante.



On constate que ce sont bien deux rayons distincts issus de S qui donnent les deux rayons qui parviennent en M : le dispositif fonctionne bien par division du front d'onde.

3. Le champ d'interférences est limité au recouvrement des faisceaux lumineux issus de la source S et du faisceau lumineux réfléchi. Celui-ci est limité par les deux rayons, issus de S', et qui s'appuient sur les bords du miroir. Le dispositif à division du front d'ondes étudié ici est éclairé par une source ponctuelle : les interférences ne sont pas localisées.

4. Les deux sources sont distantes de a et la distance entre les deux sources et l'écran est $d+\ell$. On en déduit les expressions demandées sans oublier le retard de phase égal à π, associé à la réflexion sur le miroir. L'abscisse $x = 0$ doit être positionnée sur l'axe médiateur des deux sources S et S'.

- $p(M) = \dfrac{nax}{\lambda_0(d+\ell)} + \dfrac{1}{2}$;
- $\delta(M) = \dfrac{nax}{d+\ell} + \dfrac{\lambda_0}{2}$;
- $\Delta\varphi(M) = \dfrac{2\pi nax}{\lambda_0(d+\ell)} + \pi$.

5. L'éclairement au point M d'abscisse x est : $\mathscr{E}(x) = 2\mathscr{E}_0\left(1-\cos\left(\dfrac{2\pi nax}{\lambda_0(d+\ell)}\right)\right)$. L'éclairement ne dépend que de x : les franges sont donc rectilignes. Dans le cours, nous avons vu, dans le cas analogue des trous d'Young, qu'il état possible d'étendre la source dans une direction orthogonale à l'axe des deux sources sans que le contraste de la figure d'interférences ne soit affecté.

6. Si l'on rapproche la source S du miroir d'une distance $b/2$, alors la source S' se rapproche aussi de la même distance $b/2$. Par suite, la distance entre S et S' devient $a-b$ et l'ordre d'interférences au point M s'écrit alors (l'axe médiateur de S et S' n'est pas modifié, donc l'origine $x = 0$ reste la même) :

$$p'(M) = \frac{n(a-b)x}{\lambda_0(d+\ell)} + \frac{1}{2}.$$

La variation de l'ordre d'interférences au point M est : $\Delta p(M) = p'(M) - p(M) = -\dfrac{nbx}{\lambda_0(d+\ell)}$.
Considérons maintenant une source élargie de largeur totale b. La calcul que nous venons de faire correspond à l'évaluation de la variation de l'ordre d'interférences lorsqu'on considère une source ponctuelle au centre de la source étendue puis sur son bord. On obtient donc : $|\Delta p(M)| = \dfrac{nb|x|}{\lambda_0(d+\ell)}$. Les franges restent visibles en M à condition que $|\Delta p(M)| \leq 1/2$, soit pour :

$$\frac{nb|x|}{\lambda_0(d+\ell)} \leq \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad |x| \leq \frac{\lambda_0(d+\ell)}{2nb}.$$

L'interfrange se lit dans l'expression de l'éclairement en l'écrivant sous la forme : $\mathscr{E}(x) = 2\mathscr{E}_0\left(1-\cos\left(\dfrac{2\pi x}{i}\right)\right)$. On obtient : $i = \dfrac{\lambda_0(d+\ell)}{na}$. On en déduit finalement que les franges restent bien visibles pour x vérifiant la condition suivante :

$$|x| \leq i\frac{a}{2b}.$$

OP44 – Trois trous d'Young

1°) Les trois ondes qui interfèrent en M sont issues d'une même source ponctuelle qui émet une radiation supposée parfaitement monochromatique. Elles sont donc cohérentes.

2°) On retrouve le même calcul que pour les trous d'Young d'où :

$$\begin{cases} \delta_{12} = -\dfrac{ax}{f'} \Rightarrow \varphi_{12} = -\dfrac{2\pi ax}{\lambda f'} = -\varphi \\ \delta_{32} = \dfrac{ax}{f'} \Rightarrow \varphi_{32} = \dfrac{2\pi ax}{\lambda f'} = \varphi \end{cases}$$

3°) a)

Soit : $\underline{s} = \left(a_1 e^{j\left(\omega t - \varphi_1(M)\right)} + a_2 e^{j\left(\omega t - \varphi_2(M)\right)}\right)$

$$\Rightarrow I(M) = \frac{1}{2}K\left(a_1 e^{j\left(\omega t - \varphi_1(M)\right)} + a_2 e^{j\left(\omega t - \varphi_2(M)\right)}\right)\left(a_1 e^{-j\left(\omega t - \varphi_1(M)\right)} + a_2 e^{-j\left(\omega t - \varphi_2(M)\right)}\right)$$

$$\Rightarrow I(M) = \frac{1}{2}Ka_1^2 + \frac{1}{2}Ka_2^2 + Ka_1a_2\left(e^{j\left(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)} + e^{-j\left(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)}\right)$$

$$\Rightarrow I(M) = \frac{1}{2}Ka_1^2 + \frac{1}{2}Ka_2^2 + 2Ka_1a_2 cos\left(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)$$

$$\Rightarrow I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\, cos(\Delta\varphi)$$

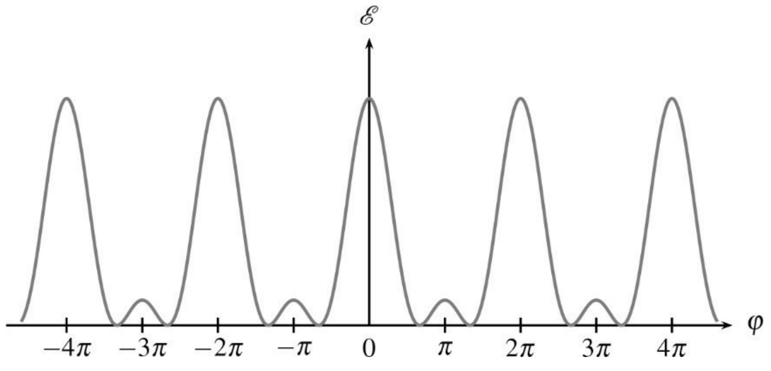
3°) b) On a :

$$\underline{s}_3 = \underline{s}_2 e^{j\varphi}\ et\ \underline{s}_1 = \underline{s}_2 e^{-j\varphi}$$

$$\Rightarrow \underline{s} = \underline{s}_2\left(1 + e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}\right)$$

$$\Rightarrow \underline{s} = \underline{s}_2(1 + 2\cos(\varphi))$$

$$\Rightarrow I = I_2(1 + 2\cos(\varphi))^2$$



B – Exercices supplémentaires

OP45 – Trous d'Young et largeur de source

1. C'est un dispositif à division du front d'onde puisque les deux ondes proviennent de rayons lumineux différents issus de la source S avec une division géométrique.

2. Amplitude complexe de l'onde 1 :

Au point M, la vibration de l'onde 1 est : $s_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \phi_1\right)$.

La vibration complexe est : $\underline{s_1} = A_1 \exp\left(-i\left(\omega t - \phi_1\right)\right)$.

L'amplitude complexe est : $\underline{a_1} = A_1 \exp\left(i\phi_1\right)$.

Amplitude complexe de l'onde 2 :

Au point M, la vibration de l'onde 2 est : $s_2 = A_2 \cos\left(\omega t - \phi_2\right)$.

L'amplitude complexe est : $\underline{a_2} = A_2 \exp\left(i\phi_2\right)$.

Amplitude totale :

Pour des ondes cohérentes, on fait la somme des amplitudes complexes :

$$\underline{a} = \underline{a_1} + \underline{a_2} = A_1 \exp\left(i\phi_1\right) + A_2 \exp\left(i\phi_2\right)$$

L'éclairement est : $\varepsilon = K\underline{a}\underline{a}^*$

$= K\left(A_1 \exp\left(i\phi_1\right) + A_2 \exp\left(i\phi_2\right)\right)\left(A_1 \exp\left(-i\phi_1\right) + A_2 \exp\left(-i\phi_2\right)\right)$

On a alors :

$$\varepsilon = K\left(A_1^2 + A_2^2 + A_1A_2 \exp\left(i\left(\phi_2 - \phi_1\right)\right) + A_1A_2 \exp\left(-i\left(\phi_2 - \phi_1\right)\right)\right)$$

On pose $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$, soit : $\varepsilon = KA_1^2 + KA_1^2 + 2KA_1A_2\cos\left(\Delta\phi\right)$

Finalement, on obtient :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_2}\cos\left(\Delta\phi\right)$$

Dans le cas particulier très fréquent où les deux ondes ont le même éclairement ε_0, on a : $\varepsilon\left(M\right) = 2\varepsilon_0\left(1 + \cos\left(\Delta\phi\left(M\right)\right)\right)$

3. La différence de marche est :

$$\begin{aligned}\delta\left(M\right) &= \left[SS_2M\right] - \left[SS_1M\right] = n_{\text{air}}\left(\left(SS_2M\right) - \left(SS_1M\right)\right)\\ &= \left(SS_2M\right) - \left(SS_1M\right)\end{aligned}$$

puisque l'indice de l'air vaut 1.

Comme $SS_1 = SS_2$, alors $\delta\left(M\right) = S_2M - S_1M$

$$S_1\left|\begin{matrix}\dfrac{a}{2}\\ 0\\ -D\end{matrix}\right. \quad ; \quad S_2\left|\begin{matrix}-\dfrac{a}{2}\\ 0\\ -D\end{matrix}\right. \quad ; \quad M\left|\begin{matrix}x\\ y\\ 0\end{matrix}\right.$$

On a donc : $S_1M = \sqrt{\left(x - \dfrac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D\sqrt{1 + \dfrac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} + \dfrac{y^2}{D^2}}$.

On fait un développement limité à l'ordre 1 :

$$S_1M \simeq D\left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right)$$

De même, on obtient :

$$S_2M = D\sqrt{1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{D^2} + \frac{y^2}{D^2}} = D\left(1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right).$$

La différence de marche est :

$$\delta(M) = \left(D\left(1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right) - D\left(1 + \frac{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right)\right)$$

Soit :

$$\delta(M) = D\left(\frac{x^2 + \frac{a^2}{4} + ax}{2D^2}\right) - D\left(\frac{x^2 + \frac{a^2}{4} - ax}{2D^2}\right) = \frac{ax}{D}$$

L'ordre d'interférences est :

$$p = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_0 D}$$

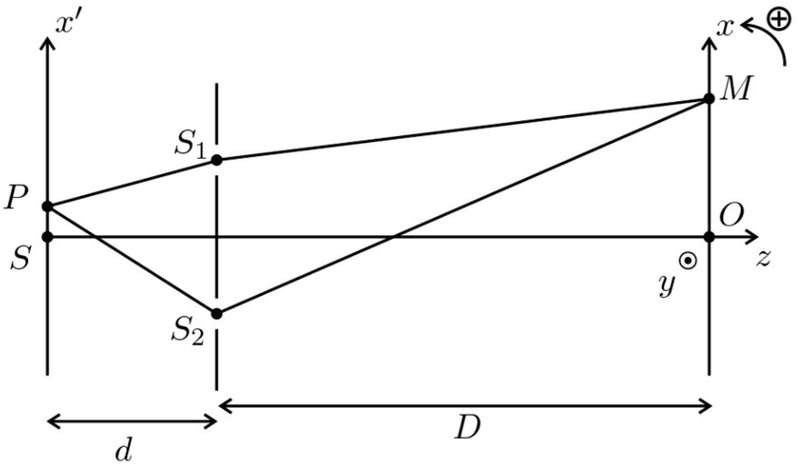
La formule de Fresnel s'écrit :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(1 + \cos(2\pi p)\right)$$

On a donc des franges rectilignes perpendiculaires à Ox car à p fixé, x est fixé.
Pour calculer l'interfrange, on utilise la relation : $p(x+i) = p(x) + 1$.

On a donc : $\dfrac{a(x+i)}{\lambda_0 D} = \dfrac{ax}{\lambda_0 D} + 1$, ce qui donne : $i = \dfrac{\lambda_0 D}{a}$

4.



La différence de marche entre les deux rayons lumineux est :

$$\begin{aligned}\delta &= [PS_2M] - [PS_1M] = (PS_2M) - (PS_1M)\\ &= \{PS_2 - PS_1\} + \{S_2M - S_1M\}\end{aligned}$$

On a vu dans la question précédente que : $S_2M - S_1M \approx \dfrac{ax}{D}$.

De même, on a : $PS_2 - PS_1 = \dfrac{ax'}{d}$.

La différence de marche vaut donc :

$$\delta = \frac{ax}{D} + \frac{ax'}{d}$$

La fente source a une largeur b. Il faut considérer un élément de longueur dx' autour de P. La contribution de l'éclairement dû à dx' au point M est :

$$\mathrm{d}\varepsilon\,(M) = 2A_0\mathrm{d}x'\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)$$

Il reste à intégrer x' entre $-\dfrac{b}{2}$ et $\dfrac{b}{2}$ pour calculer l'éclairement total au point M.

On a donc :

$$\varepsilon\,(M) = \int_{x_F-\frac{b}{2}}^{x_F+\frac{b}{2}} 2A_0\mathrm{d}x'\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ax'}{d}\right)\right)\right)$$

Soit :

$$\varepsilon\,(M) = 2A_0b + \left[\frac{2A_0\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ax'}{d}\right)\right)}{\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a}{d}}\right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}$$

D'où :

$$\varepsilon\,(M) = 2A_0b + \frac{A_0\lambda_0 d}{\pi a}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{a\left(\frac{b}{2}\right)}{d}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{a\left(-\frac{b}{2}\right)}{d}\right)\right)\right]$$

Or $\sin p - \sin q = 2\sin\left(\dfrac{p-q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)$, d'où :

$$\varepsilon(M) = 2A_0 b + \frac{A_0\lambda_0 d}{\pi a} 2\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D}\right)\right)$$

On pose $\Gamma = \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right)}{\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}}$

L'éclairement s'écrit sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2A_0 b\left(1 + \Gamma\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D}\right)\right)\right)$$

Si b est très petit, la fonction sinus-cardinal vaut 1. On retrouve la formule classique des interférences de la question 1.
Si on fait varier x, le terme dans le cosinus est un terme variable alors que le terme dans le sinus cardinal est un terme constant.
Le contraste de la figure d'interférences est défini par :

$$C = \frac{\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_{\text{min}}}{\varepsilon_{\text{max}} + \varepsilon_{\text{min}}}$$

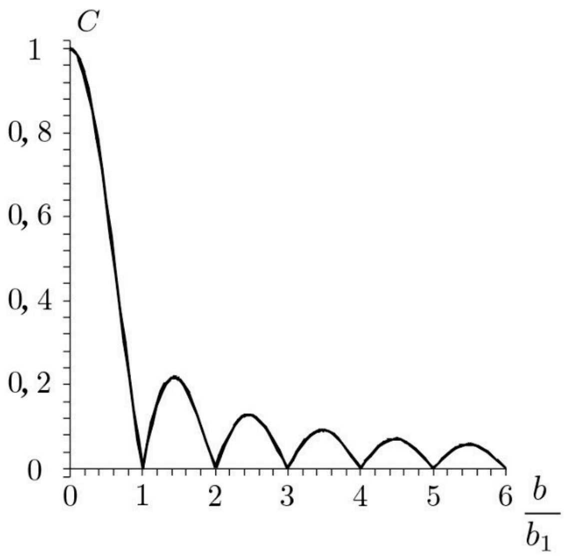
Lorsque x varie, on a : $\varepsilon_{\text{max}} = 2A_0 b\,(1 + |\Gamma|)$ et $\varepsilon_{\text{min}} = 2A_0 b\,(1 - |\Gamma|)$

D'où : $$C = \frac{(1+|\Gamma|) - (1-|\Gamma|)}{(1+|\Gamma|) + (1-|\Gamma|)} = |\Gamma| = \left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right)\right|$$

Quand le contraste diminue, on a des franges de moins en moins contrastées. Pour $C = 0$, on ne peut plus faire la différence entre les franges brillantes et les franges sombres.

Le contraste est nul pour $\left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right)\right| = 0$, soit $\frac{\pi ab}{\lambda_0 d} = n\pi$ avec n entier.

Le premier brouillage a lieu pour pour $n = 1$, soit $b_1 = \frac{\lambda_0 d}{a}$. Les autres ont lieu pour $b_n = nb_1$.



OP46 – Frange achromatique

1. Il s'agit de l'expérience des fentes de Young avec source ponctuelle à l'infini et écran à l'infini (montage de Fraunhofer). La construction des rayons et le calcul de la différence de marche se font comme dans le cours. La différence de marche au point M de l'écran d'abscisse $x = \overline{F'M}$ est :

$$\delta(x) = (SF_2M) - (SF_1M) = \frac{n_{\text{air}}ax}{f'},$$

et l'éclairement :

$$\mathscr{E}(x) = 2\mathscr{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi n_{\text{air}}ax}{\lambda_0 f'}\right)\right),$$

où $\mathscr{E}_0$ est l'éclairement uniforme obtenu lorsqu'on obstrue l'une des fentes. L'interfrange est : $i = \dfrac{\lambda_0 f'}{n_{\text{air}}a} = 0,3$ mm.

2. La lame donne au rayon qui la traverse un supplément de chemin optique valant $(n - n_{\text{air}})e$. La différence de marche devient : $\delta'(x) = \dfrac{n_{\text{air}}ax}{f'} + (n - n_{\text{air}})e$. La frange centrale se trouve à présent en : $x_0' = \dfrac{(n_{\text{air}} - n)ef'}{n_{\text{air}}a}$.

Le déplacement du système de franges correspond à un nombre de fois l'interfrange égal à : $\dfrac{x_0'}{i} = \dfrac{(n_{\text{air}} - n)e}{\lambda_0} = -8,3$.

3. À partir de $\Delta\varphi(x,\lambda) = \dfrac{2\pi\delta(x)}{\lambda_0} = \dfrac{2\pi n_{\text{air}}ax}{\lambda_0 f'} + \dfrac{2\pi(n - n_{\text{air}})e}{\lambda_0}$, on obtient :

$$\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial\lambda_0} = -\frac{2\pi e}{\lambda_0^2}\left(n - n_{\text{air}} + \frac{2B}{\lambda_0^2}\right) - \frac{2\pi n_{\text{air}}ax}{\lambda_0^2 f'}.$$

La frange achromatique est donc située en : $x_0'' = \left(n_{\text{air}} - n - \dfrac{2B}{\lambda_{0m}^2}\right)\dfrac{ef'}{n_{\text{air}}a}$.

On a : $\dfrac{x_0'' - x_0'}{i} = -\dfrac{2Be}{\lambda_{0m}^3} = -0,37$.

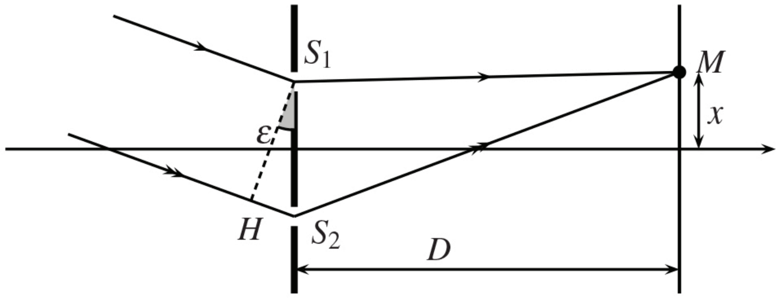
4. On mesure x_0''. Supposer que l'indice de la lame est constant revient à interpréter le résultat comme si c'était x_0'. L'erreur relative sur la détermination de e qui en découle est $\dfrac{x_0'' - x_0'}{x_0'} = -\dfrac{2B}{(n_{\text{air}} - n)\lambda_{0m}^2} = -4,4\%$.

5. Pour qu'on puisse trouver la frange centrale dans le champ d'interférence, il faut que la différence de marche supplémentaire apporté par la lame reste inférieure à 10 μm c'est à dire que : $e < e_{\text{max}} = \dfrac{\delta_{\text{max}}}{(n - n_{\text{air}})} = 20\ \mu$m.

Si l'on prend une lame de 1 mm d'épaisseur, la différence de marche dans le champ d'interférence est comprise entre $(n - n_{\text{air}})e - \delta_{\text{max}} = 490\ \mu$m et $(n - n_{\text{air}})e + \delta_{\text{max}} = 510\ \mu$m ; elle est donc nettement supérieure à la longueur de cohérence de la lumière blanche. Dans ce cas, les franges disparaissent lorsqu'on introduit la lame. On observe un blanc d'ordre supérieur.

OP47 – Méthode de Michelson et Pease

1. Pour évaluer la différence de marche en M, on se rapporte au schéma suivant :



Le plan passant par les points S_1 et H et orthogonal aux rayons incidents est un plan d'onde relatif à la source S'. On en déduit que : $(S'S_1) = (S'H)$. Par conséquent la différence de marche en M s'écrit :

$$\delta(M) = (S'S_2M) - (S'S_1M) = (HS_2) + (S_2M) - (S_1M) \, .$$

Sur la figure, on lit que $(HS_2) = na\varepsilon$. La différence de marche $(S_2M) - (S_1M)$ est celle qui a été vue dans le cours, et vaut $\frac{nax}{D}$. L'ordre d'interférences au point M s'en déduit : $p(M) = \frac{na\varepsilon}{\lambda_0} + \frac{nax}{\lambda_0 D}$.

2. a. Les deux sources S' et S'' sont deux sources distinctes, incohérentes. Chacune produit sur l'écran son propre système de franges d'interférences. La visibilité des franges s'annule lorsque, par exemple, la source S' produit au point M une frange brillante, alors que la source S'' produit au point M une frange sombre. Cela se traduit ainsi :

$$p = \frac{na\varepsilon}{\lambda_0} + \frac{nax}{\lambda_0 D} \quad \text{et} \quad q + \frac{1}{2} = -\frac{na\varepsilon}{\lambda_0} + \frac{nax}{\lambda_0 D} \, ,$$

où p et q sont deux entiers. On précise que l'ordre d'interférences en M associé à la source S'' se déduit de celui associé à S' en changeant ε en $-\varepsilon$. On obtient ensuite, en posant $m = p - q$ (m entier), par différence :

$$m - \frac{1}{2} = \frac{2na\varepsilon}{\lambda_0} \, .$$

Les valeurs de a qui correspondent à l'annulation de la visibilité s'en déduisent :

$$a_m = m\frac{\lambda_0}{2n\varepsilon} - \frac{\lambda_0}{4n\varepsilon} \, ,$$

avec $m \in \mathbb{N}^*$ car $a_m < 0$ n'a pas de sens.

b. La plus petite valeur positive de a est obtenue pour $m = 1$. On obtient : $\varepsilon = \frac{\lambda_0}{4a}$ (avec $n = 1$). L'application numérique donne : $\varepsilon = 1,3 \times 10^{-7}$ rad. Cette méthode permet de mesurer des angles très faibles.