

OP4 - Dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young

1.3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young		
Dispositif-modèle des trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif (source ponctuelle à grande distance finie ; observation à grande distance finie). Champ d'interférences. Ordre d'interférences. Franges d'interférences.	Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences. Justifier la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young.	Ces notions seront accompagnées d'une grande partie effectuée en TP.
Du dispositif-modèle au dispositif réel. Fentes d'Young. Montage de Fraunhofer.	Identifier l'effet de la diffraction sur la figure observée. Expliquer l'intérêt pratique du dispositif des fentes d'Young comparativement aux trous d'Young. Exprimer l'ordre d'interférences sur l'écran dans le cas d'un dispositif des fentes d'Young utilisé en configuration de Fraunhofer.	Ces notions seront accompagnées d'une grande partie effectuée en TP.
Perte de contraste par élargissement spatial de la source.	Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales.	
Perte de contraste par élargissement spectral de la source.	Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales. Relier la longueur de cohérence temporelle, la largeur spectrale et la longueur d'onde en ordres de grandeur.	
Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).	Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.	Le spectromètre à fibre optique sera utilisé en TP pour mettre en évidence cette partie.

I – Le dispositif des trous d'Young

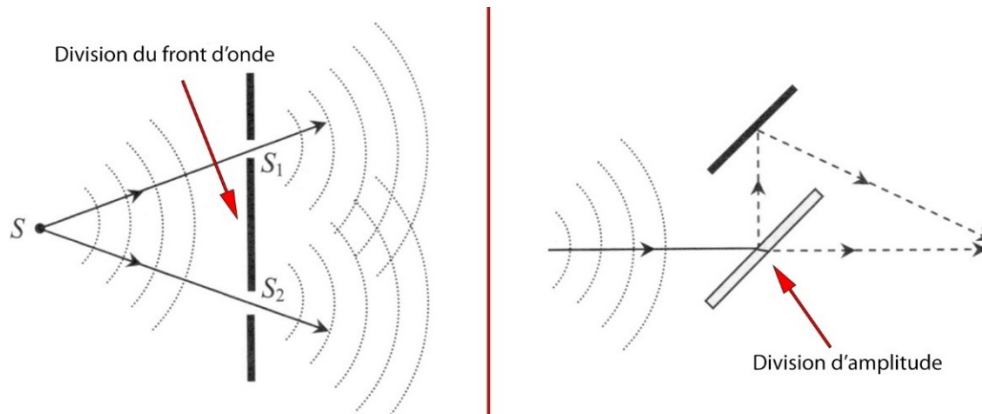
I-1) Les dispositifs interférentiels

On ne sait pas réaliser deux sources synchrones différentes (nécessaire) pour observer un phénomène d'interférence. L'idée est de générer 2 sources (S_1) *et* (S_2) secondaires à l'aide d'une seule source. Les dispositifs interférentiels sont classés en 2 types :

- Les dispositifs à division du front d'onde
- Les dispositifs à division d'amplitude

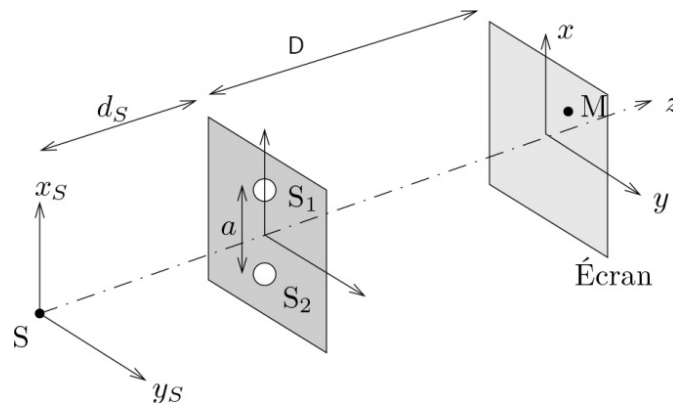
Dans le cas des dispositifs à division du front d'onde : les 2 rayons interférant en M sont issus de 2 rayons différents émis par S.

Dans le cas des dispositifs à division d'amplitude : on utilise 1 seul rayon émis par S. Une surface partiellement réfléchissante opère une division énergétique du faisceau. Les 2 rayons résultants interfèrent après avoir parcouru des trajets différents. (Chapitre suivant).



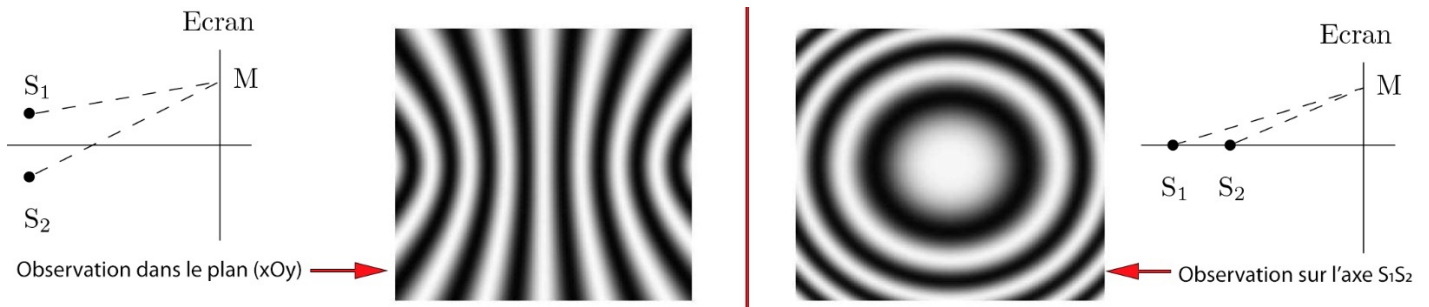
I-2) Le dispositif des trous d'Young

Une source ponctuelle, éclaire un écran opaque percé de deux trous (S_1) et (S_2). La source est placée « à grande distance » de l'écran, mais est équidistante des deux trous. On dispose, aussi à « grande distance » au-delà du plan des deux trous, un écran d'observation.



Sur l'écran on observe des franges rectilignes (parallèles à l'axe (Oy)).

Remarque : Si on place l'écran sur l'axe (S_1S_2) On observe des anneaux sombres et brillants, car il y a une symétrie de révolution.



II - Champ d'interférences

II-1) Localisation des franges

Le point M a pour coordonnées (x, y, D) . Le champ d'interférences correspond à tout le volume de l'espace où les ondes diffractées par les deux trous se recouvrent. Expérimentalement, on constate que les franges d'interférences sont visibles sur l'écran d'observation quelle que soit sa position au-delà des deux trous. On dit que les interférences sont non localisées. Cette propriété est propre aux dispositifs interférentiels fonctionnant par division du front d'onde. On admet sa généralisation.

Les interférences produites par un dispositif interférentiel fonctionnant en division du front d'onde sont non localisées : elles sont observables en tout point du champ d'interférences.

II-2) Différence de marche

Soit : $\delta = (S_2M) - (S_1M)$

$$\text{Or : } \begin{cases} S_2M = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + y^2} = D \sqrt{1 + \frac{y^2}{D^2} + \left(\frac{x}{D} + \frac{a}{2D}\right)^2} \\ S_1M = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + y^2} = D \sqrt{1 + \frac{y^2}{D^2} + \left(\frac{x}{D} - \frac{a}{2D}\right)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S_2 M \sim D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{ax}{D^2} + \frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{4D^2} + \frac{x^2}{D^2} \right) \right) \\ S_1 M \sim D \left(1 + \frac{1}{2} \left(-\frac{ax}{D^2} + \frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{4D^2} + \frac{x^2}{D^2} \right) \right) \end{cases}$$

Donc :

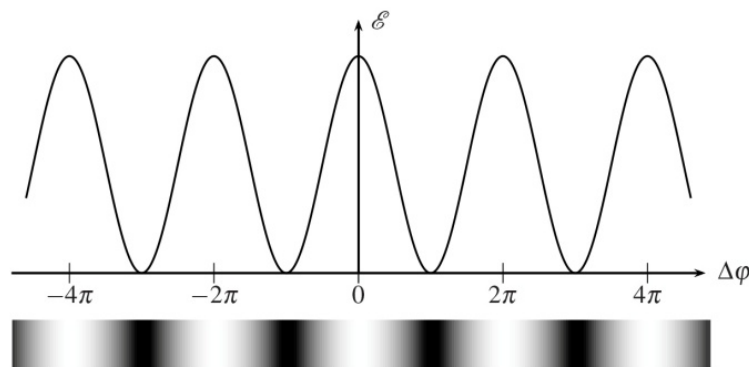
$$\begin{aligned} \delta &\sim nD \times \frac{ax}{D^2} \\ \Rightarrow \delta &= \frac{nax}{D} \end{aligned}$$

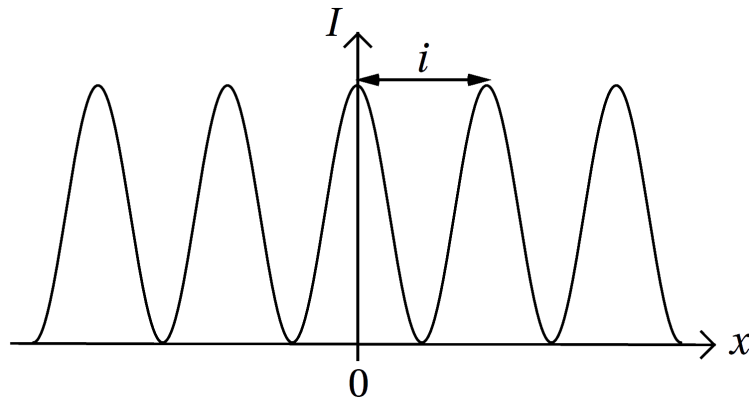
Par conséquent :

- $\delta(M) = \frac{nax}{D}$
- $\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi nax}{\lambda_0 D}$
- $p(M) = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{nax}{\lambda_0 D}$
- $I(M) = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi(M)))$
 $\Rightarrow I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi nax}{\lambda_0 D} \right) \right)$

II-3) Interfrange

L'éclairement de ne dépend que de x : on observe donc sur l'écran des franges rectilignes, alternativement sombres et brillantes.





L'éclairement présente une période spatiale qu'on nomme interfrange.

$$i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda_0 D}{na} = \frac{\lambda_n D}{a}$$

L'interfrange s'écrit :

$$i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda_0 D}{na} = \frac{\lambda_n D}{a}$$

La frange pour $p=0$ s'appelle frange centrale.

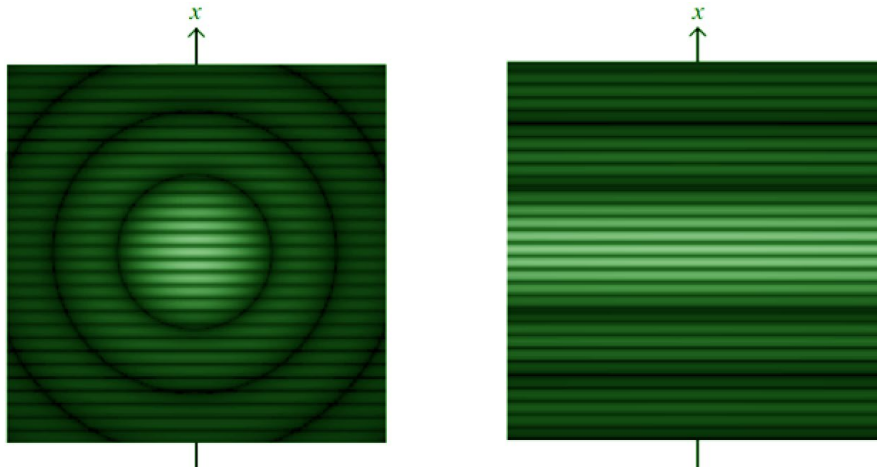
II-4) Fentes d'Young

a) Intérêt principal

Dans le cas des trous d'Young, on observe sur l'écran des franges rectilignes parallèles à (Oy) ; la figure d'interférences est donc invariante par translation suivant \vec{u}_y . Si on remplace les trous par deux fentes « infinies » rectilignes parallèles à \vec{u}_y , le système interférentiel reste invariant suivant (Oy) .

La figure d'interférences l'étant déjà, elle le reste.

L'intérêt d'utiliser des fentes plutôt que des trous est de faire passer plus de lumière et de renforcer ainsi l'intensité de la figure d'interférences.



Figures d'interférences obtenues dans un dispositif de trous d'Young ou de fentes d'Young.

À la figure d'interférences prévue, on remarque qu'un phénomène supplémentaire apparaît : c'est la diffraction.

b) Effet de la diffraction

On peut voir sur la figure que la zone sur laquelle les interférences sont observables est limitée spatialement. C'est le phénomène de diffraction par les trous (ou les fentes) qui définit le champ d'interférences. Le profil d'intensité sur l'écran résulte donc de la contribution de deux phénomènes.

Le profil d'intensité sur l'écran résulte donc de la contribution de deux phénomènes :

- Les interférences des ondes issues des deux trous d'Young donnant des franges brillantes et sombres ;
- La diffraction qui limite la zone d'observation des interférences modulant ainsi la figure d'interférences.

L'intensité sur l'écran s'écrit sous la forme :

$$I(M) = I_{diff}(M)I_{interf}(M)$$

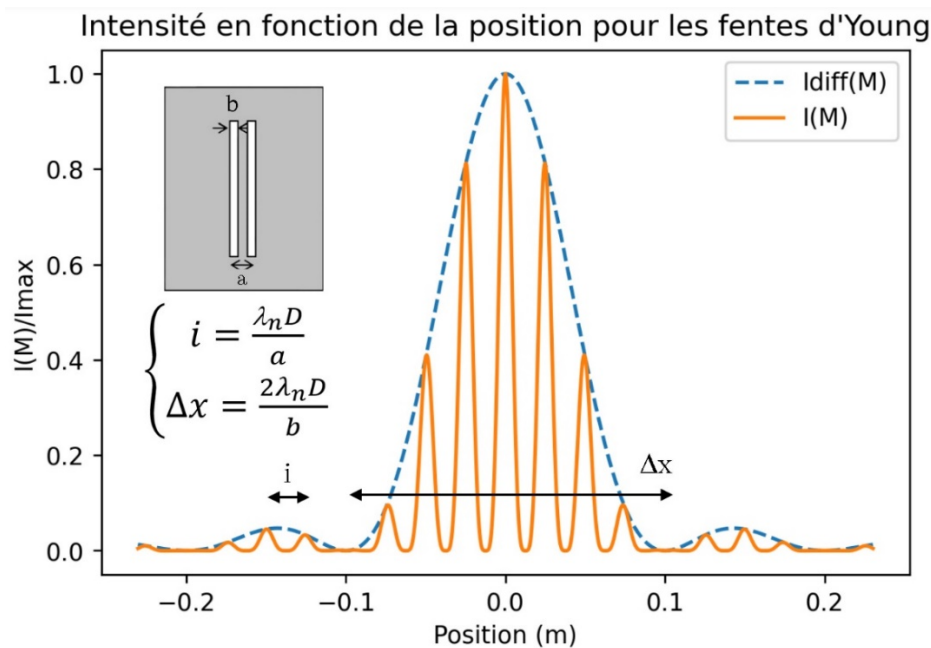
Où ;

- $I_{diff}(M)$ est l'intensité normalisée au point M due au phénomène de diffraction par une unique ouverture.
- $I_{interf}(M)$ est l'intensité en M résultant du phénomène d'interférences, son expression est donnée par la formule de Fresnel.

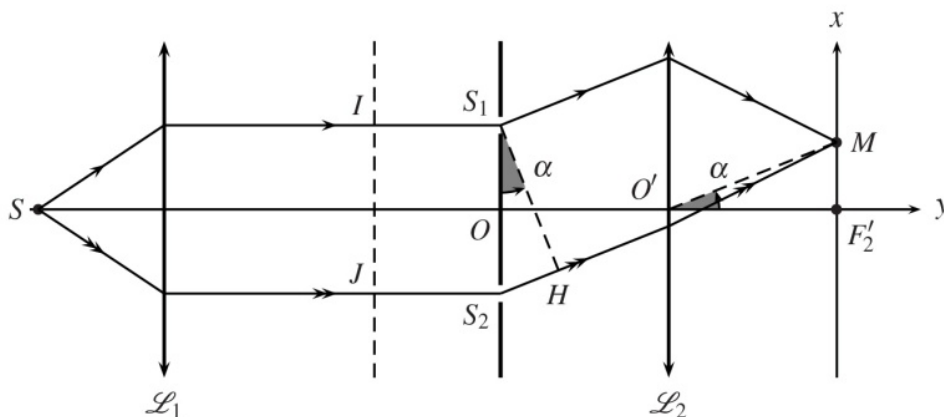
Dans le cas de fentes d'Young on aura :

$$I(M) = \frac{I_{max}}{2} \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi x b}{\lambda_n D} \right) \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a x}{\lambda_n D} \right) \right)$$

$$\text{où : } \begin{cases} i = \frac{\lambda_n D}{a} \\ \Delta x = \frac{2\lambda_n D}{b} \end{cases}$$



II-5) Montage de Fraunhofer



On envisage une configuration alternative du dispositif des fentes d'Young où la source S et le point d'observation M sont rejetés à l'infini. Pour ce faire, on utilise deux lentilles convergentes : la source S est placée au foyer principal objet de la lentille L_1 , et le point d'observation M est placé dans le plan focal image de la seconde lentille L_2 . Ce montage, est appelé montage de Fraunhofer. Ainsi, d'après le théorème de Malus :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H)$$

Or :

$$S_2H = a \sin(\alpha) \sim a \tan(\alpha) \sim \frac{ax}{f'}$$

D'où :

$$\delta = n \frac{ax}{f'} \text{ et } p(M) = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_n f'}$$

On retrouve les mêmes résultats que précédemment à condition de remplacer D par f' .

Dans le cas d'un montage de Fraunhofer, pour les fentes d'Young on aura une intensité qui vérifie :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_n f'} \right) \right)$$

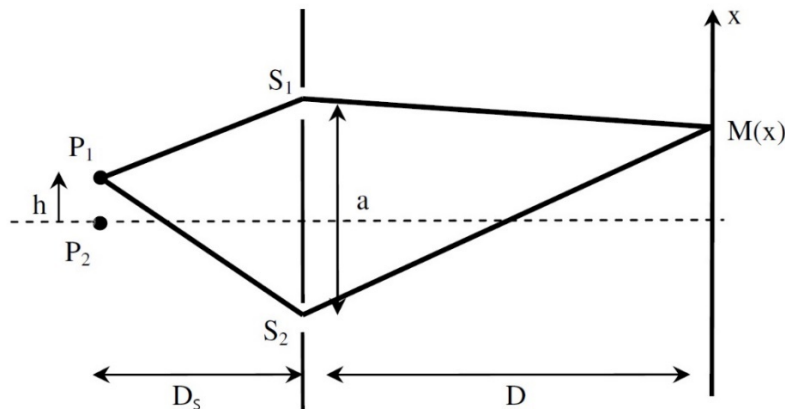
D'où un interfrange, et un ordre d'interférences tels que :

$$i = \frac{\lambda_n D}{f'} \text{ et } p(M) = \frac{ax}{\lambda_n f'}$$

III – Perte de contraste par élargissement spatial de la source.

III-1) Déplacement du point source S

On considère une source constituée de deux points P_1 et P_2 , séparés d'une distance h . Cette source éclaire deux trous d'Young. Les deux points sources sont incohérents : l'intensité totale sur l'écran sera donc la somme des intensités créées par chacune des sources prise séparément.



On s'intéresse à l'éclairement dû à la source P_1 ; la différence de marche totale est :

$$\delta_1(M) = (P_1S_2M) - (P_1S_1M) = n \frac{ah}{D_s} + n \frac{ax}{D} = \lambda_0 p_1(M)$$

L'intensité vaut alors :

$$I_1(M) = 2I_{01}(1 + \cos(2\pi p_1(M)))$$

Alors que pour la source P_2 :

$$\delta_2(M) = n \frac{ax}{D} = \lambda_0 p_2(M)$$

$$\text{et } I_2(M) = 2I_{02}(1 + \cos(2\pi p_2(M)))$$

Par conséquent vu l'incohérence des sources avec :

$$I_{01} = I_{02} = I_0 \text{ et } \cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

On obtient :

$$I(M) = 4I_0 (1 + \cos(\pi(p_1 - p_2))) \cos(\pi(p_1 + p_2))$$

$$\Leftrightarrow I(M) = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi nah}{\lambda_0 D_s} \right) \cos \left(\frac{2\pi nax}{\lambda_0 D} + \frac{\pi nah}{\lambda_0 D_s} \right) \right)$$

$$\Leftrightarrow I(M) = 4I_0 \left(\underbrace{1 + \cos \left(\frac{\pi nah}{\lambda_0 D_s} \right)}_{\text{Visibilité}} \underbrace{\cos \left(\frac{2\pi na}{\lambda_0 D} \left(x + \frac{hD}{2D_s} \right) \right)}_{\text{terme d'interférences}} \right)$$

On reconnaît dans le second cosinus le terme d'interférences des trous d'Young pour une seule source ponctuelle mais translatée d'une quantité :

$$\Delta x = -\frac{hD}{2D_s}$$

Les franges sont donc rectilignes et l'interfrange vaut : $i = \frac{\lambda_n D}{a}$



L'élargissement spatial de la source conserve le même interfrange mais un second terme est apparu qui joue sur la visibilité de la figure d'interférences.

III-2) Visibilité des franges

L'autre terme est indépendant du point d'observation. Il est appelé visibilité et noté V :

$$V = \frac{I_{tot,max} - I_{tot,min}}{I_{tot,max} + I_{tot,min}} = \cos \left| \frac{\pi nah}{\lambda_0 D_s} \right|$$

A l'aide de la différence d'ordre on peut écrire :

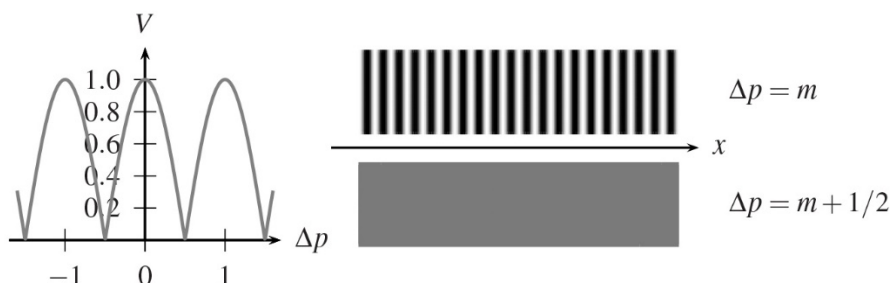
$$\Delta p = p_1(M) - p_2(M) = n \frac{ah}{\lambda_0 D_s}$$

$$\Rightarrow V = \frac{I_{tot,max} - I_{tot,min}}{I_{tot,max} + I_{tot,min}} = \cos|\pi \Delta p|$$

Par conséquent :

La visibilité de la figure d'interférences produites par deux sources ponctuelles incohérentes est :

- maximale lorsque $\Delta p = m$ où $m \in \mathbb{N}$;
- nulle lorsque $\Delta p = m + \frac{1}{2}$ où $m \in \mathbb{N}$. (Brouillage maximal)



La valeur minimale de h qui entraîne de brouillage maximal est notée h_m tel que :

$$\Delta p = \frac{1}{2} \Rightarrow n \frac{ah_m}{\lambda_0 D_s} = \frac{1}{2} \Rightarrow h_m = \frac{\lambda_0 D_s}{2na}$$

III-3) Source étendue spatialement

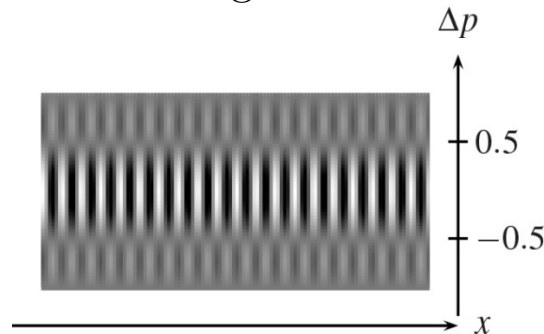
Considérons maintenant une source en forme de segment lumineux étendu dans la direction \vec{u}_x entre $x = -\frac{b}{2}$ et $x = +\frac{b}{2}$. On peut considérer cette source comme une superposition continue de sources ponctuelles élémentaires incohérentes. Chacune de ces sources ponctuelles produit sur l'écran d'observation un système de franges d'interférences. La figure d'interférences qu'on observe sur l'écran résulte de la superposition de tous ces systèmes de franges d'interférences décalés les uns par rapport aux autres.

Le décalage obtenu pour un point source situés à l'extrémité du

segment est :

$$|\Delta p| = \frac{nab}{2\lambda_0 D_s}$$

Ci-dessous, la visibilité des franges en fonction de Δp .



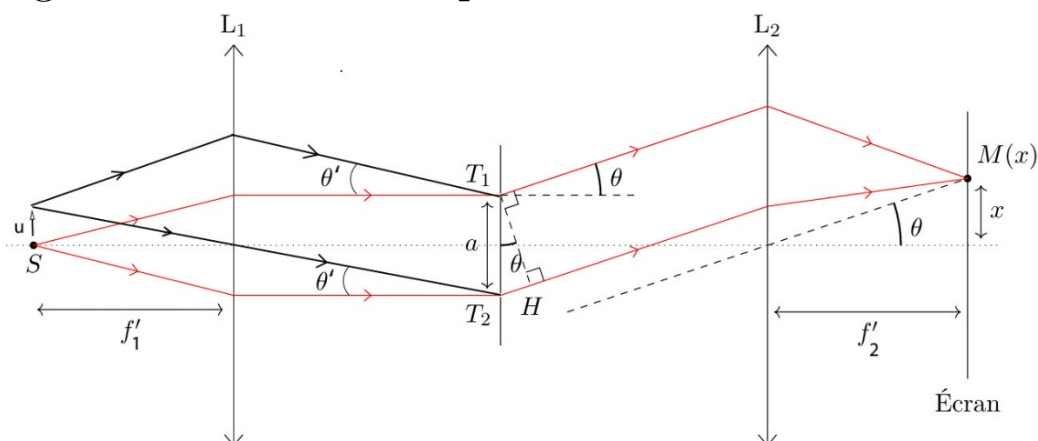
Pour Δp faible, l'alternance des franges sombres et brillantes est clairement visible. Dès que Δp augmente, la visibilité chute et l'on ne distingue plus les franges sombres, des franges brillantes : la figure d'interférences est brouillée.

Les franges d'interférences produites par une source étendue de largeur b sont bien visibles au point M à condition que :

$$|\Delta p(M)| = \frac{nab}{2\lambda_0 D_s} \leq \frac{1}{2}$$

où $|\Delta p(M)|$ est la variation de l'ordre d'interférences en M quand on passe d'une source ponctuelle placée au centre de la source étendue à une source ponctuelle placée au bord de la source étendue.

III-4) Longueur de cohérence spatiale



Revenons sur le montage de Fraunhofer et envisageons un déplacement continu du point source S sur une largeur allant de $-\frac{b}{2}$ à $+\frac{b}{2}$. Chaque point source de largeur dx va générer sa propre figure d'interférences. Ces fentes infinitésimales constituent des sources incohérentes. Par conséquent l'intensité lumineuse sur l'écran est la somme des intensités élémentaires données par chacune des fentes.

La fente située en u et de largeur du , donne sur l'écran une intensité élémentaire :

$$dI = dI_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \left(\frac{ax}{f_2'} + \frac{au}{f_1'} \right) \right) \right)$$

Or dI_0 est proportionnel à du d'où

$$dI = \alpha du \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \left(\frac{ax}{f_2'} + \frac{au}{f_1'} \right) \right) \right)$$

$$\Rightarrow I(M) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \alpha \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \left(\frac{ax}{f_2'} + \frac{au}{f_1'} \right) \right) \right) du$$

$$\Rightarrow I(M) = \alpha \left(b + \frac{\lambda_n f_1'}{2\pi a} \left(\sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \left(\frac{ax}{f_2'} + \frac{ab}{2f_1'} \right) \right) - \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \left(\frac{ax}{f_2'} - \frac{ab}{2f_1'} \right) \right) \right) \right)$$

Or : $\sin(p) - \sin(q) = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \sin \left(\frac{p-q}{2} \right)$

$$\Rightarrow I(M) = \alpha \left(b + \frac{\lambda_n f_1'}{\pi a} \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_n f_2'} \right) \sin \left(\frac{2\pi ab}{\lambda_n 2f_1'} \right) \right)$$

$$\Rightarrow I(M) = \alpha \left(b + \frac{\lambda_n f_1'}{\pi a} \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_n f_2'} \right) \sin \left(\frac{\pi ab}{\lambda_n f_1'} \right) \right)$$

$$\Rightarrow I(M) = I_0 \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi ab}{\lambda_n f_1'} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_n f_2'} \right) \right)$$

Dans cette modélisation le facteur de visibilité s'écrit :

$$V = \text{sinc} \left(\frac{\pi ab}{\lambda_n f_1'} \right)$$

On retrouve la fonction sinus cardinal qui s'annule pour la première fois en l_s , valeur particulière de b telle que :

$$\frac{\pi a l_s}{\lambda_n f_1'} = \pi$$

$$\Leftrightarrow l_s = \frac{\lambda_n f_1'}{a}$$

Cette grandeur est appelée longueur de cohérence spatiale.

Ainsi :

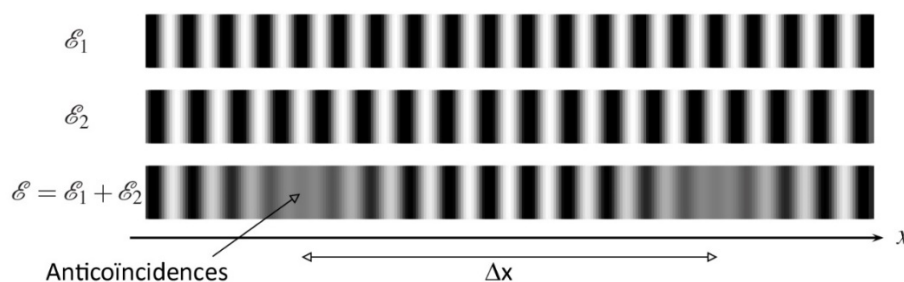
- Si $b \ll l_s$ la figure d'interférences sera fortement contrastée.
- Si $b \geq l_s$ la figure d'interférences sera brouillée.

Plus la source est vue sous un angle faible, plus sa longueur de cohérence spatiale augmente, et plus il est aisé d'obtenir des franges d'interférences visibles.

IV – Perte de contraste par élargissement spectral de la source

IV-1) Présence d'un doublet

On revient à la situation d'une source ponctuelle S , mais on suppose qu'elle émet un doublet de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 . Nous avons vu que deux ondes lumineuses de pulsations différentes ne peuvent pas interférer. Par conséquent, chacune des deux ondes lumineuses rayonnées par la source S produit une figure d'interférences sur l'écran d'observation.



On y observe que le contraste n'est pas uniforme. Pour certaines valeurs de la différence de marche, deux franges brillantes produites par chaque onde ne se superposent en un même point M . On dit qu'il y a coïncidence. On obtient en ce point M une frange brillante et la visibilité des franges y est égale à celle qui correspond à une seule des deux radiations.

Pour d'autres valeurs de la différence de marche, une frange brillante produite par une onde se superpose en un même point M à une frange sombre produite par l'autre onde. On dit qu'il y a antioïncidence. On observe en ce point un brouillage des franges d'interférences, c'est-à-dire une diminution de leur visibilité.

Déterminons la distance entre les abscisses x où se réalisent ces brouillages :

- Frange brillante associée à λ_1 : $p = \frac{\delta(M)}{\lambda_1}$
- Frange sombre associée à λ_2 : $q + \frac{1}{2} = \frac{\delta(M)}{\lambda_2}$

Donc :

$$q + \frac{1}{2} - p = \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

$$\Leftrightarrow m + \frac{1}{2} = \frac{na x_m}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{na x_m}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \text{ où } m \in \mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow x_m = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) D \lambda_m^2}{na \Delta\lambda}$$

D'où l'écart :

$$\Delta x = |x_{m+1} - x_m| = \frac{D \lambda_m^2}{na \Delta\lambda}$$

$$\text{Or : } i = \frac{\lambda_m D}{na}$$

$$\Rightarrow \text{Ecart entre deux zones brouillées : } \Delta x = i \frac{\lambda_m}{\Delta\lambda}$$

IV-2) Critère semi-quantitatif

- Ordre d'interférence associé à λ_1 : $p = \frac{\delta(M)}{\lambda_1}$
- Ordre d'interférence associé à λ_2 : $p' = \frac{\delta(M)}{\lambda_2}$

$$\text{Ainsi } \Delta p = \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_m - \frac{\Delta\lambda}{2}} - \frac{1}{\lambda_m + \frac{\Delta\lambda}{2}} \right) \sim \delta(M) \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$$

Par conséquent le critère de brouillage donne :

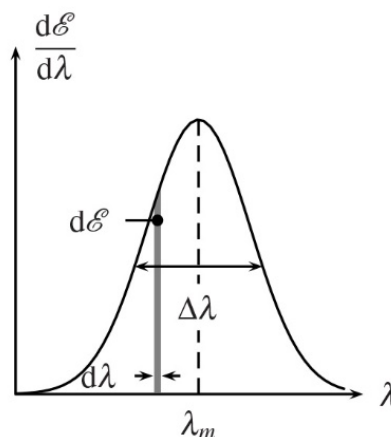
$$\begin{aligned} \Delta p \leq \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{\delta \Delta\lambda}{\lambda_m^2} < \frac{1}{2} \\ &\Rightarrow \delta < \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda} \end{aligned}$$

Pour obtenir des franges visibles à partir d'un doublet, il faut respecter la condition :

$$\delta < \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$$

IV-3) Source spectrale étendue

On envisage maintenant le cas d'une source de faible largeur spectrale. Dans l'intervalle de longueur d'onde $[\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2}; \lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}]$, la source rayonne un éclairement $d\mathcal{E}$.



On peut considérer que le rayonnement émis, est constitué d'une superposition d'ondes lumineuses monochromatiques de largeur $d\lambda$. Chacune de ces ondes produit sur l'écran son propre système de franges d'interférences. Comme elles sont incohérentes, on observe

la superposition des éclairissements.

$$dI = dI_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a x}{\lambda_n f'_2} \right) \right)$$

Le calcul est plus simple en passant par le nombre d'ondes tel que :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda_n}$$

Or dI_0 est proportionnel à $d\sigma$ d'où

$$\begin{aligned} dI &= \alpha d\sigma \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a \sigma x}{f'_2} \right) \right) \\ \Rightarrow I(M) &= \int_{-\sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}} \alpha \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a \sigma x}{f'_2} \right) \right) d\sigma \\ \Rightarrow I(M) &= \alpha \left(\Delta\sigma + \frac{f'_2}{2\pi a x} \left(\sin \left(\frac{2\pi \left(\sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2} \right) a x}{f'_2} \right) - \sin \left(\frac{2\pi \left(\sigma_m - \frac{\Delta\sigma}{2} \right) a x}{f'_2} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

Or : $\sin(p) - \sin(q) = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \sin \left(\frac{p-q}{2} \right)$

$$\Rightarrow I(M) = \alpha \left(\Delta\sigma + \frac{f'_2}{\pi a x} \cos \left(\frac{2\pi a \sigma_m x}{f'_2} \right) \sin \left(\frac{\pi a \Delta\sigma x}{f'_2} \right) \right)$$

$$\Rightarrow I(M) = \alpha \left(\Delta\sigma + \Delta\sigma \cos \left(\frac{2\pi a \sigma_m x}{f'_2} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a \Delta\sigma x}{f'_2} \right) \right)$$

$$\Rightarrow I(M) = I_0 \left(1 + \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a \Delta\sigma_m x}{f'_2} \right) \cos \left(\frac{2\pi a \sigma x}{f'_2} \right) \right)$$

Dans cette modélisation le facteur de visibilité s'écrit :

$$V = \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a \Delta\sigma x}{f'_2} \right) \Rightarrow V = \operatorname{sinc}(\pi \delta \Delta\sigma)$$

Le facteur de visibilité s'annule pour la première fois en :

$$\pi \delta \Delta\sigma = \pi \Rightarrow \delta = \frac{1}{\Delta\sigma}$$

$$\text{Or : } \Delta\sigma = \frac{1}{\lambda_m - \frac{d\lambda}{2}} - \frac{1}{\lambda_m + \frac{d\lambda}{2}} \sim \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

Pour ne pas avoir brouillage des franges il faut donc :

$$\delta < \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} = l_c : \text{longueur de cohérence temporelle}$$

Pour obtenir des franges visibles à partir d'une source de faible largeur spectrale, il faut respecter la condition :

$$\delta \leq \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} = l_c$$

où l_c est la longueur de cohérence temporelle de la source.

V - Éclairage en lumière blanche

V-1) Longueur de cohérence temporelle

La lumière blanche est constituée des radiations électromagnétiques dont la longueur d'onde est approximativement comprise entre $\lambda_{min} = 400 \text{ nm}$ (limite de l'ultraviolet) et $\lambda_{max} = 750 \text{ nm}$ (limite de l'infrarouge). Avec ces valeurs, on obtient :

- La longueur d'onde moyenne : $\lambda_m = 575 \text{ nm}$
- La largeur spectrale : $\Delta\lambda = 350 \text{ nm}$.

Si on assimile ce spectre à une raie rectangulaire extrêmement large, on peut définir une longueur de cohérence temporelle :

$$l_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} = 0,9 \mu\text{m}$$

Cette valeur est très faible ; l'ordre d'interférences des franges visibles doit vérifier :

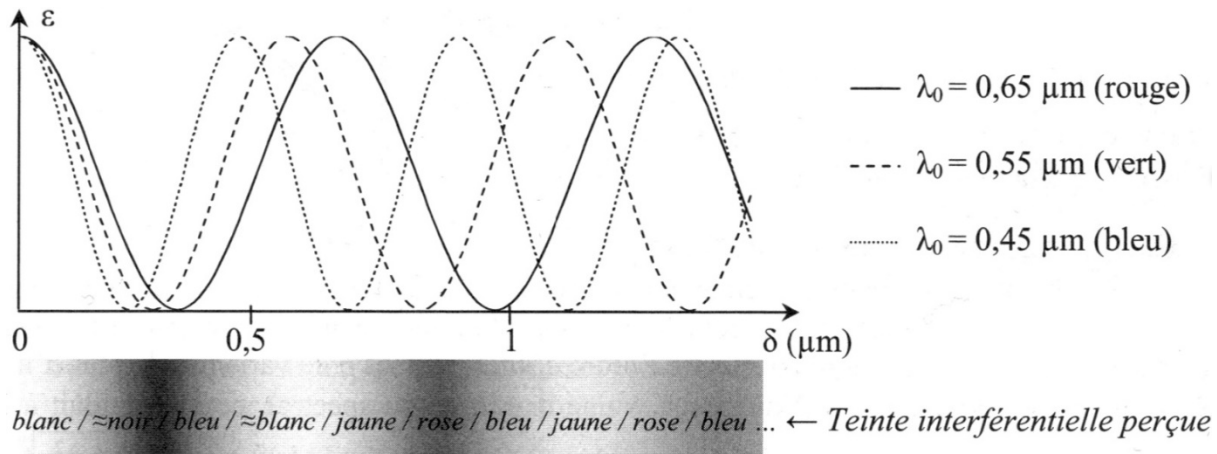
$$p = \frac{\delta}{\lambda_m} \leq \frac{l_c}{\lambda_m} \sim 2 \Leftrightarrow \frac{na x}{D} \leq 2\lambda_m$$

$$\text{Si } \begin{cases} n = 1 \\ D = 1 \text{ m} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq \frac{1,15 \cdot 10^{-6}}{a}$$

La figure d'interférences sera rapidement brouillée au fur et à mesure qu'on s'éloigne du centre.

V-2) Spectre cannelé

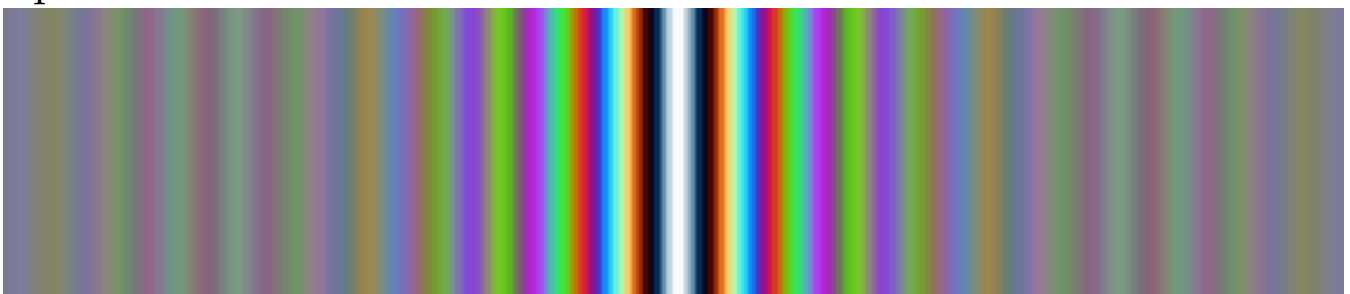
La figure suivante représente les éclaircements pour 3 longueurs d'ondes différentes :



Suivant la valeur entière ou demi-entière de p certaines longueurs d'ondes sont renforcées, d'autres éteintes ce qui modifie le spectre de la lumière et lui donne une teinte caractéristique de la valeur de δ appelée teinte de Newton.

Eclairé, par une source de lumière blanche, un dispositif interférentiel donne donc des franges irisées, du moins si la différence de marche n'est pas trop élevée.

Expérimentalement on observe :



- La teinte blanche : au centre de la figure d'interférences (correspondant à une différence de marche nulle), toutes les longueurs d'onde se superposent en phase et reconstituent la lumière blanche de la source :

- Des irisations : en s'éloignant du centre, il n'y a plus de recouvrement exact : la structure des franges disparaît et laisse place à des irisations, c'est-à-dire à un ensemble de couleurs qui forme l'échelle des teintes de Newton.
- Un blanc d'ordre supérieur : la zone de l'écran où la différence de marche dépasse quelques micromètres est uniformément éclairée et blanche. Cette lumière blanche est appelée blanc d'ordre supérieur car l'ordre d'interférences y est supérieur à zéro.

Le blanc d'ordre supérieur se distingue de la lumière blanche parce qu'il a un spectre cannelé. Si l'on envoie la lumière arrivant en un point M du champ d'interférences, où la différence de marche est $\delta(M)$, dans un spectroscopie, on observe un spectre continu marqué de raies noires, appelées cannelures.

Les longueurs d'onde au centre des cannelures sont celles pour lesquelles l'interférence en M est destructive, c'est-à-dire :

$$\delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0$$

Exemple : Supposons $\delta = 5\mu m$ alors :

$$\frac{\delta}{\lambda_{0,max}} - \frac{1}{2} < m < \frac{\delta}{\lambda_{0,min}} - \frac{1}{2}$$

$$6,1 < m < 12,0$$

$$\Rightarrow m = \{6,7,8,9,10,11,12\}$$

Donc les cannelures correspondront aux longueurs d'onde :

$$\lambda_0 = \{400,435,476,526,588,667nm\}$$

