# OP3 – Superposition d'ondes lumineuses

# A – Travaux dirigés

## OP31 – Méthode de Fresnel

Soit les deux signaux : $s_1(t) = A_1 cos(\omega t + \varphi_1)$ $et$ $s_2(t) = A_2 cos(\omega t + \varphi_2)$.

1°) Déterminer l'amplitude A du signal $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ à l'aide de la méthode de Fresnel ?

2°) Supposons dans le cas précédent $A_1 = A_2$. Calculer l'amplitude résultante A dans ce cas. Retrouver ce résultat de façon analytique à l'aide de formules trigonométriques.

Rép : 1°) $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ 2°) $A = 2A_1 cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$

## OP32 – Interférences

Le signal lumineux est modélisé par $s(x,t) = a\,cos(\omega t - kx)$ ou en notation complexe $\underline{s}(x,t) = a\,e^{j(\omega t - kx)} = ae^{j(\omega t - \varphi(x))}$. L'intensité I(M) au point M(x) est proportionnel à $\underline{s}\,\underline{s}^*$. L'étude se fait dans l'air d'indice n=1.

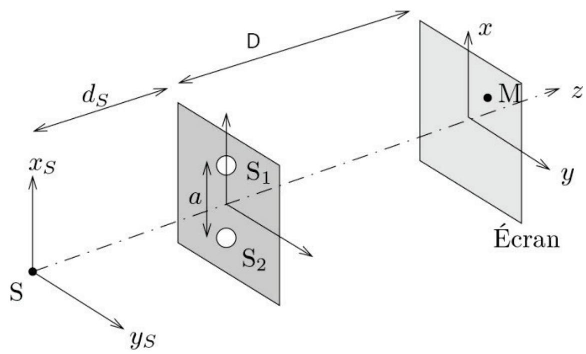
1°) Déterminer l'éclairement résultant de la superposition de deux ondes $s_1(x,t) = a_1 cos\left(\omega t - \varphi_1(x)\right)$ $et$ $s_2(x,t) = a_2 cos\left(\omega t + \varphi_2(x)\right)$ en fonction de $I_1$ et $I_2$ éclairements associés à $s_1$ et $s_2$ et de $\Delta\varphi(x) = \varphi_2(x) - \varphi_1(x)$.

2°) Tracer I(M) en fonction de $\Delta\varphi(x)$. On précisera $I_{max}$ $et$ $i_{min}$ en fonction de $I_1$ et $I_2$.

3°) Exprimer le contraste en fonction de $I_1$ et $I_2$. Pour quelle relation est-il maximum ?

4°) Exprimer au point M, le déphasage $\Delta\varphi(x)$ entre les ondes en fonction de la différence de marche et de la longueur d'onde.

5°) Calculer la différence de marche $\delta = (S_1M) - (S_2M)$. Démontrer que $\delta = \frac{ax}{D}$ dans le cas ou $D \gg x$ $et$ $D \gg y$. En déduire le déphasage $\Delta\varphi(M)$ puis l'intensité en M.




Rép : 1°) $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\Delta\varphi(M))$ 2°)… 3°) $C = \frac{4\sqrt{I_1I_2}}{2(I_1+I_2)}$ 4°)… 5°) $(S_1M) = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + y^2}$ …

# B – Exercices supplémentaires

## OP33 – Superposition d'ondes

Deux ondes $s_1(x,t) = A_0\cos(\omega t - kx)$ et $s_2(x,t) = A_0\cos(\omega t + kx)$ se superposent.

1°) Représenter les vecteurs de Fresnel correspondant à ces deux signaux en un point d'abscisse x. En déduire l'amplitude de l'onde somme en x. Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles cette amplitude est maximale ou nulle.

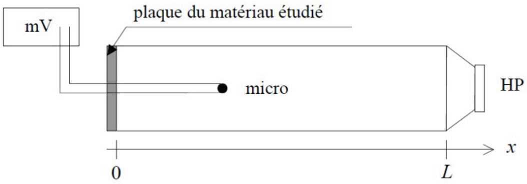
2°) Utiliser les vecteurs de Fresnel pour trouver l'amplitude A et la phase initiale du signal somme des trois signaux suivants : $s_0(t) = A_0 cos(\omega t + \varphi)$, $s_1(t) = rA_0 cos(\omega t + \varphi + \Delta\varphi)$, $s_2(t) = rA_0 cos(\omega t + \varphi - \Delta\varphi)$ où $0 \leq r \leq 1$. Quelles sont les valeurs maximales et minimales de A ?

Rép : 1°) $A = 2A_0|\cos(kx)|$ 2°) La valeur maximale de $A$ est $A_0(1+2r)$ et la valeur minimale $A_0|1-2r|$

# OP34 – Tube de Kundt

On considère un tuyau cylindrique, d'axe (Ox) de longueur L = 1,45 m, rempli d'air. A l'extrémité x = L est placé un haut-parleur associé à un générateur de basses fréquences qui crée dans le tube une onde progressive se propageant dans le sens négatif de $(Ox)$. A l'autre extrémité $(x = 0)$, l'expérimentateur place une plaque d'un matériau à étudier.

Un microphone mobile, relié à un millivoltmètre, peut se déplacer à l'intérieur du tuyau sans perturber les phénomènes étudiés. Il fournit une tension variable, proportionnelle à la surpression de l'onde sonore à la position du micro. On mesure la valeur efficace $V$ de cette tension à l'aide d'un millivoltmètre numérique. $V$ est ainsi proportionnel à l'amplitude de la surpression au point où se trouve le micro.




1°) Donner l'expression de la surpression $p_{HP}(x,t)$ de l'onde émise par le haut-parleur, en notant A0 son amplitude, f sa fréquence, $c$ la célérité du son. On prendra la phase initiale de cette onde nulle en $x = 0$.

2°) La plaque de matériau réfléchit cette onde et envoie dans le tube une onde d'amplitude égale à $rA_0$ avec $0 \leq r \leq 1$ et de phase initiale en x = 0 égale à φ. Donner l'expression de la surpression $p_r(x,t)$ de cette onde.

3°) On suppose qu'il n'y a pas d'autre onde que les deux ondes précédentes. Exprimer l'amplitude $A(x)$ de l'onde totale : $p(x,t) = p_{HP}(x,t) + p_r(x,t)$, en fonction de $A0$, $r$, φ, $f$ , $c$ et $x$.

4°) On a réalisé des mesures avec une plaque de mousse. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous. On a noté les positions pour lesquelles l'indication du voltmètre V est minimale : $x_1$ est la première à partir de x = 0, $x_i$ la $i^{ème}$. (Vmin et Vmax sont les valeurs minimales et maximales de V).

| $f$ en Hz | $x1$ en cm | $xi$ en cm | $i$ | $V$min en | $V$max en |
|---|---|---|---|---|---|
| 460 | 26,6 | 101,5 | 3 | 1,50 | 6,80 |
| 750 | 13,2 | 58,8 | 3 | 1,10 | 5,40 |
| 845 | 10,6 | 51,1 | 3 | 1,25 | 6,30 |
| 1016 | 8,0 | 41,7 | 3 | 0,80 | 4,05 |
| 1042 | 7,3 | 40,1 | 3 | 1,60 | 8,35 |
| 1185 | 5,5 | 49,0 | 4 | 0,80 | 3,95 |
| 1400 | 3,7 | 28,1 | 3 | 1,00 | 5,05 |

a) On pose $\alpha = \frac{V_{max}}{V_{min}}$. Déterminer r en fonction de α.

b) Déterminer l'expression de φ en fonction de $x_1$ et de la longueur d'onde λ.

c) Calculer pour chaque fréquence les valeurs de $r$ et de φ. Commenter ces résultats.

Rép : 1°) $p_{HP}(x,t) = A_0\cos(2\pi ft + kx)$ 2°) $p_r(x,t) = rA_0\cos(2\pi ft - kx + \varphi)$ 3°) $A(x) = A_0\left(1 + r^2 + 2r\cos(\varphi - 2kx)\right)^{\frac{1}{2}}$
4°) a) $r = \frac{\alpha-1}{\alpha+1}$ b) $\varphi = \pi\left(\frac{4x_1}{\lambda} - 1\right)$ c) Le module du coefficient de réflexion dépend peu de la fréquence alors que sa phase augmente en valeur absolue avec la fréquence.

# OP35 - Accord d'un piano

1°) La célérité $c$ des ondes transversales le long d'une corde sans raideur est déterminée par les paramètres physiques suivants : la masse volumique du matériau de la corde , le diamètre $d$ de la corde et la tension T à laquelle elle est soumise. On fait l'hypothèse d'une formule du type :

$$c = K\rho^{\alpha}d^{\beta}T^{\gamma}$$

où $K, \alpha, \beta, \gamma$ sont des constantes. Déterminer $\alpha, \beta,$ et $\gamma$.

2°) La corde d'un piano n'est pas sans raideur mais on admet que la célérité est bien proportionnelle à $\sqrt{T}$. Les notes les plus aiguës d'un piano sont produites par trois cordes qui doivent vibrer exactement à la même fréquence. On réalise ce réglage (l'accord du piano) en ajustant la tension des cordes. Pour cela, on utilise le phénomène de battements.

a) La fréquence fondamentale de vibration de la corde varie comme $T^{\delta}$ . Quel est l'exposant $\delta$ ?

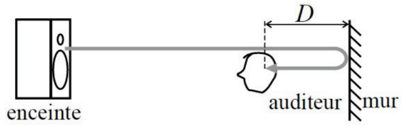
b) On considère deux cordes vibrant à la fréquence 440 Hz. On entend les battements à l'oreille s'ils ont une période comprise entre 0,5 s et 5 s. Avec quelle précision relative obtient-on l'égalité des fréquences de vibration de deux cordes par cette méthode ?

c) En déduire la précision relative sur la tension de la corde.

Rép : 1°) $c = K\frac{T^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}}d}$ 2°) a) δ=1/2 b) η=0,045% c) $\frac{\Delta T}{T} = 0{,}09\%$

# OP36 - Ecoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à distance $D$, trop courte derrière l'auditeur.




1°) Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c$=342 m/s la célérité du son dans l'air.

a) Exprimer le décalage temporel  qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.

b) En déduire le déphasage  de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence $f$. La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

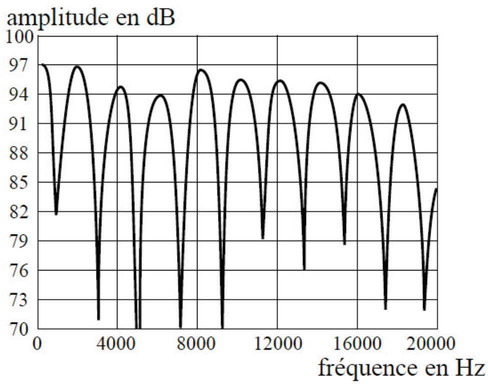
c) Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier $n$. Quelle condition devrait vérifier $D$ pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible ? Est-elle réalisable ?

d) Expliquer

2°) La figure ci-dessous donne le résultat d'une expérience dans laquelle on a placé un micro, sensible à la surpression, à une certaine distance $D$ du mur, puis envoyé un signal de fréquence variable et d'amplitude constante $A_0$. La courbe, d'allure très caractéristique, est appelée « courbe en peigne ». L'amplitude en décibels se définit par la relation :

$$A_{dB} = 20Log\left(\frac{A}{A_{ref}}\right)$$

où $A_{ref}$ est une amplitude de référence.




a) Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude $A_0$, quelle est, en décibels, l'augmentation maximale de l'amplitude ? Que peut-on dire de $A_{0,dB}$ au vu de la courbe ?

b) Calculer numériquement la distance $D$.

Rép : 1°) a)$\tau = \frac{2D}{c}$ b) $\Delta\varphi = \frac{4\pi f D}{c}$ c) D<4,3mm d) Pour $D$ suffisamment grand, l'onde réfléchie par le mur a une amplitude très faible devant l'onde directe. 2°) a) $A_{0,dB}$>91dB b) D=4,2cm

# OP37 - Anharmonicité d'une corde de piano

On s'intéresse aux modes propres d'une corde de piano de longueur $L$, fixée en ses deux extrémités. La relation entre le vecteur d'onde et la pulsation d'une onde se propageant le long de cette corde est : $\omega = c\, k\sqrt{1+\alpha k^2}$ où $c$ et $\alpha$ dépendent de la section de la corde et de sa tension mais pas de sa longueur. Le coefficient  est dû à la raideur de la corde (il serait nul pour une corde parfaitement souple comme la corde de Melde).

1°) Quelles sont les unités de c et $\alpha$ ?

2°) Quelles sont les valeurs possibles de $k$ pour une onde stationnaire existant sur cette corde ? Exprimer les fréquences correspondantes en fonction de $c$, $\alpha$ , $L$ et d'un entier $n$.

3°) Les cordes d'un piano de concert sont plus longues que les cordes d'un piano de salon. Pourquoi cela améliore-t-il qualité musicale du son ?

Rép : 1°) [c]=m/s et [α]=L² 2°) $k_n = \frac{n\pi}{L}$ $et$ $f_n = \frac{nc}{2L}\sqrt{1+\alpha\frac{n^2\pi^2}{L^2}}$ 3°) Le terme lié à la raideur est divisé par L² : il diminue si les cordes sont plus longues.