OD6 – Physique du laser

A – Travaux dirigés

OD61 – Coefficients d'Einstein

On considère deux niveaux atomiques d'énergie E_1 *et* E_2 $(E_2 > E_1)$ dont la population (ou nombre d'atomes par unité de volume) est notée respectivement N_1 *et* N_2. On note A_{21} le coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée. À t=0, le nombre d'atomes dans le niveau 2 est N_2^0.

1°) Définir l'émission spontanée. Déterminer N_2 en fonction du temps.

2°) La constante de temps caractéristique de l'évolution est appelée durée de vie moyenne d'un niveau. Exprimer le temps de demi-vie et la durée de vie moyenne d'un niveau en fonction du coefficient d'Einstein A_{21}.

3°) En déduire le temps de cohérence, la largeur spectrale et la longueur de cohérence de la lampe à vapeur de sodium sachant que $A_{21} = 5{,}181 \times 10^{11} s - 1$. On rappelle que $\Delta\nu\Delta t \sim 1$.

Rép : 1°) $N_2 = N_2^0 e^{-A_{21}t}$ 2°) $t_{1/2} = \frac{ln2}{A_{21}}$ 3°) $L_c = c\tau = 0{,}58\,mm$

OD62 – Laser à trois niveaux

On étudie la dynamique des populations atomiques dans un système à 3 niveaux d'énergies $E_1 < E_2 < E\_3$. Les populations des atomes dans chacun de ces 3 niveaux sont notées N_1, N_2 *et* N_3. On suppose qu'on réalise un pompage optique entre le niveau fondamental d'énergie E_1 et le niveau d'énergie E_3. Le nombre d'atomes excités par unité de temps par le pompage optique est noté ΓN_1. On suppose que la désexcitation du niveau 3 vers le niveau 2 est non radiative et que le temps de vie moyen du niveau 3 est noté τ. L'émission laser correspond à la transition du niveau 2 vers le niveau fondamental 1. On utilisera les coefficients d'Einstein A_{21}, B_{21} *et* B_{12} pour rendre compte des phénomènes d'émission spontanée, d'émission induite et d'absorption. On note u(ν) la densité spectrale en fréquence d'énergie volumique donnée par la loi de Planck.

1°) Écrire les équations d'évolution de chacun des niveaux.

2°) Montrer que $N_1 + N_2 + N_3$ est une constante, notée N. On pose $N_2 = N_1 + \Delta N$.

3°) Exprimer ΔN en fonction de N_3 en régime stationnaire.

4°) En déduire une condition nécessaire pour réaliser l'inversion de population.

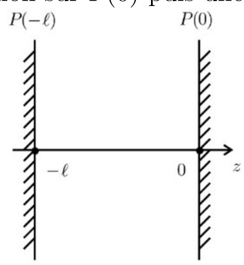
Rép : 1°) $\frac{dN_1}{dt} = -\Gamma N_1 + A_{21}N_2 + B_{21}u(\nu)N_2 - B_{12}u(\nu)N_1$, $\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 - B_{21}u(\nu)N_2 + B_{12}u(\nu)N_1 + \frac{N_3}{\tau}$ *et* $\frac{dN_3}{dt} = \Gamma N_1 - \frac{N_3}{\tau}$

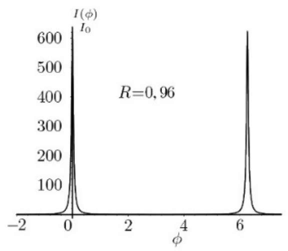
2°)... 3°) $\Delta N = \frac{\Gamma - A_{21}}{A_{21}+B_{21}u(\nu)}\frac{N_3}{\Gamma\tau}$ 4°) $\Gamma > A_{21}$

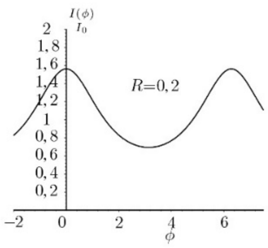
B – Exercices supplémentaires

OD63 – Cavité résonante

On considère deux plans disposés en z=0 et z=-l. Un champ électromagnétique peut se propager entre ces deux plans. On appelle r le coefficient de réflexion pour le champ électrique avec −1<r<0. Un dispositif non représenté crée en *Z=-l à t=0* une onde incidente $\overrightarrow{E_i} = E_0\, e^{i(\omega t - kz)}\, \overrightarrow{u_x}$. On note $\overrightarrow{E_1}$ le champ électrique se propageant dans le sens positif, après avoir subi une réflexion sur P(0) puis une sur P(-l). On pose $\phi = 2kl, R = r^2$ *et* $I_0 = E_0^2$.







1°) Écrire l'expression de $\overrightarrow{E_1}$ à l'aide de E_0, R, ϕ, ω *et* k.

2°) Écrire de même l'expression des champs $\overrightarrow{E_2}, \overrightarrow{E_3}, \dots, \overrightarrow{E_n}$ se propageant dans le sens positif après avoir subi respectivement :

2 réflexions en P(0), 2 réflexions en P(-l) pour $\underline{\overrightarrow{E_2}}$,..., n réflexions en P(0), n réflexions en P(-l) pour $\underline{\overrightarrow{E_n}}$.
3°) On pose :

$$\underline{\vec{E}} = \sum_{n=0}^{\infty} \underline{\overrightarrow{E_n}}$$

Exprimer à l'aide de E_0, R, ϕ l'amplitude $\underline{A}$ de $\underline{\vec{E}}$. On pose $I = \underline{A}\,\underline{A}^*$ et $I_0 = E_0^2$. Exprimer l'intensité I à l'aide de I_0, R et ϕ.
On représente les courbes $\frac{I(\phi)}{I_0}$ pour $R = 0{,}2$ et pour $R = 0{,}96$ (ci-dessus). Calculer le contraste pour les deux courbes ?
4°) Déterminer pour R = 0,96 les fréquences pouvant se propager avec une intensité non négligeable. Quel est l'intérêt du dispositif ?
Application numérique : $c = 3{,}0 \times 10^8\, m.s^{-1}$; $l = 0{,}30\, m$; $R = 0{,}96$.
Rép : 1°) $\underline{\overrightarrow{E_1}} = RE_0\, e^{i(\omega t - kz - \phi)}\overrightarrow{u_x}$ 2°) $\underline{\overrightarrow{E_n}} = R^n E_0\, e^{i(\omega t - kz - n\phi)}\overrightarrow{u_x}$ 3°) R=0,96 ⇒ C=0,999 et R=0,2 ⇒ C=0,38
4°) $\nu = \frac{c}{2l}N = N \times 500MHz$

OD64 – LIDAR

Le LIDAR est un instrument de sondage atmosphérique utilisant un rayonnement LASER. Cette technique permet de sonder l'atmosphère sur quelques kilomètres d'altitude.
1°) On envisage d'utiliser un laser YAG de longueur d'onde $\lambda_0 = 1{,}06\mu m$ et de waist 0,40mm. Situer ce rayonnement dans le spectre électromagnétique.
2°) On rappelle quelques grandeurs caractéristiques du faisceau laser :

- $w(z) = w_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$ qui est appelée le rayon du faisceau.
- $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ est appelée longueur de Rayleigh.
- $\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$: Divergence angulaire.

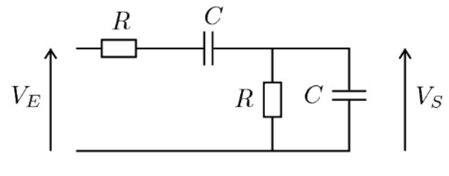
Déterminer la divergence angulaire et la longueur de Rayleigh de ce faisceau. Déterminer la largeur du faisceau à 1500 m d'altitude en négligeant tout phénomène d'absorption et de diffusion atmosphérique. Expliquer pourquoi il est nécessaire de collimater le faisceau si l'on souhaite l'utiliser pour des sondages atmosphériques.
3°) Ce faisceau arrive sur un système afocal constitué d'une lentille divergente de focale -20 mm, placée à 150 mm du waist du faisceau incident, et d'une lentille convergente de focale 200 mm.

a) Faire un schéma du dispositif optique en faisant apparaître les foyers objet et image de chaque lentille. Quelle distance sépare les deux lentilles ? Pourquoi la première lentille est-elle choisie divergente ?
b) Caractériser le faisceau gaussien émergent (waist, longueur de Rayleigh et divergence angulaire).
c) Calculer la largeur du faisceau à 1500 m d'altitude. Commenter.

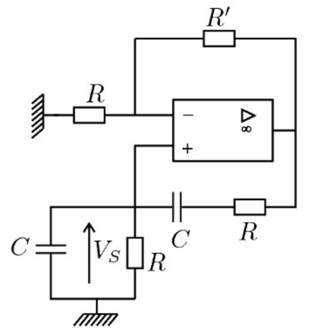
Rép : 1°) IR 2°) $\theta = 8{,}4\ 10^{-4} rad$, $w_{1500} = 1{,}2m$ 3a) Cela permet de réduire la taille de la lunette
3b) $\theta'' = 8{,}4\ 10^{-5} rad$ 3c) On a divisé par 10 la largeur du faisceau.

OD65 – Oscillateur à pont de Wien

On considère le filtre de Wien où les résistances R sont identiques ainsi que les capacités C des condensateurs. On prendra $R = 10\, k\Omega$ et $C = 10\, nF$.



1°) Exprimer la fonction de transfert sous la forme sous forme canonique. Quelle est la nature du filtre ? En déduire l'équation différentielle reliant V_E et V_S en fonction de R et C.
2°) Pour compenser l'amortissement, on couple le filtre de Wien à un amplificateur linéaire intégré (ALI) idéal en régime linéaire. Les courants d'entrée de l'ALI sont nuls et $\varepsilon = V_{E+} - V_{E-} = 0$. On pose $K = 1 + \frac{R'}{R}$.

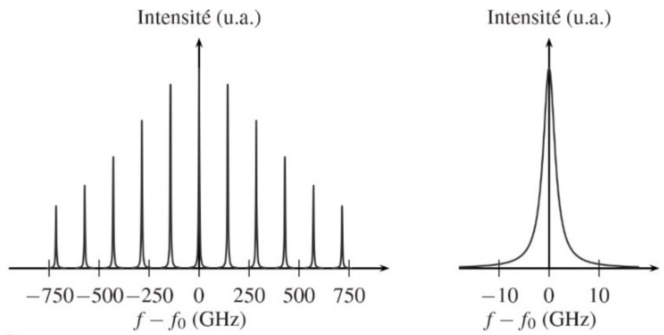


Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de $V_S(t)$ en fonction de K, R et C. À quelle condition la solution de cette équation est-elle purement sinusoïdale ? Que se passe-t-il si le terme $(3-K)$ est strictement négatif ? Quel phénomène peut limiter la croissance de l'amplitude des oscillations ? Expliquer l'analogie avec l'oscillateur optique que constitue le laser ?

Rép : 1°) $\ddot{V}_s + \frac{3}{RC}\dot{V}_s + \frac{V_s}{(RC)^2} = \frac{V_E}{RC}$ 2°) K=3, 3-K<0 on aura des oscillations.

OD66 – Diode laser

Une diode laser contient une couche semi-conductrice d'épaisseur contrôlée (couche active) insérée entre deux substrats semi-conducteurs. L'indice optique de la couche active est noté n et sa longueur est l. Les deux extrémités de cette structure sont clivées et donnent des faces parfaitement planes qui jouent le rôle de miroirs semi-réfléchissants. On obtient ainsi une cavité optique. Une observation au microscope optique permet de mesurer la longueur géométrique de la cavité : l=335µm. À l'aide d'un montage interférométrique (Cf cours Optique), on peut déterminer les fréquences pour lesquelles on observe un rayonnement laser. Les résultats expérimentaux sont représentés sur les graphes de la figure. L'intensité du rayonnement émis par la diode laser figure en ordonnée, elle est exprimée dans une unité arbitraire. La fréquence f_0 est celle pour laquelle le rayonnement émis par la diode laser est le plus intense.



À gauche : intensité émise par la diode laser en fonction de la fréquence
À droite : détail d'un pic de résonance.

1°) En utilisant les graphes ci-dessus, estimer pour quelle largeur spectrale la condition d'oscillation est vérifiée. Qu'est-ce qui détermine cette largeur ?

2°) Déterminer l'indice optique n du milieu semi-conducteur qui constitue la cavité laser.

3°) Pour expliquer la structure de chaque pic (graphe de droite), on peut modéliser la cavité comme une cavité Fabry-Pérot. L'intensité transmise par la cavité est donnée par la formule d'Airy :

$$I = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{nl}{c}\Delta f\right)}$$

où R est le coefficient de réflexion en énergie des deux faces réfléchissantes (supposées identiques) et Δf l'écart de fréquences par rapport à la fréquence du pic considéré.

a) En exploitant le graphe de droite, donner une estimation du coefficient de réflexion R des deux faces de la cavité laser.

b) Dans l'hypothèse où les pertes dans la cavité ne seraient dues qu'à la transmission à travers les deux faces, par quel facteur g doit être multipliée l'amplitude du champ électrique de l'onde électromagnétique qui traverse le milieu amplificateur afin que cette onde se maintienne ?

Rép : 1°) Δf'=1500GHz 2°) Δf=140 GHz et n=3,19 3°) $(\Delta f)_{1/2} = 1{,}5GHz$ et $R \sim 0{,}99$ 4°) g=1,005