

# OD5 – Interface entre deux milieux

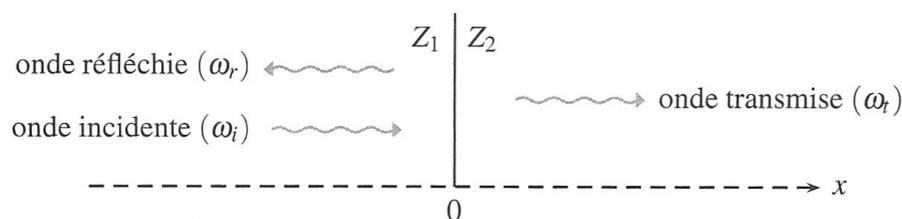
6.3. Interfaces entre deux milieux		
Réflexion et transmission d'une onde acoustique plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances acoustiques surfaciques moyennes.	<p>Expliciter des conditions aux limites à une interface.</p> <p>Établir les expressions des coefficients de transmission et de réflexion.</p> <p>Associer l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.</p>	Retour sur OD2
Réflexion et transmission d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique polarisée rectilignement à l'interface entre deux milieux d'indices complexes $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ dans le cas d'une incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique.	<p>Exploiter la continuité admise du champ électromagnétique dans cette configuration pour obtenir l'expression des coefficients de réflexion et de transmission en fonction des indices complexes.</p> <p>Utiliser les expressions des coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique dans des situations variées.</p> <p>Établir et interpréter les expressions des coefficients de réflexion et de transmission en puissance dans le cas d'une interface entre deux milieux diélectriques linéaires, homogènes, isotropes et transparents.</p> <p>Étudier la réflexion en amplitude de tension d'une onde électrique à l'extrémité d'un câble coaxial pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive.</p>	Suite de OD4

## I – Réflexion et transmission d'une onde sonore

### I-1) Interface plane infinie entre deux fluides

On étudie la réflexion et la transmission d'une onde sonore plane progressive à l'interface entre deux fluides différents, caractérisés par leur impédances  $Z_1$  et  $Z_2$ .

On construit un axe (Ox) orthogonal à l'interface, dans la direction et le sens de propagation de l'onde incidente. On place l'origine du repère sur l'interface, laquelle est fixe au repos, donc les pressions au repos  $P_0$  sont identiques dans les deux fluides.



## I-2) Modélisation et conditions aux limites

On se place dans le cas d'ondes planes progressives harmoniques. Les champs des vitesses et de surpression des trois ondes sont :

$$\begin{cases} \underline{v}_i = v_{oi} e^{j(\omega t - k_i x)} \underline{u}_x \\ \underline{v}_r = v_{or} e^{j(\omega t + k_r x)} \underline{u}_x \\ \underline{v}_t = v_{ot} e^{j(\omega t - k_t x)} \underline{u}_x \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \underline{p}_i = Z_1 \underline{v}_i \\ \underline{p}_r = -Z_1 \underline{v}_r \\ \underline{p}_t = Z_2 \underline{v}_t \end{cases} \text{ où } \begin{cases} Z_1 = \mu_{01} c_1 \\ Z_2 = \mu_{02} c_2 \end{cases}$$

On applique le principe fondamental de la dynamique à une surface S de l'interface. Comme son nom l'indique, l'interface sépare les deux fluides ; ce ne sont plus les molécules du fluides 1, mais pas encore celle de 2 : l'interface n'a pas de masse.

Alors :  $m\vec{a} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \left( P_0 + \underline{P}_i(0, t) + \underline{P}_r(0, t) \right) S \underline{u}_x - \left( P_0 + \underline{P}_t(0, t) \right) S \underline{u}_x = \vec{0}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \underline{P}_i(0, t) + \underline{P}_r(0, t) &= \underline{P}_t(0, t) \\ \Rightarrow Z_1 v_{oi} e^{j\omega_i t} - Z_1 v_{or} e^{j\omega_r t} &= Z_2 v_{ot} e^{j\omega_t t} \end{aligned}$$

Cette équation est vraie pour tout t, ainsi les pulsations des trois ondes sont identiques :

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t \text{ notée } \omega$$

L'onde incidente fait vibrer l'interface à la pulsation  $\omega$  ; cette vibration crée les ondes réfléchié et transmise à cette même pulsation. En simplifiant par l'exponentielle complexe :

Les fluides ne sont pas miscibles, ils ne se mélangent pas. Si les molécules du fluide 1 bougent à une certaine vitesse, ils poussent les molécules du fluide 2 à la même vitesse. Les champs des vitesses sont donc continus :

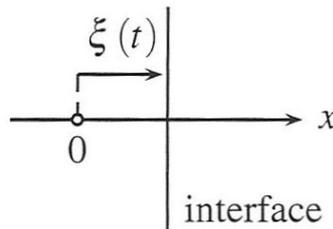
$$\underline{v}_i(0, t) + \underline{v}_r(0, t) = \underline{v}_t(0, t) \Leftrightarrow v_{oi} + v_{or} = v_{ot}$$

A l'interface des deux milieux il y a continuité de la vitesse et la surpression ce qui se traduit par :

$$\begin{cases} Z_1(v_{0i} - v_{0r}) = Z_2 v_{0t} \\ v_{0i} + v_{0r} = v_{0t} \end{cases}$$

### I-3) Justification des conditions aux limites en 0

Les conditions aux limites sont écrites en  $x = 0$ , alors que l'interface vibre, sous l'action de l'onde incidente, et donc se propage d'une distance  $\xi(t)$ .



Cependant si on écrit les conditions aux limites en  $\xi(t)$  on a :

$$\underline{P}_i(\xi, t) = Z_1 v_{0i} e^{j(\omega t - k\xi)} = Z_1 v_{0i} e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi\xi}{\lambda}\right)}$$

Comme :  $\xi \ll \lambda$  dans le cas de l'approximation acoustique, on retrouve l'expression en  $x=0$  :  $\underline{P}_i(\xi, t) \sim \underline{P}_i(0, t)$

$\Rightarrow$  Les conditions aux limites sont écrites en  $x = 0$  dans l'approximation acoustique.

### I-4) Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

On définit les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude pour les champs des vitesses par :

$$r_v = \frac{v_{0r}}{v_{0i}} \text{ et } t_v = \frac{v_{0t}}{v_{0i}}$$

Or :

$$\begin{cases} Z_1(v_{0i} - v_{0r}) = Z_2 v_{0t} \\ v_{0i} + v_{0r} = v_{0t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_1(1 - r_v) = Z_2 t_v \\ 1 + r_v = t_v \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 + r_v = \frac{Z_1(1 - r_v)}{Z_2} \Rightarrow r_v \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) = \frac{Z_1}{Z_2} - 1$$

$$\Rightarrow r_v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{ et } t_v = 1 + r_v = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

De même :

$$\Rightarrow \begin{cases} r_p = \frac{p_{0r}}{p_{0i}} \text{ et } t_p = \frac{p_{0t}}{p_{0i}} \\ r_p = \frac{p_{0r}}{p_{0i}} = \frac{Z_1 v_{0r}}{-Z_1 v_{0i}} = -r_v \\ t_p = \frac{p_{0t}}{p_{0i}} = \frac{Z_2}{Z_1} t_v \end{cases}$$

Donc :

$$r_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \text{ et } t_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude sont donnés par :

$$\begin{cases} r_v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = -r_p \\ t_v = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \text{ et } t_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \end{cases}$$

Les coefficients de réflexion et de transmission sont calculés dans le cas d'ondes planes progressives harmoniques. Mais si les ondes sont planes, progressives, mais ne sont pas de forme harmonique, les formules ne changent pas car une onde de forme quelconque est développée en somme de Fourier.

## I-5) Coefficients de réflexion et de transmission en puissance

On définit les coefficients de réflexion et de transmission en puissance par :

$$R = \frac{\langle \|\vec{\pi}_{0r}\| \rangle}{\langle \|\vec{\pi}_{0i}\| \rangle} \text{ et } T = \frac{\langle \|\vec{\pi}_{0t}\| \rangle}{\langle \|\vec{\pi}_{0i}\| \rangle}$$

Le calcul des vecteurs de Poynting requiert la notation réelle :

$$\begin{cases} \vec{\pi}_i = P_i \vec{v}_i = Z_1 v_i^2 \vec{u}_x \\ \vec{\pi}_r = P_r \vec{v}_r = -Z_1 v_r^2 \vec{u}_x \\ \vec{\pi}_t = P_t \vec{v}_t = Z_2 v_t^2 \vec{u}_x \end{cases}$$

On en déduit :  $R = |r_v r_p|$  et  $T = |t_r t_p|$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = r_v^2 = \left( \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \\ T = \frac{Z_2}{Z_1} t_v^2 = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \end{cases}$$

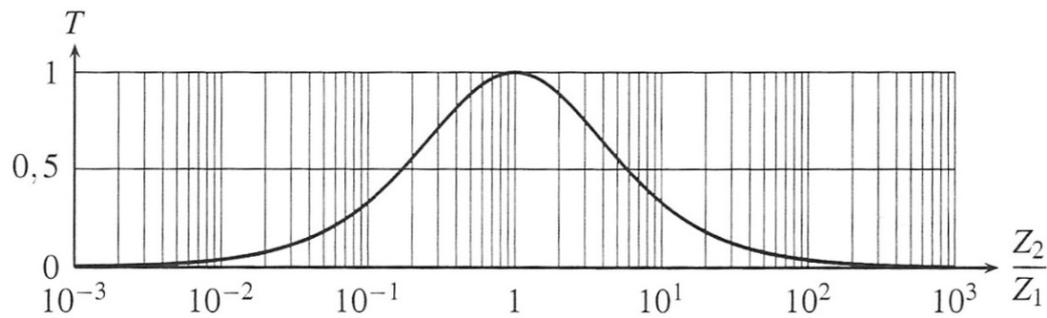
On remarque :  $R + T = 1$ , qui traduit la conservation de la puissance à l'interface.

Les coefficients de réflexion et de transmission en puissance sont donnés par :

$$\begin{cases} R = r_v^2 = \left( \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \\ T = \frac{Z_2}{Z_1} t_v^2 = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \end{cases} \text{ avec } R + T = 1$$

On remarque que T est maximal lorsqu'il y a adaptation d'impédance c'est-à-dire si  $Z_2 = Z_1$

Si l'on trace le coefficient de réflexion en puissance en échelle semi-logarithmique, on observe qu'une onde n'est efficacement transmise entre deux fluides que si leurs impédances sont proches.



Exemple :

- Pour l'air atmosphérique :  $Z_{air} = 440 \text{ kg.m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ,
- Pour l'eau :  $Z_{eau} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ kg.m}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

À l'interface entre l'air et l'eau,  $T = 0,0013$  ; une onde sonore n'y est presque pas transmise, on n'entend pas les bruits aériens quand on plonge la tête sous l'eau.

## II – Réflexion et transmission d'une OEPPH

### II-1) Position du problème

#### a) Indice complexe

On définit l'indice complexe du milieu par la relation :

$$\underline{k}(\omega) = \underline{n}(\omega) \frac{\omega}{c}$$

Comme pour  $\underline{k} = k_1 - ik_2$ , on définit :

$$\underline{n}(\omega) = n_r(\omega) - in_a(\omega)$$

Où :

$$\begin{cases} n_r(\omega) : \text{indice de réfraction} \\ n_a(\omega) : \text{indice d'absorption} \end{cases}$$

L'indice de réfraction permet de définir la vitesse de phase, en effet :

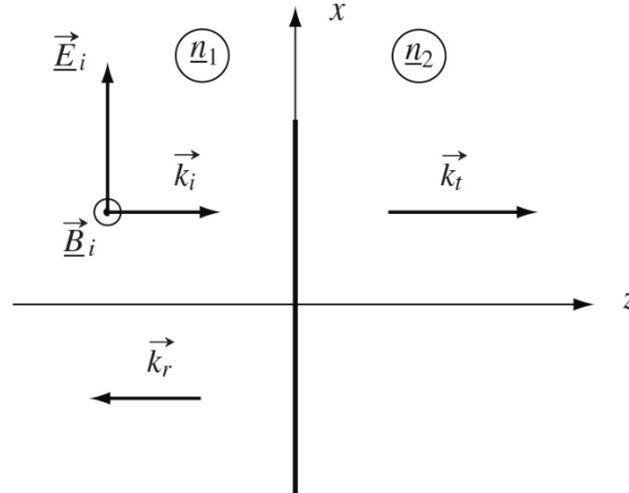
$$v_\varphi = \frac{\omega}{k_1} = \frac{\omega}{2\pi} \lambda = \frac{\omega \lambda_0}{2\pi n_r}$$

Or :  $\lambda_0 = cT$

$$\Rightarrow v_\varphi = \frac{c}{n_r(\omega)}$$

## b) Incidence normale

Une OPPH arrive sous incidence normale sur l'interface entre les deux milieux matériels, d'indices complexes  $\underline{n}_1$  et  $\underline{n}_2$ . La surface de séparation entre les deux milieux est le plan d'équation  $z = 0$ . L'onde incidente se propage donc selon le vecteur  $\underline{u}_z$  dans le milieu 1. Cette onde donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise.



Les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  s'écrivent :

$$\vec{E} : \begin{cases} \vec{E}_i = \underline{E}_{oi} e^{i(\omega t - \underline{k}_1 z)} \underline{u}_x \\ \vec{E}_r = \underline{E}_{or} e^{i(\omega t + \underline{k}_1 z)} \underline{u}_x \\ \vec{E}_t = \underline{E}_{ot} e^{i(\omega t - \underline{k}_2 z)} \underline{u}_x \end{cases}$$

Et :

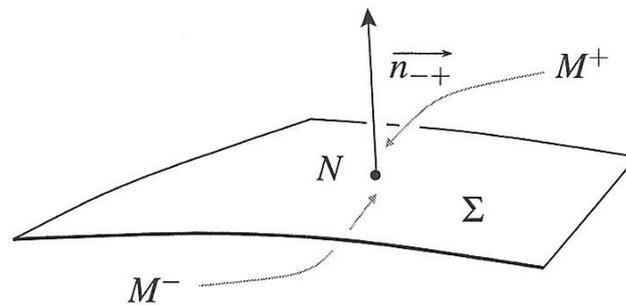
$$\vec{B} : \begin{cases} \vec{B}_i = \frac{\underline{k}_1 \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{\underline{n}_1 \underline{u}_z \wedge \vec{E}_i}{c} = \frac{\underline{n}_1 \underline{E}_{oi}}{c} e^{i(\omega t - \underline{k}_1 z)} \underline{u}_y \\ \vec{B}_r = -\frac{\underline{k}_1 \wedge \vec{E}_r}{\omega} = -\frac{\underline{n}_1 \underline{u}_z \wedge \vec{E}_r}{c} = -\frac{\underline{n}_1 \underline{E}_{or}}{c} e^{i(\omega t + \underline{k}_1 z)} \underline{u}_y \\ \vec{B}_t = \frac{\underline{k}_2 \wedge \vec{E}_t}{\omega} = \frac{\underline{n}_2 \underline{u}_z \wedge \vec{E}_t}{c} = \frac{\underline{n}_2 \underline{E}_{ot}}{c} e^{i(\omega t - \underline{k}_2 z)} \underline{u}_y \end{cases}$$

## II-2) Relations de passage

## a) Pour le champ électrique

On considère une surface  $\Sigma$  portant une charge surfacique

$\sigma(N, t)$ . On sait qu'au point N, qui appartient à  $\Sigma$ , le champ électrique n'est pas défini. On considère deux points  $M^-$  et  $M^+$  infiniment voisins de N situés de part et d'autre de la surface de discontinuité, sur la normale  $(N, \vec{n}_{-+})$

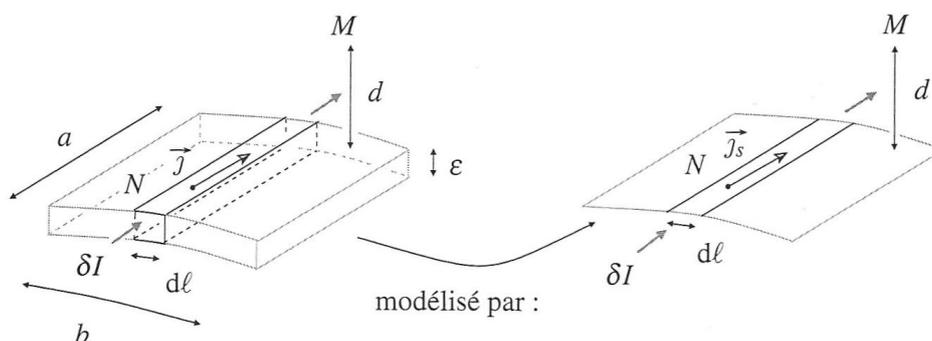


On admet l'expression, déjà rencontrée, en électrostatique de la variation du champ électrique entre les points  $M^-$  et  $M^+$  :

$$\vec{E}(M^+, t) - \vec{E}(M^-, t) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{-+}$$

b) Pour le champ magnétique

Il arrive que le courant source du champ magnétique soit localisé dans un volume de faible épaisseur, situé entre deux surfaces. Pour calculer le champ magnétique  $\vec{B}$  créé en un point M situé en dehors de la distribution de courant, on peut modéliser la distribution de courant source de champ magnétique par une distribution surfacique, de vecteur densité surfacique de courant électrique  $\vec{j}_s(N, t)$ , au point N de la distribution. La figure illustre cette modélisation.



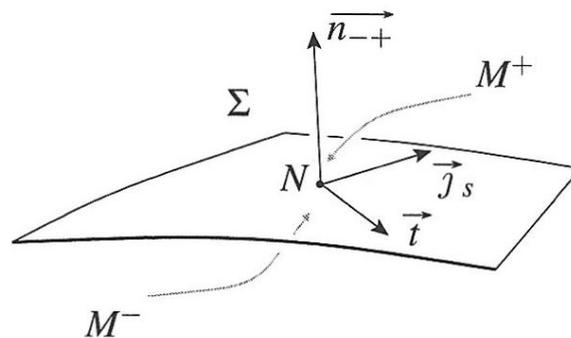
Le courant  $\delta I$  qui traverse une section du tube de courant

représenté s'écrit :

$$\delta I = \vec{j} \cdot d\vec{S} = j \varepsilon dl = j_s dl$$

La dimension est  $[j_s] = Am^{-1}$

On considère une surface  $\Sigma$  parcourue par une densité surfacique  $\vec{j}_s(N, t)$ . On sait qu'au point N, qui appartient à  $\Sigma$ , le champ magnétique n'est pas défini. On considère deux points  $M^-$  et  $M^+$  infiniment voisins de N situés de part et d'autre de la surface sur la normale  $(N, \vec{n}_{-+})$  :



On admet l'expression de la variation du champ magnétique entre les points  $M^-$  et  $M^+$ , au passage d'une distribution surfacique de courants, à un instant t :

$$\vec{B}(M^+, t) - \vec{B}(M^-, t) = \mu_0 \vec{j}_s(N, t) \wedge \vec{n}_{-+}$$

c) Pour notre problème

On suppose l'absence de distribution surfacique, de plus le champ électrique est tangentiel et par conséquent ne présente pas de discontinuité.

Dans le cas de notre configuration, on a continuité du champ électromagnétique :

$$\begin{cases} \vec{E}_t(0^-, t) + \vec{E}_r(0^-, t) = \vec{E}_t(0^+, t) \\ \vec{B}_t(0^-, t) + \vec{B}_r(0^-, t) = \vec{B}_t(0^+, t) \end{cases}$$

## II-3) Coefficients de réflexion et transmission

## a) En amplitude

Les relations de passage entraînent :

$$\begin{cases} \underline{E}_{oi} + \underline{E}_{or} = \underline{E}_{ot} \\ \underline{n}_1(\underline{E}_{oi} - \underline{E}_{or}) = \underline{n}_2 \underline{E}_{ot} \end{cases}$$

On reconnaît le même type de système que pour le champ en vitesse des ondes sonores d'où :

Les coefficients de réflexion et transmission pour le champ électrique sont donnés par :

$$\begin{cases} \underline{r}_E = \frac{\underline{E}_{or}}{\underline{E}_{oi}} = \frac{\underline{n}_1 - \underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \\ \underline{t}_E = \frac{\underline{E}_{ot}}{\underline{E}_{oi}} = \frac{2\underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \end{cases}$$

Or :

$$\begin{cases} \underline{B}_{oi} = \frac{\underline{n}_1}{c} \underline{E}_{oi} \\ \underline{B}_{or} = -\frac{\underline{n}_1}{c} \underline{E}_{or} \\ \underline{B}_{ot} = \frac{\underline{n}_2}{c} \underline{E}_{ot} \end{cases}$$

D'où les coefficients de réflexion et de transmission pour le champ magnétique :

$$\begin{cases} \underline{r}_B = -\underline{r}_E = \frac{\underline{n}_2 - \underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \\ \underline{t}_B = \frac{\underline{n}_2}{\underline{n}_1} \underline{r}_E = \frac{2\underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \end{cases}$$

## b) En puissance

La notation complexe utilisée, peut poser problème dans le calcul de R et T dans le cas où les indices sont complexes.

En effet on définit :

$$\begin{cases} R = \left| \frac{\langle \underline{\Pi}_r \rangle}{\langle \underline{\Pi}_i \rangle} \right| \\ T = \left| \frac{\langle \underline{\Pi}_t \rangle}{\langle \underline{\Pi}_i \rangle} \right| \end{cases}$$

Or :

$$\langle \underline{\Pi} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} R_e(E \cdot B^*) \Rightarrow \begin{cases} \langle \underline{\Pi}_i \rangle = \frac{|E_{0i}|^2}{2\mu_0 c} R_e(\underline{n}_1^*) \\ \langle \underline{\Pi}_r \rangle = \frac{|E_{0r}|^2}{2\mu_0 c} R_e(-\underline{n}_1^*) \\ \langle \underline{\Pi}_t \rangle = \frac{|E_{0t}|^2}{2\mu_0 c} R_e(\underline{n}_2^*) \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} R = \left| \frac{\langle \underline{\Pi}_r \rangle}{\langle \underline{\Pi}_i \rangle} \right| = |r_E|^2 \\ T = \left| \frac{\langle \underline{\Pi}_t \rangle}{\langle \underline{\Pi}_i \rangle} \right| = \frac{R_e(\underline{n}_2^*)}{R_e(\underline{n}_1^*)} |t_E|^2 \end{cases}$$

## II-4) Cas d'un interface vide-plasma

a) Domaine transparent  $\omega > \omega_p$ 

- Dans le cas du vide :  $k_1 = \frac{\omega}{c} = \underline{n}_1(\omega) \frac{\omega}{c} \Rightarrow n_1 = 1$

- Dans le cas du plasma :  $k_2^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$

Or si  $\omega > \omega_p$ ,  $k_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \Rightarrow n_2 = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = n$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{r}_E = \frac{\underline{n}_1 - \underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} = \frac{1 - n}{1 + n} < 1 \\ \underline{t}_E = \frac{2\underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} = \frac{2}{1 + n} < 1 \end{cases} \quad \text{où } n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

De plus :

$$\begin{cases} R = \left| \frac{\langle \underline{\Pi}_r \rangle}{\langle \underline{\Pi}_i \rangle} \right| = |\underline{r}_E|^2 = \left( \frac{1 - n}{1 + n} \right)^2 \\ T = \left| \frac{\langle \underline{\Pi}_t \rangle}{\langle \underline{\Pi}_i \rangle} \right| = \frac{R_e(\underline{n}_2^*)}{R_e(\underline{n}_1^*)} |\underline{t}_E|^2 = \frac{4n}{(1 + n)^2} \end{cases}$$

On remarque qu'on a une réflexion quasi-totale quand  $n_2 \rightarrow 0$  c'est-à-dire quand  $\omega \rightarrow \omega_p$

b) Domaine réactif  $\omega < \omega_p$

Ainsi si  $\omega < \omega_p$  alors :

$$\underline{k}_2 = i \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1} \Rightarrow \underline{n}_2 = i \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1} = i n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{r}_E = \frac{\underline{n}_1 - \underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} = \frac{1 - in}{1 + in} \\ \underline{t}_E = \frac{2\underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} = \frac{2}{1 + in} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = |\underline{r}_E|^2 = \left| \frac{1 - in}{1 + in} \right|^2 = 1 \\ T = \frac{R_e(\underline{n}_2^*)}{R_e(\underline{n}_1^*)} |\underline{t}_E|^2 = 0 \end{cases}$$

L'onde évanescente transmise ne transporte aucune énergie. Le plasma se comporte comme un miroir parfait :

$$R = 1 \text{ et } T = 0$$

## II-5) Cas d'un interface vide-conducteur

Dans le cas du domaine optique on se retrouve avec une conductivité complexe :

$$\underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1 + i\omega\tau}$$

Si :  $\frac{1}{\tau} \ll \omega < \omega_p$ , alors :  $\underline{k} = -ik_2 = -i\sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}$

On se retrouve donc dans les mêmes résultats que le plasma dilué dans la zone  $\omega < \omega_p$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 1 \\ T = 0 \end{cases} \text{ et si } n \gg 1 : \begin{cases} r_E = \frac{1 - in}{1 + in} \sim -1 \\ t_E = \frac{2}{1 + in} \sim 0 \end{cases}$$

Dans le domaine optique, le métal conducteur se comporte comme un plasma dans la zone :  $\omega < \omega_p$ . L'onde réfléchie est déphasée de  $\pi$  par rapport à l'onde incidente. On retrouvera ce résultat lors des réflexions en optique sur des miroirs.

## III – Interface entre DLHI

### III-1) Coefficients de réflexion et transmission en amplitude

Prenons le cas de l'interface entre deux milieux diélectriques linéaires, homogènes, isotropes et transparents, c'est-à-dire tels que :

$$\begin{cases} \underline{n}_1 = n_1 \\ \underline{n}_2 = n_2 \end{cases}$$

Les coefficients de réflexion et de transmission sont alors eux aussi réels. Le coefficient de transmission est toujours positif alors que le signe du coefficient de réflexion dépend de la valeur de  $n_1$  par rapport

à  $n_2$  :

- Si  $n_1 > n_2$  :

$$\begin{cases} \underline{r}_E = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} > 0 \\ \underline{t}_E = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} > 0 \end{cases}$$

Dans ce cas, les champs réfléchis et transmis sont en phase avec le champ incident et les coefficients de réflexion et de transmission n'agissent que sur l'amplitude des champs.

- Si  $n_1 < n_2$  :

$$\begin{cases} \underline{r}_E = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0 \\ \underline{t}_E = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} > 0 \end{cases}$$

Ainsi, dans ce cas, le champ transmis est en phase avec le champ incident mais le champ réfléchi est en opposition de phase avec le champ incident.

### III-2) Coefficients de réflexion et transmission en puissance

Soit :

$$\begin{cases} R = |\underline{r}_E|^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \\ T = \frac{R_e(\underline{n}_2^*)}{R_e(\underline{n}_1^*)} |\underline{t}_E|^2 = \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{2n_1}{n_1 + n_2}\right)^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \end{cases}$$

On vérifie ainsi que :  $R+T=1$ . La relation  $R+T=1$  découle de la conservation de la puissance des ondes électromagnétiques à l'interface, la somme des puissances transmises et réfléchies égale à la puissance incidente.