Sujet I : Résolution de doublet

On éclaire un réseau de fentes considérées comme infiniment fines et distantes de $a = 10\ \mu m$, par une OPPM, de longueur d'onde λ, perpendiculaire à la pupille et de largeur $L = 1\ cm$. On observe la figure de diffraction à l'infini dans la direction θ.

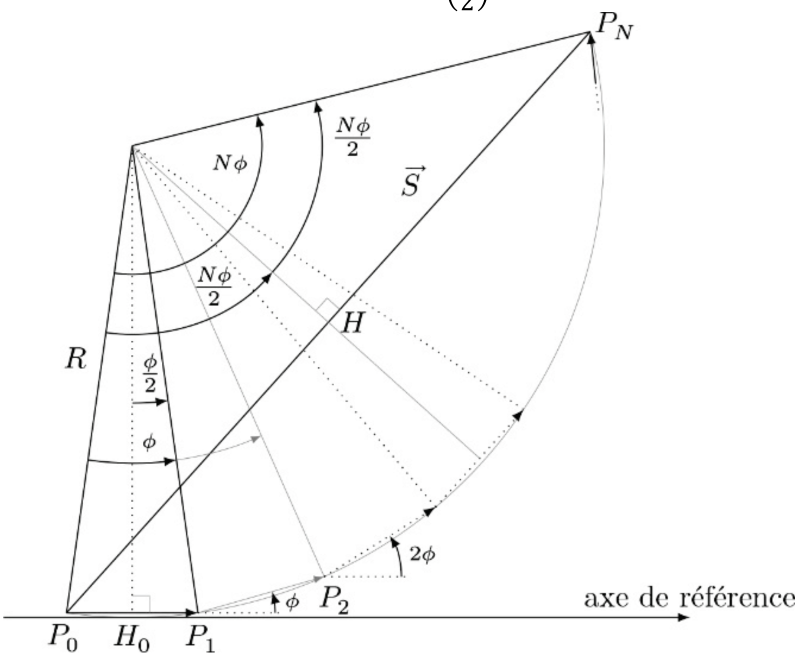
1°) Déterminer le déphasage ϕ entre deux rayons lumineux successifs.

2°) En utilisant les vecteurs de Fresnel :

a) Déterminer la position des maxima principaux et déterminer leur largeur.

b) Justifier, à l'aide de la construction géométrique suivante que l'intensité diffractée $I(\theta)$ dans la direction θ est de la forme ;

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$



3°) Justifier alors que la condition pour obtenir des franges brillantes est très « stricte ».

4°) On souhaite étudier le spectre d'une lampe à vapeur de mercure en utilisant la diapositive précédente et plus précisément on souhaite vérifier l'écart entre les deux raies jaunes du mercure : $\lambda_1 = 579{,}1\ nm\ et\ \lambda_2 = 577{,}0\ nm$.

En vous aidant de l'annexe, déterminer à partir de quel ordre il est possible de séparer les deux raies.

Annexe : Pouvoir de résolution d'un réseau

Le pouvoir de résolution d'un réseau est l'aptitude du réseau à séparer deux longueurs d'onde. Il est défini par le critère de Rayleigh qui considère que deux longueurs d'onde $\lambda\ et\ \lambda + \Delta\lambda$ sont séparables si le maximum de l'une $(\lambda + \Delta\lambda)$ est à la position du premier minimum nul de l'autre (λ). Le pouvoir de résolution vaut alors :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m\,N$$

où m est l'ordre et N est le nombre de traits éclairés.

Vous introduirez au cours de l'exercice toutes les grandeurs qui vous semblent pertinentes et vous proposerez, si besoin, des ordres de grandeur pour les applications numériques.

Sujet II : La neige artificielle

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant de fines gouttes d'eau liquide supposées sphériques de rayon $R = 0{,}2\ mm$ d'eau liquide à $T_i = 10°C$ dans l'air ambiant à la température $T_e = -15\ °C$. À l'interface eau-air, le flux thermique dϕ à travers une surface dS dans le sens de la normale extérieure $\vec{n}$ est donné par la loi :

$$d\phi = h(T(t) - T_e)dS$$

1°) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la température de la goutte $T(t)$.

2°) Déterminer le temps t_0 mis par la goutte d'eau liquide pour atteindre la température de surfusion $T(t_0) = -5\ °C$.

3°) Lorsque la goutte a atteint la température de −5 °C, il y a rupture de la surfusion : la température remonte brutalement à 0°C et la goutte est partiellement solidifiée (phénomène également brutal). Moyennant des hypothèses que vous expliciterez, calculer la fraction x de liquide restant à solidifier après la rupture de la surfusion.

4°) Calculer le temps nécessaire à la solidification du reste de l'eau liquide.

Données :

- Coefficient conductoconvectif $h = 65\ Wm^{-2}K^{-1}$.
- Chaleur latente de changement de phase solide-liquide $L_{fus} = 333\ kJ.kg^{-1}$.
- Capacité thermique massique de l'eau liquide $c_{liq} = 4{,}2\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'eau solide $c_{sol} = 2{,}1\ kJ.kg^{-1}K^{-1}$

Sujet III : Conduites cylindriques

On considère une conduite cylindrique métallique de rayon R, de section σ, de longueur L et de conductivité thermique λ. La température à l'extrémité initiale, en x=0, est donnée par $T(x=0) = T_1 > 333K$. Partout ailleurs, à l'extérieur du cylindre, il règne une température T_e. On note $dP = h(T - T_e)dx$ la puissance cédée à l'extérieur par l'élément de cylindre de longueur dx et de section σ.

1°) Démontrez l'équation différentielle vérifiée par T(x).

2°) Dans le cas où L est très grand, donner l'expression de T(x). A partir de quelle longueur peut-on considérer L comme grand ?

3°) On prend deux conduites cylindriques, l'une en cuivre (λ_{Cu}) et l'autre en étain (λ_{Sn}), avec les mêmes caractéristiques géométriques. On les recouvre de paraffine, qui fond à 60°C. Sur le tube en cuivre, la paraffine fond jusqu'à x_1 et pour l'étain jusqu'à x_2. Déterminer λ_{Sn} en fonction de λ_{Cu}, x_1 et x_2.

A.N : $x_1 = 30cm, x_2 = 12{,}4cm$ et $\lambda_{Cu} = 390Wm^{-1}K^{-1}$.

4°) Calculer la puissance dissipée par deux méthodes différentes.

Sujet IV : Potentiel de Yukawa

Dans l'espace rapporté à un repère galiléen $R_g(0,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z})$ règne un champ électrique dérivant du potentiel appelé potentiel de Yukawa exprimé en coordonnées sphériques par : $V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^{-\frac{r}{a}}}{r}$

1°) Quel est le champ électrique associé à ce potentiel

2°) Exprimer le flux de ce champ électrique à travers une sphère de rayon r et en déduire deux renseignements sur la distribution de charge en faisant tendre r vers zéro et r vers l'infini.

3°) Déterminer la densité volumique de charges. Représenter la courbe $\rho(r)$.

4°) On définit la charge surfacique de la couronne sphérique par $\sigma(r) = \frac{dQ}{dr}$ où dQ est la charge contenue dans la couronne sphérique de largeur dr. Pour quelle valeur de r, la charge surfacique est-elle extrêmale ?

5°) Justifier que l'on peut qualifier le potentiel de Yukawa de potentiel Coulombien avec écran. Quel objet physique peut-être modélisé par cette distribution de charge.

6°) Un modèle équivalent existe-t-il en mécanique gravitationnelle.

Sujet V : Appareil photo jetable

L'objectif d'un appareil photo jetable n'est constitué que d'une seule lentille mince de diamètre D, la pellicule se situant à une distance d fixe derrière l'objectif. Cette distance n'est pas modifiable, de même que la distance focale f' de l'objectif : autrement dit, aucune mise au point n'est nécessaire.

1°) Quel type de lentille doit-être utilisé ? Estimer les valeurs typiques de d et D pour l'appareil photographique présenté sur la figure.

2°) On tire le portrait d'une personne située à une distance $L = 3{,}0$ m de l'objectif de l'appareil. Quel doit être la valeur de la distance focale de l'objectif pour que cette personne soit vue nette sur la photo ? Faire un schéma. Peut-on voir la personne en entier sur la photo, en utilisant une pellicule 24 × 36 mm ?

On suppose désormais que l'appareil est conçu de sorte que $d = f'$.

3°) Déterminer le rayon r de la tâche lumineuse formée dans le plan de la pellicule par le faisceau de rayons lumineux issus d'un objet ponctuel A situé sur l'axe optique à une distance l de l'objectif. Commenter le résultat.

4°) Dans une revue photographique, on peut lire : « Une pellicule 24×36 mm contient environ 2 millions de grains d'argent ». Quelle est la position de l'objet le plus proche vu net sur la pellicule ? Est-ce satisfaisant pour les applications usuelles ?

5°). Comment pourrait-on envisager d'améliorer le dispositif en augmentant légèrement la distance d ? Applications numériques et commentaires.

6°) On considère de nouveau le réglage $d=f'$ et on réalise le portait d'une personne située à 5 m de l'appareil photo. Le portait est développé et le tirage est réalisé sur un format 10 × 15 cm. Évaluer le pouvoir séparateur θ_{min} de l'œil humain. Peut-on se rendre compte que le portrait est légèrement flou en l'observant à une distance de 30 cm ? Conclusion ?

Données :

La relation de conjugaison d'une lentille mince de distance focale f', utilisée dans les conditions de Gauss est (on note A' le point image conjugué du point objet A) : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$.