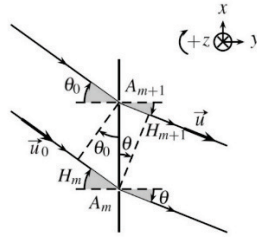


# Sujet I : Résolution de doublet

1°)



Le plan orthogonal aux rayons incidents sur le plan des trous d'Young et contenant les points  $H_m$  et  $A_{m+1}$  est un plan d'onde relativement à la source S.

Le plan orthogonal aux rayons émergents et qui contient les points  $H_{m+1}$  et  $A_m$  est un plan d'onde relativement à une source fictive qui serait placée en M.

D'où la différence de marche :

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (H_{m+1}A_{m+1}) - (H_mA_m) \\ \Leftrightarrow \delta(M) &= a \sin(\theta) - a \sin(\theta_0) \\ \Rightarrow \phi(M) &= \frac{2\pi a}{\lambda_0} (\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) \end{aligned}$$

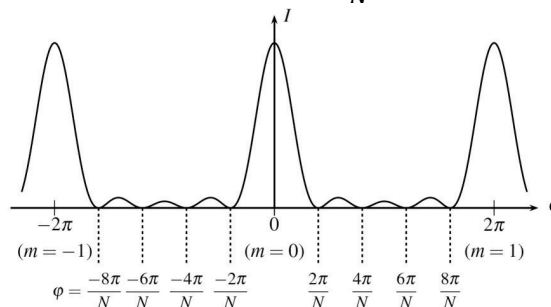
2°)

- a) On va additionner les  $N = \frac{L}{a} = 1000$  ondes sous la forme de vecteur de Fresnel tel que les maxima principaux vérifient :

$$\begin{aligned} \phi(M) &= \frac{2\pi a}{\lambda_0} (\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) = 2m\pi \\ \Rightarrow a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) &= m\lambda \\ \Rightarrow \sin(\theta_k) &= \sin(\theta_0) + \frac{m\lambda}{a} \end{aligned}$$

- La première annulation va correspondre à un tour entier dans le plan de Fresnel d'où  $\varphi = \frac{2\pi}{N}$ .

La largeur du pic principal vaut donc  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{N}$ .





## Sujet II : La neige artificielle

1°) Bilan d'énergie :

$$\begin{aligned}
 dU &= \delta W + \delta Q \\
 \Leftrightarrow dU &= \delta Q = -h(T(t) - T_e)Sdt \\
 \Leftrightarrow \rho cVdT &= -h(T(t) - T_e)Sdt \\
 \Leftrightarrow \frac{dT}{dt} &= -\frac{h(T(t) - T_e)S}{\rho cV} \\
 \Leftrightarrow \frac{dT}{dt} &= -\frac{h(T(t) - T_e)S}{\rho cV} = -\frac{3h}{R\rho c}(T(t) - T_e) \\
 \Leftrightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{3h}{R\rho c}T &= \frac{3h}{R\rho c}T_e
 \end{aligned}$$

2°) L'équation différentielle s'intègre en :  $T(t) = T_e + Ae^{-t/\tau}$  où  $\tau = \frac{\rho cR}{3h}$ 

Or :

$$T(0) = T_i \Rightarrow T(t) = T_e + (T_i - T_e)e^{-t/\tau}$$

Donc  $t_0$  vérifie :

$$\begin{aligned}
 T(t_0) &= T_e + (T_i - T_e)e^{-t_0/\tau} \\
 \Leftrightarrow \frac{T(t_0) - T_e}{T_i - T_e} &= e^{-t_0/\tau} \\
 \Leftrightarrow t_0 &= -\tau \operatorname{Ln} \left( \frac{T(t_0) - T_e}{T_i - T_e} \right) = 4 \text{ s}
 \end{aligned}$$

3°) Bilan enthalpique :

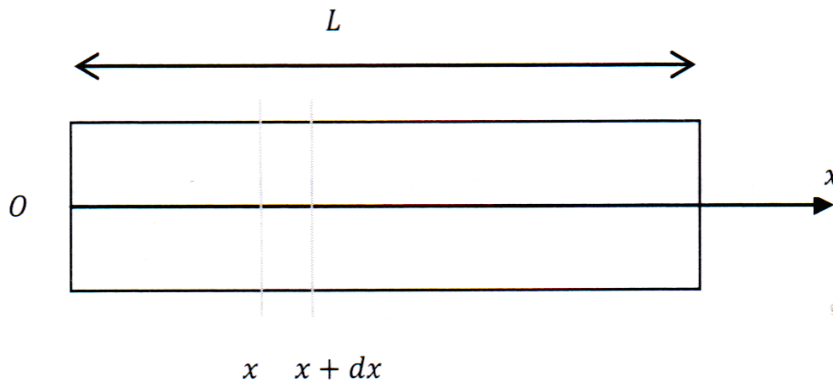
$$\begin{aligned}
 \Delta H &= \Delta H_1(-5^\circ\text{C} \rightarrow 0^\circ\text{C}) + \Delta H_2(\text{solidification}) = 0 \\
 \Leftrightarrow \rho cV(\Delta T) + (1 - x)\rho V l_{sol} &= 0 \\
 \Leftrightarrow c\Delta T - (1 - x)l_{fus} &= 0 \\
 \Leftrightarrow x &= 1 - \frac{c(T_{273} - T_i)}{l_{fus}} = 0,94
 \end{aligned}$$

4°) Lors du changement d'état la température reste constante d'où un flux d'énergie constant avec l'extérieur tel que :

$$\begin{aligned}
 -xl_{fus} &= \int \phi dt = \phi \Delta t \\
 \Leftrightarrow -x\rho V l_{fus} &= -h(T_{273} - T_e)S\Delta t \\
 \Leftrightarrow \Delta t &= \frac{x\rho R l_{fus}}{3h(T_{273} - T_e)} = 21 \text{ s}
 \end{aligned}$$

## Sujet III : Conduites cylindriques

1) On commence par faire le schéma de la tige de longueur  $L$  et de section  $\sigma$ . On appelle  $Ox$  l'axe de la tige. On a donc ici un problème de conduction unidirectionnelle le long de l'axe  $Ox$  avec des pertes latérales.



On va donc effectuer un bilan thermique sur la tranche de tige comprise entre  $x$  et  $x + dx$ . Ce système reçoit un flux thermique  $j_{th}(x)\sigma$  du côté gauche et reçoit un flux thermique  $-j_{th}(x + dx)\sigma$  du côté droit.

On met un signe moins car ce flux est effectivement perdu par le système.

On a directement utilisé les scalaires car le vecteur densité de courant thermique est colinéaire au vecteur surface.

Le système perd aussi une puissance par la surface latérale qui est donnée dans l'énoncé par :

$$dP = h(T - T_e)dx .$$

D'où la puissance reçue par le système :

$$dP_{reçue} = -h(T - T_e)dx .$$

En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système compris entre  $x$  et  $x + dx$ , on obtient :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = j_{th}(x)\sigma - j_{th}(x + dx)\sigma - h(T - T_e)dx$$

où  $\rho$  représente la masse volumique de la tige et  $c$  sa capacité thermique.

On n'était pas obligé de les introduire car on se place en régime permanent.

Donc :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0 .$$

On obtient dans le cas du régime permanent l'équation suivante :

$$j_{th}(x)\sigma - j_{th}(x + dx)\sigma - h(T - T_e)dx = 0$$

or

$$j_{th}(x + dx) = j_{th}(x) + \frac{\partial j_{th}}{\partial x} dx$$

donc :

$$-\frac{\partial j_{th}}{\partial x} dx\sigma - h(T - T_e)dx = 0.$$

En simplifiant par  $dx$ , on trouve alors :

$$-\frac{\partial j_{th}}{\partial x} \sigma - h(T - T_e) = 0.$$

Reste à utiliser la loi de Fourier pour exprimer le vecteur densité de flux thermique :

$$\vec{j}_{th}(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{x}.$$

En utilisant la projection sur l'axe  $Ox$  pour la diffusion unidirectionnelle, on obtient :

$$j_{th}(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}.$$

L'équation de diffusion devient alors :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h}{\sigma} (T - T_e) = 0.$$

On l'écrira plutôt sous la forme suivante afin de reconnaître une équation différentielle du second ordre à coefficients constants et avec second membre :

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h}{\sigma\lambda} T = -\frac{h}{\sigma\lambda} T_e.}$$

*Penser à vérifier l'homogénéité de la formule.*

*Le premier terme a pour unité :  $K.m^{-2}$ .*

*Le coefficient  $h$  est égal à une puissance divisée par une température et divisée par une longueur ; donc  $h$  a pour unité :  $W.K^{-1}m^{-1}$ .  $\sigma$  est une surface et a comme unité :  $m^2$ . La conductivité thermique  $\lambda$  a pour unité :  $W.m^{-1}K^{-1}$ .*

*Alors le deuxième terme s'exprime en :  $K.m^{-2}$  comme le premier. Ceci confirme alors l'homogénéité de l'équation trouvée. Il faut penser à vérifier systématiquement l'homogénéité.*

*Ceci vous évitera beaucoup d'erreurs.*

2) On va donc résoudre l'équation différentielle trouvée en 1).

La solution particulière de cette équation vaut  $T = T_e$ .

La solution générale de l'équation sans second membre :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h}{\sigma} T = 0$$

est obtenue en écrivant l'équation caractéristique :

$$\lambda r^2 - \frac{h}{\sigma} = 0.$$

Cette équation caractéristique admet comme solutions :

$$r = \pm \sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}$$

D'où la solution générale de l'équation sans second membre :

$$T(x) = \alpha e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x} + \beta e^{\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x}.$$

Il faut maintenant ajouter la solution particulière pour obtenir la solution de l'équation 1) :

$$T(x) = \alpha e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x} + \beta e^{\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x} + T_e.$$

Reste maintenant à déterminer les constantes d'intégration  $\alpha$  et  $\beta$ .

Pour y parvenir, on va utiliser les conditions aux limites lorsque  $x = 0$  et lorsque  $x$  tend vers l'infini.

On commence par  $x$  tendant vers l'infini. La température reste finie donc on en déduit  $\beta = 0$ .

La température est continue en  $x = 0$  donc  $T_1 = T(0) = \alpha + T_e$ .

On trouve alors :

$$\alpha = T_1 - T_e.$$

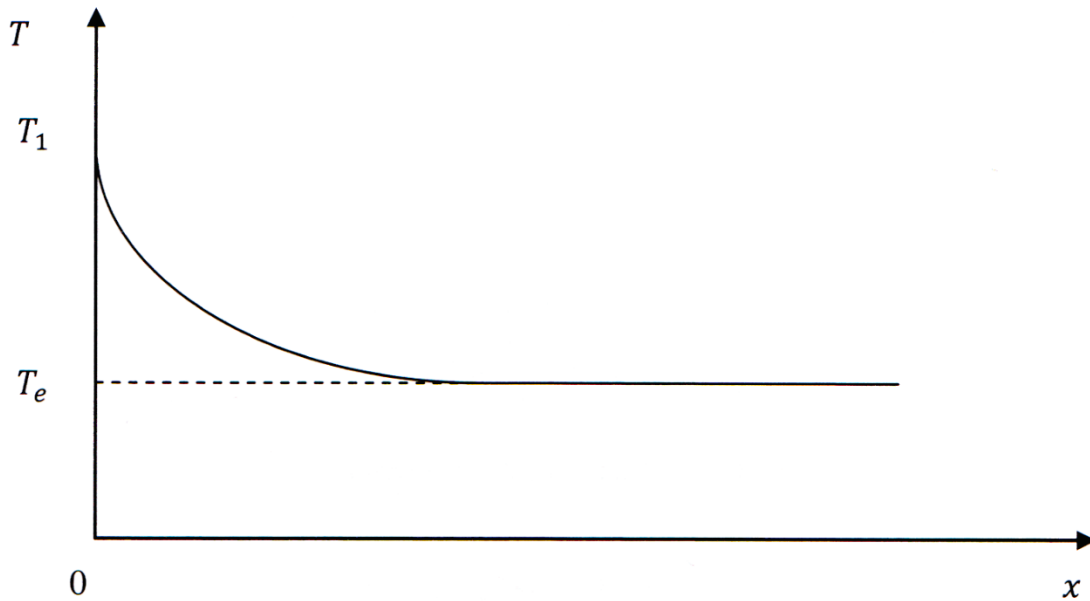
Finalement on en déduit l'expression de la température :

$$T(x) = (T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x} + T_e.$$

On peut représenter, même si l'énoncé ne la demande pas, l'allure de la température en fonction de  $x$  afin d'avoir une idée de sa variation.

$T(x)$  est une fonction décroissante qui vaut  $T_1$  en  $x = 0$  et qui vaut  $T_e$  quand  $x$  tend vers l'infini.

D'où l'allure de la fonction température en fonction de la longueur  $x$  :



Pour la longueur de la tige, on pourra la supposer très grande si :

$$\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}} L \gg 1$$

donc pour :

$$L \gg \sqrt{\frac{\sigma\lambda}{h}}$$

Pour se rendre compte de la valeur de  $L$ , on peut faire une application numérique pour une section de  $1 \text{ cm}^2$ , et un coefficient  $h$  égal à environ  $30 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

On trouve alors :

$$L \gg \sqrt{\frac{10^{-4} \cdot 390}{30}} = 3,6 \text{ cm.}$$

3) On appelle  $T_{60}$  la température de fusion de la paraffine.

Pour le cuivre, on utilise le résultat de la question 2). On remplace  $x$  par  $x_1$  et  $\lambda$  par  $\lambda_{Cu}$  et on obtient la relation suivante :

$$T_{60} = (T_1 - T_e) e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}} x_1} + T_e.$$

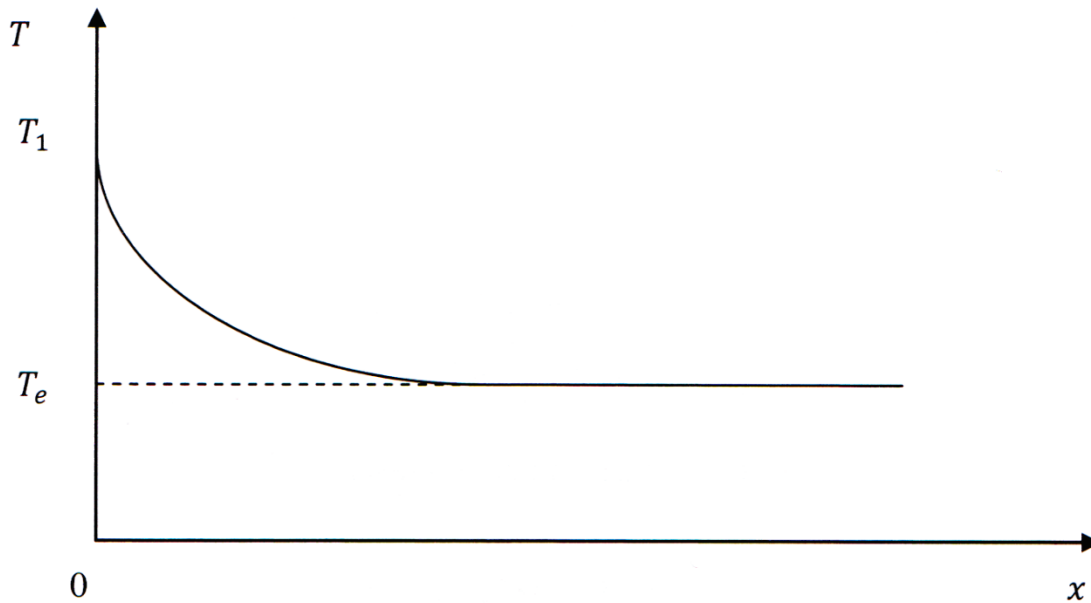
On procède de même pour la tige en étain et on obtient :

$$T_{60} = (T_1 - T_e) e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}} x_2} + T_e.$$

Reste alors à égaler les deux expressions :

$$(T_1 - T_e) e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}} x_1} + T_e = (T_1 - T_e) e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}} x_2} + T_e.$$

D'où l'allure de la fonction température en fonction de la longueur  $x$  :



Pour la longueur de la tige, on pourra la supposer très grande si :

$$\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}L \gg 1$$

donc pour :

$$L \gg \sqrt{\frac{\sigma\lambda}{h}}$$

Pour se rendre compte de la valeur de  $L$ , on peut faire une application numérique pour une section de  $1 \text{ cm}^2$ , et un coefficient  $h$  égal à environ  $30 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

On trouve alors :

$$L \gg \sqrt{\frac{10^{-4} \cdot 390}{30}} = 3,6 \text{ cm.}$$

3) On appelle  $T_{60}$  la température de fusion de la paraffine.

Pour le cuivre, on utilise le résultat de la question 2). On remplace  $x$  par  $x_1$  et  $\lambda$  par  $\lambda_{Cu}$  et on obtient la relation suivante :

$$T_{60} = (T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}}x_1} + T_e.$$

On procède de même pour la tige en étain et on obtient :

$$T_{60} = (T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}}x_2} + T_e.$$

Reste alors à égaliser les deux expressions :

$$(T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}}x_1} + T_e = (T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}}x_2} + T_e.$$



On peut maintenant simplifier les  $T_e$ , donc on obtient :

$$(T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}}x_1} = (T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}}x_2}$$

$(T_1 - T_e)$  est en facteur et donc se simplifie.

On arrive donc à l'égalité suivante :

$$e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}}x_1} = e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}}x_2}$$

Reste maintenant à appliquer le logarithme à chacun des membres et on obtient :

$$-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}}x_1 = -\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}}x_2.$$

On veut maintenant exprimer  $\lambda_{Sn}$ .

En élevant au carré l'expression précédente, on obtient :

$$\frac{h}{\sigma\lambda_{Cu}}x_1^2 = \frac{h}{\sigma\lambda_{Sn}}x_2^2.$$

On peut donc, en simplifiant par  $\frac{h}{\sigma}$ , trouver  $\lambda_{Sn}$  :

$$\boxed{\lambda_{Sn} = \lambda_{Cu} \frac{x_2^2}{x_1^2}}$$

*On constate immédiatement que l'expression est bien homogène.*

On peut alors faire l'application numérique afin de trouver  $\lambda_{Sn}$ .

$$\lambda_{Sn} = 390 \frac{(12,4)^2}{(30)^2}.$$

On peut laisser les longueurs en cm puisqu'elles interviennent sous forme d'une fraction.

On trouve alors :

$$\boxed{\lambda_{Sn} = 66,63 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \text{m}^{-1} .}$$

Penser à préciser l'unité de la grandeur calculée.

Ce système peut illustrer le principe de fonctionnement du banc Kofler que l'on utilise en chimie pour déterminer le point de fusion d'un corps.

4) La puissance dissipée  $\Phi$  est égale à la puissance fournie par le thermostat. Elle est donc égale au flux du vecteur densité de courant thermique en  $x = 0$ . On obtient donc :

$$\Phi = j_{th}(0)\sigma$$

avec :

$$j_{th}(0) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0).$$

Or :

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x) = -\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}(T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x}.$$

Donc en  $x = 0$ , on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = -\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}(T_1 - T_e).$$

On peut donc en déduire la puissance dissipée au niveau du thermostat :

$$\Phi = \lambda \sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}(T_1 - T_e)\sigma.$$

En simplifiant au maximum on obtient alors :

$$\boxed{\Phi = (T_1 - T_e)\sqrt{h\sigma\lambda}.}$$

On procède maintenant au calcul direct de la puissance dissipée.

Par définition, elle est égale à :

$$\Phi = \int_0^\infty h(T - T_e)dx.$$

On remplace  $T - T_e$  par son expression.

On obtient alors :

$$\Phi = \int_0^\infty h(T_1 - T_e)e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x} dx.$$

Reste ainsi à calculer la primitive de  $e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x}$  :

$$\Phi = -h(T_1 - T_e) \sqrt{\frac{\sigma\lambda}{h}} \left[ e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x} \right]_0^\infty.$$

$e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x}$  vaut 1 pour  $x = 0$ .

$e^{-\sqrt{\frac{h}{\sigma\lambda}}x}$  tend vers 0 lorsque  $x$  tend vers l'infini.

Et finalement :

$$\boxed{\Phi = (T_1 - T_e)\sqrt{h\sigma\lambda}.}$$

On a donc bien obtenu deux expressions identiques pour la puissance dissipée.

## Sujet IV : Potentiel de Yukawa

1) On donne l'expression du potentiel qui ne dépend que de  $r$ . Le problème est donc à symétrie sphérique. Le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire et on a donc la relation suivante :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V.$$

En coordonnées sphériques pour un potentiel qui ne dépend que de  $r$ , on a :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r \\ \vec{E} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \vec{e}_r\end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{1}{ra} \right) \vec{e}_r.}$$

On vérifie que le champ est bien homogène. Un champ électrique est homogène à charge divisée par  $\epsilon_0$  et divisée par une distance au carré. Ici le terme  $e^{-\frac{r}{a}}$  est bien sans dimension.

2) On détermine maintenant le flux  $\phi$  du champ à travers une sphère de rayon  $r$ . On a :

$$\phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Or  $\vec{E}$  et  $d\vec{S}$  sont colinéaires donc :

$$\phi = \oiint E dS.$$

Mais  $E$  ne dépend que de  $r$ , donc :

$$\phi = E \oiint dS.$$

On trouve finalement :

$$\phi = E(r)4\pi r^2.$$

En remplaçant avec l'expression du champ :

$$\phi = \frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{1}{ra} \right) 4\pi r^2$$

et en simplifiant :

$$\phi(r) = \frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{\epsilon_0} \left( 1 + \frac{r}{a} \right).$$

En utilisant le théorème de Gauss, on a :

$$\phi(r) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}.$$

Lorsque  $r$  tend vers 0, alors :

$$\phi(r) \rightarrow \frac{q}{\epsilon_0} \text{ quand } r \text{ tend vers } 0.$$

On en déduit qu'il existe une charge ponctuelle  $q$  placée au centre 0.

Lorsque  $r$  tend vers  $+\infty$ , alors :

$$\phi(r) \rightarrow 0 \text{ quand } r \text{ tend vers } +\infty.$$

On en déduit que la charge totale est nulle.

Il existe donc une charge volumique négative répartie dans l'espace.

3) On détermine le flux à travers la sphère de rayon  $r + dr$  :

$$\phi(r + dr) = \frac{Q_{int}(r + dr)}{\epsilon_0}.$$

De même pour le sphère de rayon  $r$ , on a :

$$\phi(r) = \frac{Q_{int}(r)}{\epsilon_0}.$$

Donc en faisant la différence, on obtient le flux à travers la couronne sphérique :

$$\phi(r + dr) - \phi(r) = \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0}.$$

Et la différence des charges intérieures est égale à la charge contenue dans la couronne sphérique considérée, c'est-à-dire à  $\rho 4\pi r^2 dr$ .

On obtient l'équation suivante :

$$\frac{d\phi}{dr} dr = \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0}.$$

On en déduit la densité volumique de charges après simplifications :

$$\rho = \frac{\epsilon_0}{4\pi r^2} \frac{d\phi}{dr}.$$

En utilisant l'expression du flux de la question 2), on obtient :

$$\rho = \frac{\epsilon_0}{4\pi r^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{\epsilon_0} \left( 1 + \frac{r}{a} \right) \right)$$

$$\rho = \frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{4\pi r^2} \left( -\frac{1}{a} \left( 1 + \frac{r}{a} \right) + \frac{1}{a} \right)$$

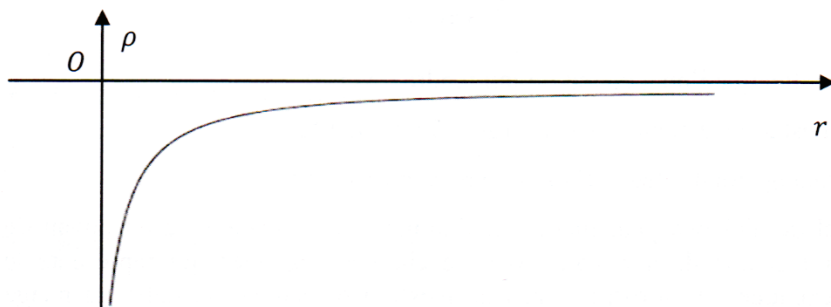
$$\boxed{\rho = -\frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{4\pi r a^2}}.$$

On trouve donc une densité volumique de charges négatives.

On aurait pu aussi utiliser la loi locale suivante :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}.$$

Cette charge diverge quand  $r$  tend vers 0. Cette charge volumique tend vers 0 quand  $r$  tend vers l'infini. D'où l'allure de la charge volumique  $\rho$  en fonction de  $r$  :



4) On détermine la charge de la couronne sphérique considérée :  $dQ = \rho 4\pi r^2 dr$ .

On en déduit la charge surfacique  $\sigma$  :

$$\sigma = \frac{dQ}{dr} = \rho 4\pi r^2.$$

Et en remplaçant par la valeur de  $\rho$  :

$$\sigma = -\frac{qe^{-\frac{r}{a}}}{4\pi r a^2} 4\pi r^2.$$

En simplifiant on trouve :

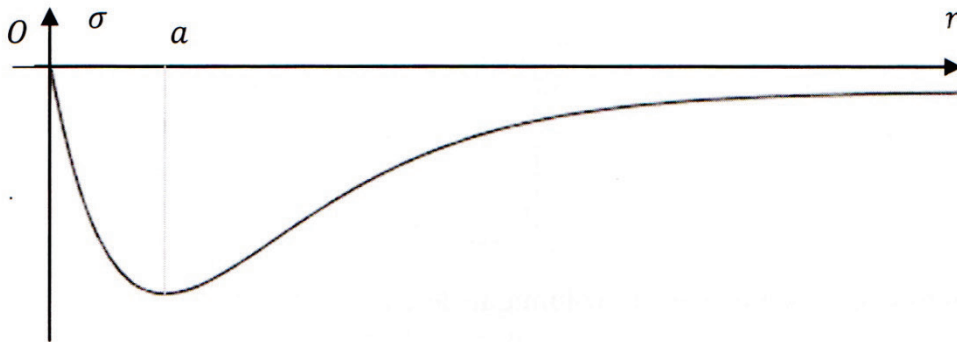
$$\sigma = -\frac{qre^{-\frac{r}{a}}}{a^2}.$$

On cherche les variations de  $\sigma(r)$ , on va donc calculer sa dérivée :

$$\frac{d\sigma(r)}{dr} = -\frac{q}{a^2} \left(1 - \frac{r}{a}\right) e^{-\frac{r}{a}}.$$

On obtient donc un minimum pour  $r = a$ .

On peut représenter  $\sigma$  en fonction de  $r$  :



Pour la valeur  $r = a$ , on a donc la charge de la couronne la plus importante (en valeur absolue).

5) Le potentiel Coulombien est donné pour une charge ponctuelle par :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}.$$

C'est le potentiel que l'on a quand on fait tendre  $r$  vers 0.

Le potentiel est alors écranté par la charge volumique négative.

On a un écrantage total lorsque l'on fait tendre  $r$  vers l'infini.

Ce potentiel de Yukawa peut modéliser l'atome d'hydrogène avec un noyau de charge  $q = e$  et une densité volumique de charges négatives qui représente le nuage électronique. On a estimé dans la question précédente la taille du nuage électronique qui est de l'ordre de  $a$ .

6) On ne peut pas trouver de modèle équivalent en gravitation car il n'existe pas de masses négatives.

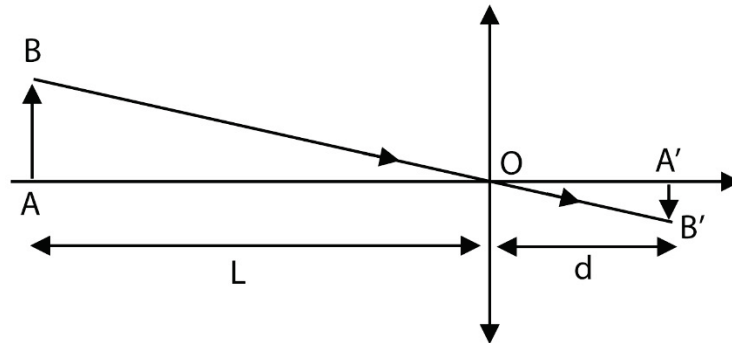
## Sujet V : Appareil photo jetable

1°) Afin d'obtenir une image réelle sur la pellicule à partir d'un objet réel éloigné il faut utiliser une lentille convergente de courte focale.

Sur la photo on peut prendre :  $d=2\text{cm}$  et  $D=1\text{cm}$ .

2°) Soit :

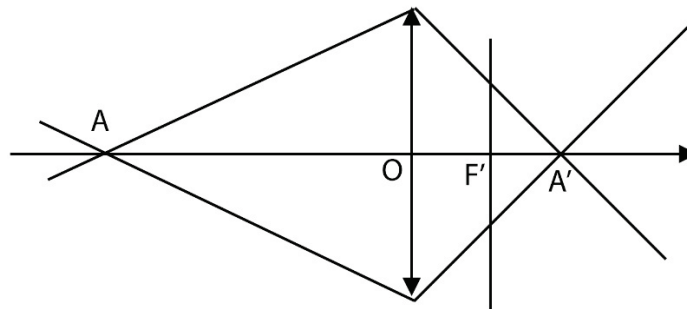
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{L} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{Ld}{L+d} = 2,00 \text{ cm}$$



$$\text{Soit : } \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{d}{L} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{0,036}{1,80} = 0,02 \Rightarrow L = 1\text{m}$$

Ainsi pour observer entièrement la personne sur 36mm de pellicule il faut au moins que la personne à photographier soit située à 1m. Donc on observe entièrement la personne sur la photographie.

3°) On a désormais  $d=f'=2\text{cm}$ .



On a d'après le schéma :  $\tan \alpha = \frac{r}{\overline{F'A'}} = \frac{\frac{D}{2}}{\overline{OA'}}$

$$\text{où } \frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{lf'}{l-f'}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow r &= \frac{D}{2} \left( \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OA'}} \right) = \frac{D}{2} \left( \frac{\overline{F'O}}{\overline{OA'}} + 1 \right) = \frac{D}{2} \left( -\frac{l-f'}{l} + 1 \right) \\ &\Rightarrow r = \frac{Df'}{2l} \end{aligned}$$

Plus  $l$  est grand et plus la tâche sera petite.

4°) Calculons la surface d'un grain :

$$S_{\text{grain}} = 24 * 36 * \frac{10^{-6}}{2.10^6} = 4,32 \cdot 10^{-11} \text{m}^2$$

Afin d'avoir une image nette il faut que  $S_{\text{tâche}} < S_{\text{grain}}$

$$\Rightarrow \pi r^2 < S_{\text{grain}}$$

$$\Rightarrow \pi \left( \frac{Df'}{2l} \right)^2 < S_{\text{grain}}$$

$$\Rightarrow l^2 > \frac{\pi D^2 f'^2}{4 S_{\text{grain}}}$$

$$\Rightarrow l > l_{\text{min}} = \sqrt{\frac{\pi D^2 f'^2}{4 S_{\text{grain}}}} = 17 \text{m}$$

Sur cette pellicule, pour que l'image soit nette il faut se situer à 17m.

5°) Pour améliorer la netteté on peut reculer la pellicule afin de s'approche de A'. Ainsi :

$$\Rightarrow r' = \frac{D}{2} \left( \frac{\overline{M'A'}}{\overline{OA'}} \right) = \frac{D}{2} \left( \frac{\overline{M'O}}{\overline{OA'}} + 1 \right) = \frac{D}{2} \left( -d \frac{(l-f')}{lf'} + 1 \right)$$

$$\Rightarrow r' = \frac{D}{2} \left( \frac{d(f'-l) + lf'}{lf'} \right)$$

$$\Rightarrow r' = r \frac{\left( d + l - \frac{ld}{f'} \right)}{f'}$$

Pour  $d = \frac{f' + \overline{OA'}}{2}$  on obtient :  $r' = \frac{r}{2} < r$ .

6°) Lorsqu'on imprime sur la photographie on a réalisé un grandissement de :

$$\gamma = \frac{15}{3,6} = 4,17$$

Si on observe à 30cm, on l'observe sous l'angle :

$$\theta = \frac{\gamma * r}{d_{\text{observation}}} = 4,2 * \frac{6,7 \cdot 10^{-5}}{0,3} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{rad} \text{ avec } \Rightarrow r = \frac{Df'}{2l} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{m}$$

Or :  $\theta_{\text{min}} = 1' = \frac{1}{60}^\circ = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{rad}$

$$\Rightarrow \theta > \theta_{\text{min}}$$

L'œil verra les « tâches », l'image ne sera pas très nette.