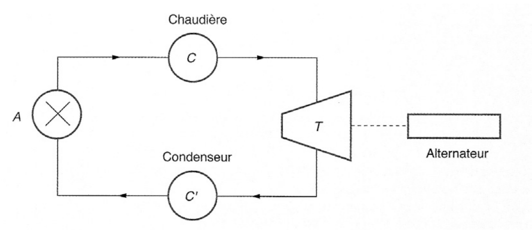
Sujet I :

1a – Turbomachine avec changement d'état

On considère une installation comportant une chaudière C, une turbine T, un condenseur C et une pompe A. Le fluide utilisé est l'eau, il décrit les cycles suivants :

- La pompe A amène le liquide saturant, pris à la sortie du condenseur (état F), jusqu'à la pression p_1 de la chaudière. Cette opération est pratiquement adiabatique et on peut considérer qu'à la sortie de la pompe le fluide est liquide (état G) pratiquement à la température T_2 du condenseur ;
- L'eau est alors injectée dans la chaudière où elle s'échauffe puis se vaporise de façon isobare (p_1). À la sortie de la chaudière, la vapeur est saturante sèche (titre de vapeur x = 1) à T_1 (état D) ;
- Elle subit ensuite une détente adiabatique et réversible dans une turbine T (partie active du cycle). À la sortie de la turbine, le fluide est à la température T_2 et à la pression p_2 du condenseur (point E), où il achève de se liquéfier de façon isobare (point F).



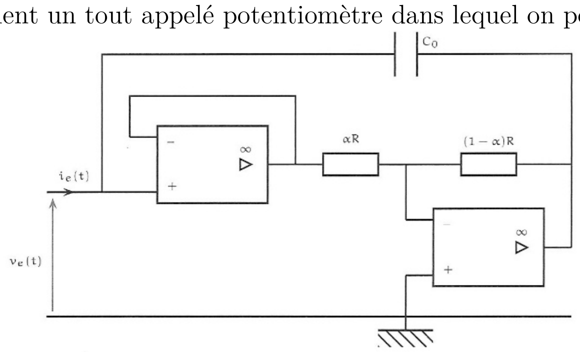
Données :

- T_1 = 523 K, T_2 = 293 K
- Enthalpie de vaporisation à 523 K : $l_1 = 1\,714\, kJ.kg^{-1}$.
- Pression de vapeur saturante à 523 K : $p_1 = 39{,}7.10^5 Pa.$
- Pression de vapeur saturante à 293 K : $p_2 = 2\,300\, Pa$.
- Enthalpie massique du liquide saturant à 293 K : $h_l = 84\, kJ.kg^{-1}$.
- Enthalpie massique de la vapeur saturante sèche à 293 K : $h_v = 2\,538\, kJ.kg^{-1}$.
- Chaleur massique du liquide : $c_{liq} = 4\,180\, J.kg^{-1}.K^{-1}$.
- Volume massique du liquide : $\mu_{liq} = 10^{-3}\, m^3.kg^{-1}$.

a) Quelle est l'enthalpie massique de vaporisation du fluide à 293 K ? Représentez le cycle en coordonnées $(ln(p), h)$.
b) Déterminer le titre en vapeur du fluide à la sortie de la turbine.
c) Déterminer l'enthalpie massique au point E.
d) Au point D, l'enthalpie massique vaut $2\,800\, kJ.kg^{-1}$, quel est le travail massique fourni par la turbine à l'alternateur ?
e) Justifier que le travail massique mis en jeu dans la pompe est négligeable devant celui fourni par la turbine.
f) Déterminer le rendement de l'installation et le comparer à celui du cycle réversible fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes. D'où provient cet écart ?
g) Quel débit massique de fluide est nécessaire pour obtenir une puissance convertie par l'alternateur de 100 kW ?

1b - Circuit à capacité variable

On considère le montage dans lequel les amplificateurs opérationnels sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire. Les résistances αR et (1-α)R forment un tout appelé potentiomètre dans lequel on peut faire varier α de 0 à 1.



1°) Rappeler les propriétés des tensions et courants sur les entrées inverseuses et non inverseuses des ALI idéaux en régime linéaire.

2°) Montrer que le montage est équivalent à une capacité C que l'on exprimera en fonction de C_o et α.

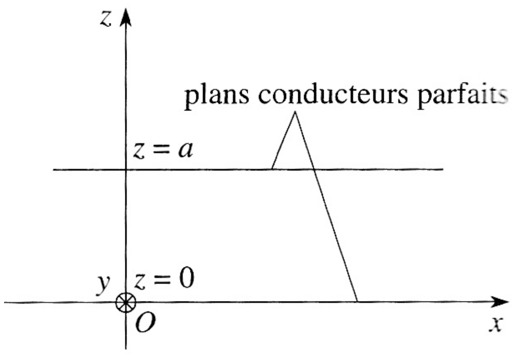
3°) Quel est l'intérêt du montage ?

Sujet II :

2a – Ondes se propageant entre deux plans

Une onde électromagnétique se propage dans le vide, parallèlement à (0x), entre les plans z=0 et z=a considérés comme conducteurs parfaits. Son champ électrique est :

$$\vec{E} = E_0 sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) cos(\omega t - kx)\,\overrightarrow{u_y}$$



1°) Quel est le champ magnétique associé à cette onde ?
2°) Cette onde est-elle plane ? transverse ?
3°) Quelle est la relation de dispersion des ondes étudiées ?
4°) Quelle vitesse de phase pouvons-nous associer à ces ondes ? Quelle est la particularité de cette vitesse ?
5°) Calculer l'énergie moyenne contenue dans un parallélépipède de volume ΔxΔyΔz avec Δx=Δy=1 et Δz=a.
6°) Quelle est l'énergie moyenne transportée, par unité de temps, par l'onde à travers une section de hauteur a et de largeur unité perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde ?
7°) Quelle vitesse d'énergie pouvons-nous associer à cette onde ? La comparer à la vitesse de phase.

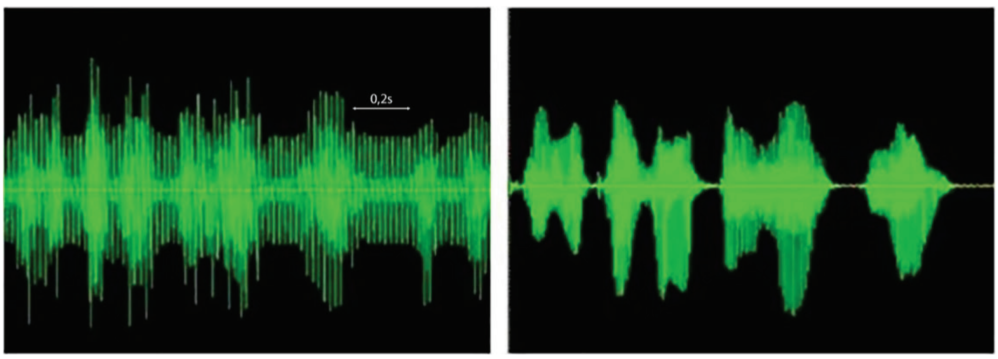
2b – NSA

La NSA surveille les communications de téléphones. Les enregistrements sont perturbés par les systèmes d'acquisition branchés sur le secteur.

1°) Quels sont les fréquences « secteur » aux USA, en France ?

2°) Proposez un système électronique permettant d'améliorer la qualité des enregistrements. Calibrer ce système.

Exemple de correction d'un enregistrement (fichier avant et après correction) :

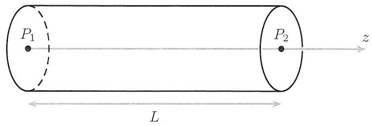


Sujet III :

3a – Ecoulement de Poiseuille dans un tuyau

On considère un tuyau cylindrique, de rayon R, de longueur L, horizontal et parcouru par un liquide newtonien de viscosité dynamique η. La pression sur l'axe du cylindre est P_1 à l'entrée et P_2 à la sortie du tuyau. L'écoulement est permanent et laminaire.

On ne tient pas compte de la pesanteur, dont les effets sur le fluide sont compensés par la réaction du tuyau. Dans ce cas, le champ de vitesse est de la forme $\vec{v} = f(r)\overrightarrow{u_z}$.



1°) Justifier que le champ de vitesse ne dépend que de la variable r.
2°) Justifier que la pression est uniforme sur une section droite du tuyau.
3°)

a) Comment s'adapte la définition de la viscosité dynamique dans le cas de l'écoulement étudié ?
b) En raisonnant sur un cylindre de fluide de longueur L et de rayon r, établir une équation liant le champ de vitesse et les pressions en z = 0 et z = L.
c) En déduire le profil de vitesse f (r).

4°) En déduire le débit volumique à travers une section du tuyau. En établissant une analogie avec la loi d'Ohm de l'électricité, définir la notion de résistance hydraulique. Exprimer la résistance hydraulique du tuyau en fonction des données.

Données : $div\,\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

3b – Gabarit de filtre

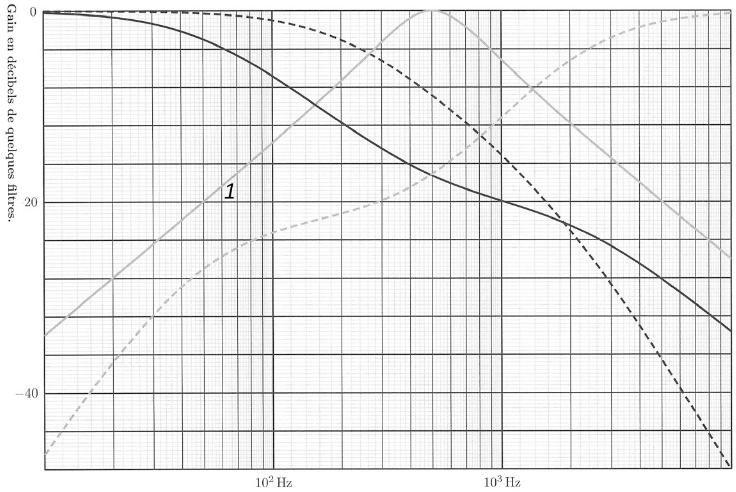
On considère un filtre passe-bande RLC dont la fonction de transfert est la suivante :

$$\underline{H} = H_0 \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} = H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

Où on a introduit la pulsation caractéristique de ce filtre, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, la variable sans dimension $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ appelée pulsation réduite et le facteur de qualité $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$.

Un cahier des charges impose pour ce filtre qu'il laisse passer avec une atténuation inférieure à 4 dB toutes les fréquences dans une bande comprise entre 300 Hz et 800 Hz, et rejette avec une atténuation supérieure à 18 dB toutes les fréquences inférieures à 50 Hz ou supérieures à 5 kHz.

a) Tracer le gabarit du filtre à l'aide du graphe suivant.

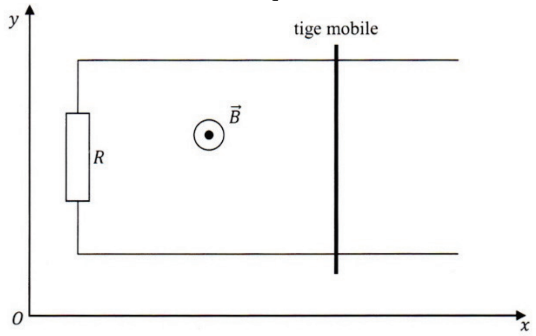


b) Vérifier que le gain dessiné en gris (1) sur la figure respecte le cahier des charges. Estimer la pente des asymptotes ; est-ce compatible avec le filtre passe-bande d'ordre deux étudié ? Quelle est la fréquence centrale de ce filtre ? On impose L = 0,10 H, en déduire la valeur de C.
c) Estimer à l'aide du graphe la valeur du facteur de qualité Q. En déduire la valeur de la résistance.

Sujet IV :

4a – Rails de Laplace

1°) En général, quelles sont les causes du phénomène d'induction ? Enoncez la loi de Faraday.
On étudie maintenant les phénomènes d'induction dans le dispositif ci-dessous.



Une tige de longueur a se déplace sans frottement sur deux rails de Laplace distants de a. La résistance des rails et de la tige est négligeable devant la résistance R. L'axe Oy se trouve dans le plan horizontal et l'axe Ox fait un angle α avec l'horizontale. Le système est placé dans le champ de pesanteur. On applique à la tige une force $\vec{F} = F\,\overrightarrow{u_x}$ de norme constante telle que la tige se déplace suivant la direction x croissante.
2°) Comment peut-on prévoir, sans calcul, le sens du courant induit ?
3°) Déterminer la fem induite ainsi que la force de Laplace exercée sur la tige.
4°) Déterminer les équations mécaniques et électriques pour le système.
5°) En déduire la vitesse de la tige ainsi que le courant circulant dans le circuit sachant qu'à l'instant initial la tige est immobile.

4b - Fentes d'Young

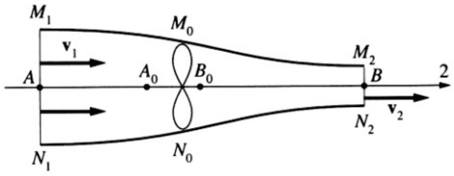
On étudie un dispositif des fentes d'Young qui est éclairé en incidence normale par une source ponctuelle monochromatique. Les fentes sont distantes de a et ont une largeur b.
1°) Faire un schéma du dispositif expérimental. Définir et calculer l'interfrange. Déterminer l'intensité observée sur un écran placé à grande distance finie des fentes si l'on néglige la largeur des fentes b.
2°) Expérimentalement, quelle est l'allure de l'intensité observée sur l'écran ?
3°) La source utilisée est un laser He-Ne de longueur d'onde $\lambda = 632{,}8nm$. On observe sur un écran placé à 2m derrière les fentes. La largeur de la tâche centrale vaut 36mm et l'interfrange vaut 50 μm. Déterminer a et b.

Sujet V :

5a - Théorie unidimensionnelle de l'hélice

Une hélice est plongée dans un fluide incompressible de masse volumique μ, animé d'un mouvement permanent et irrotationnel selon la direction définie par le vecteur unitaire $\overrightarrow{u_x}$ porté par l'axe de l'hélice, à l'exception de la zone située au voisinage immédiat de l'hélice.

L'hélice est supposée plane et on admettra que le fluide traversant l'hélice est contenu à l'intérieur d'un tube de courant ayant la symétrie de révolution et dont la trace dans le plan de figure est constituée par les courbes $M_1M_0M_2$ et $N_1N_0N_2$.



La zone extérieure à ce tube n'est pas affectée par le mouvement de l'hélice et la pression y est désignée par P_o. Les phénomènes à l'intérieur du tube sont rapportés à un référentiel (R_1) galiléen lié au support de l'hélice.

On suppose que la vitesse et la pression du fluide sont uniformes dans une section droite donnée du tube, et que leur répartition obéit aux hypothèses suivantes :

- En amont de l'hélice (et suffisamment loin d'elle), la pression est P_o, la vitesse du fluide est v_1, la surface de la section droite est S_1. Sur la figure cette section correspond au point A.
- En aval de l'hélice (et suffisamment loin d'elle), la pression est P_o, la vitesse du fluide est v_2, la surface de la section droite est S_2. Sur la figure, cette section correspond au point B.
- Au voisinage immédiat de l'hélice, la surface de la section est S, la vitesse du fluide est v.

On désigne par F la composante selon Ox de la force exercée par l'hélice sur le fluide et par P la puissance de cette force, puissance fournie au fluide.

On néglige le poids du fluide dans toutes les questions.

1°) Relier v_1S_1 et v_2S_2 à vS.

2°) En prenant comme volume de contrôle le tronçon de tube de courant de trace $M_1M_2N_2N_1$, effectuer un bilan de quantité de mouvement et exprimer la force F exercée par l'hélice sur le fluide puis la puissance P fournie pour l'hélice au fluide en fonction de μ, v_1, v_2, v et D_v.

3°) Effectuer un bilan énergétique sur le même volume de contrôle. En déduire une autre expression de P en fonction de μ, v_1, v_2 et D_v.

Déduire de ces deux expressions de P une relation entre v, v_1 et v_2, et exprimer P à l'aide de μ, S, v_1 et v_2.

4°) On se place dans le cas où $v_1 = 0$. Calculer F en fonction de μ, S et P.

5°) Un hélicoptère a pour masse 2 tonnes et son hélice a pour diamètre 5 m. Quelle doit-être la puissance minimale du moteur pour que cet hélicoptère puisse décoller ?

5b – Mire sinusoïdale

On place un objet diffractant dans le plan z=0. Il est éclairé par une OPPH de longueur d'onde $\lambda_0 = 540nm$ se propageant selon la direction Oz. En un point P de coordonnées (x_p, y_p) de l'objet diffractant, le coefficient de transmission est :

$$t(P) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x_p}{a}\right)\right) \text{ avec } a = 0{,}05nm$$

On considère les ondes diffractées dans le plan xOz. On note θ la direction d'une onde plane diffractée dans ce plan, par rapport à l'axe Oz. On définit la fréquence spatiale associée à cette onde par : $u = \frac{\sin\theta}{\lambda_0}$.

1°) Proposer un montage permettant de visualiser le plan de Fourier. On dispose d'une lentille de distance focale image f'=30cm.

2°) Préciser ce que l'on observe dans le plan de Fourier.

3°) Où se trouve le plan conjugué de la plaque ? Qu'observe-t-on ? Que faut-il faire pour avoir une teinte uniforme ?

Sujet VI :

6a – Fusée Ariane 5

On étudie le décollage vertical de la fusée Ariane 5. La masse de la fusée et du satellite est notée m_f. A t=0, la masse de gaz est notée m_{go}. Les gaz sont éjectés avec une vitesse verticale par rapport au référentiel terrestre galiléen à la vitesse relative $\vec{u}$ par rapport à la fusée. On note D_m le débit massique supposé constant. On néglige les frottements de l'atmosphère et le champ de pesanteur g est supposé uniforme.

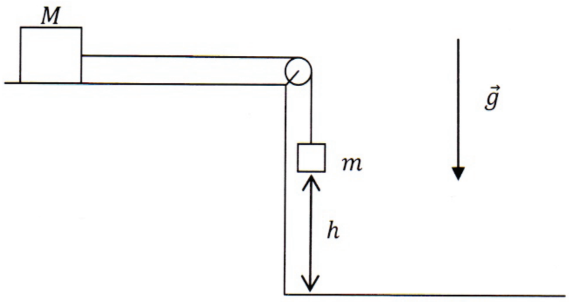
Données :

- $D_m = 3{,}6 \times 10^3\, kg.s^{-1}$; $g = 9{,}8\, m.s^{-2}$;
- $m_0 = m_f + m_{g0} = 460 \times 10^3 kg$;
- $u = 2{,}1 \times 10^3\, m.s^{-1}$

1°) A l'aide d'un bilan de quantité de mouvement, déterminer la force, due à l'éjection des gaz, subie par la fusée.
2°) Quelle doit être la valeur minimale de cette force pour que la fusée décolle ? Calculer l'accélération de la fusée à t = 0.
3°) Calculer la vitesse de la fusée au bout de 15 s.

6b – Masses et poulie

On considère le système formé par les deux masses M et m qui sont reliées par un fil inextensible et sans masse. Le fil passe par une poulie qui est sans masse et qui ne provoque pas de frottement. Le système est lâché sans vitesse initiale. Le contact entre la masse M et le sol est défini par le coefficient de frottement de glissement f.

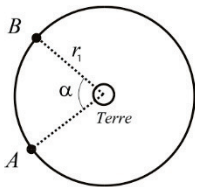


1°) Déterminer la vitesse de la masse M lorsque la masse m s'écrase au sol.
2°) Calculer le coefficient de frottement de glissement f sachant que la chute de la masse m d'une hauteur h provoque un déplacement total de M d'une distance d.

Sujet VII :

7a – Satellite en orbite

Deux satellites A et B tournent sur une même orbite circulaire de rayon r_1. Depuis le centre de la Terre, l'arc AB est vu sous l'angle α, B étant en retard sur A. On notera M_T la masse de la Terre et G la constante de gravitation universelle.



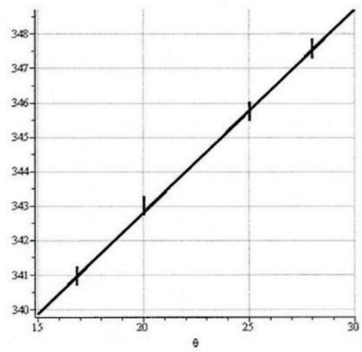
1°) Exprimer la vitesse v_1 de A et B en fonction de G, M_T *et* r_1. .
2°) On rappelle l'expression de l'énergie mécanique d'un corps de masse m sur une trajectoire elliptique de demi grand axe a :

$$E_m = -\frac{GmM_T}{2a}$$

Retrouver cette expression dans le cas particulier d'une trajectoire circulaire de rayon R.
3°) Même question concernant la $3^{ème}$ loi de Kepler : $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2}$
4°) Pour réaliser un rendez-vous orbital, B modifie sa vitesse en un temps très court, en faisant passer le module de sa vitesse de v_1 à v_2, mais sans changer sa direction. La trajectoire de B devient elliptique. Montrer que la position où B modifie sa vitesse correspond nécessairement au périgée ou à l'apogée de la nouvelle trajectoire.
5°) Déterminer la vitesse v_2 pour qu'après avoir décrit sa nouvelle trajectoire une seule fois, B rencontre exactement A. Comparer v_1 *et* v_2 en prenant $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

7b – Capacité thermique massique

Sur la figure ci-dessous on a représenté le graphe expérimental qui donne la célérité du son dans l'air, exprimée en $m.s^{-1}$, en fonction de la température θ exprimée en $°C$. La droite représentée est déterminée par régression linéaire.



- En déduire la capacité thermique massique à pression constante de l'air sachant que l'air est composé de 80% de diazote et de 20% de dioxygène.

Sujet VIII :

8a – Hangar demi-cylindrique

Un hangar demi-cylindrique de rayon R, petit devant sa longueur L, est soumis au vent (très éloigné) de vitesse $\vec{V} = V_0\,\vec{u_x}$. Il y a une ouverture en A et il contient un fluide au repos à la pression P_A. On suppose le fluide parfait, incompressible, irrotationnel. On néglige les effets de pesanteur.

1°) Pourquoi considère-t-on le fluide parfait, incompressible et irrotationnel ?

2°) Vérifier que la vitesse s'écrit : $\vec{V} = \overrightarrow{grad}\,\phi$ où $\phi = \left(\alpha r + \frac{\beta}{r}\right)\cos(\theta)$. Exprimer les constantes α et β en fonction de R et V_0.

3°) Déterminer l'expression de la vitesse $\vec{V}$ sur la surface.

4°) Calculer la force par unité de longueur, exercée par le vent sur le hangar.

8b – Troposphère

On définit la température de la troposphère de la façon suivante :

$$\frac{dT}{dz} = -C = -6{,}00\,.10^{-3}\;Km^{-1}$$

En utilisant la loi de l'hydrostatique, établir la loi de pression décrivant la troposphère. On pourra poser $\alpha = \frac{gM_{air}}{RC}$.

Calculer la pression à Chamonix et en haut du Mont-Blanc.