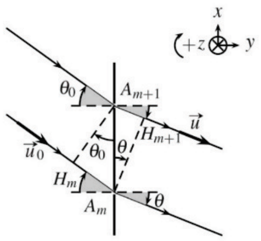
CCS : Planche d'oral

CCS1 – Résolution de doublet (2015)

1°)



Le plan orthogonal aux rayons incidents sur le plan des trous d'Young et contenant les points H_m *et* A_{m+1} est un plan d'onde relativement à la source S.

Le plan orthogonal aux rayons émergents et qui contient les points H_{m+1} *et* A_m est un plan d'onde relativement à une source fictive qui serait placée en M.

D'où la différence de marche :

$$\delta(M) = (H_{m+1}A_{m+1}) - (H_mA_m)$$
$$\Leftrightarrow \delta(M) = a\sin(\theta) - asin(\theta_0)$$
$$\Rightarrow \phi(M) = \frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(sin(\theta) - sin(\theta_0\,)\right)$$

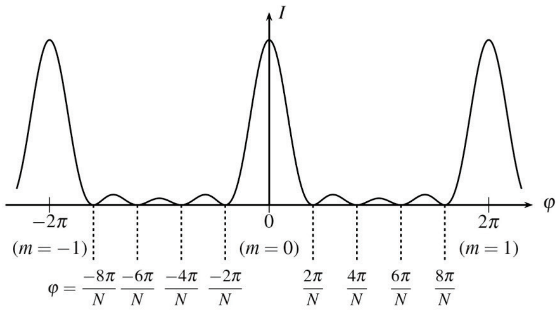
2°)

a) On va additionner les $N = \frac{L}{a} = 1000$ ondes sous la forme de vecteur de Fresnel tel que les maximas principaux vérifient :

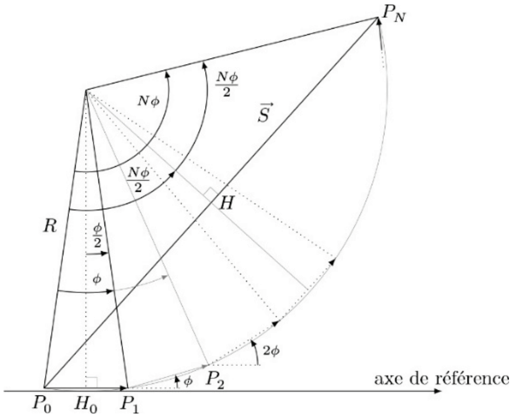
$$\phi(M) = \frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(sin(\theta) - sin(\theta_0\,)\right) = 2m\pi$$
$$\Rightarrow a\left(sin(\theta) - sin(\theta_0\,)\right) = m\lambda$$
$$\Rightarrow sin(\theta_k) = sin(\theta_0) + \frac{m\lambda}{a}$$

- La première annulation va correspondre à un tour entier dans le plan de Fresnel d'où $\varphi = \frac{2\pi}{N}$.

  La largeur du pic principal vaut donc $\Delta\varphi = \frac{\pi}{N}$.



b)



Vu que les sources secondaires sont incohérentes on peut sommer leur amplitude donc l'amplitude totale est proportionnelle au segment P_0P_N :

$$s = k\, P_0P_N = k \times 2P_oH = k \times 2R\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)$$

Et :

$$s_0 = kP_0P_1 = k \times 2P_0H_0 = k \times 2R\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

Donc :

$$\frac{s}{s_0} = \frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

Comme I est proportionnel à $|s|^2$ on a donc :

$$I = I_0\frac{\sin^2\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

3°)

$$\begin{cases} La\ fonction\ est\ maximale\ si\ \phi = 2m\pi\ et\ le\ maximum\ vaut\ I = N^2I_0 \\ La\ fonction\ est\ minimale\ si\ N\phi = 2m\pi \Leftrightarrow \phi = m\frac{2\pi}{N} \end{cases}$$

On vérifie ce qu'on avait qualitativement avec la construction de Fresnel.

4°) Soit :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \Leftrightarrow m = \frac{\lambda}{\mathrm{N}\,\Delta\lambda} = 0{,}3$$

Vu le résultat l'ordre 1 sera suffisant pour respecter le critère de Rayleigh.

CCS2 – La neige artificielle (2016)

1°) Bilan d'énergie :

$$dU = \delta W + \delta Q$$
$$\Leftrightarrow dU = \delta Q = -h(T(t) - T_e)Sdt$$
$$\Leftrightarrow \rho c V dT = -h(T(t) - T_e)Sdt$$
$$\Leftrightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{h(T(t) - T_e)S}{\rho c V}$$
$$\Leftrightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{h(T(t) - T_e)S}{\rho c V} = -\frac{3h}{R\rho c}(T(t) - T_e)$$
$$\Leftrightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{3h}{R\rho c}T = \frac{3h}{R\rho c}T_e$$

2°) L'équation différentielle s'intègre en : $T(t) = T_e + Ae^{-t/\tau}$ $où$ $\tau = \frac{\rho c R}{3h}$

Or :

$$T(0) = T_i \Rightarrow T(t) = T_e + (T_i - T_e)e^{-t/\tau}$$

Donc t_0 vérifie :

$$T(t_0) = T_e + (T_i - T_e)e^{-t_0/\tau}$$
$$\Leftrightarrow \frac{T(t_0) - T_e}{T_i - T_e} = e^{-t_0/\tau}$$
$$\Leftrightarrow t_0 = -\tau\, Ln\left(\frac{T(t_0) - T_e}{T_i - T_e}\right) = 4\ s$$

3°) Bilan enthalpique :

$$\Delta H = \Delta H_1(-5°c \to 0°c) + \Delta H_2(solidification) = 0$$
$$\Leftrightarrow \rho c V(\Delta T) + (1-x)\rho V l_{sol} = 0$$
$$\Leftrightarrow \mathrm{c}\Delta T - (1-x)l_{fus} = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1 - \frac{\mathrm{c}(\mathrm{T}_{273} - T_i)}{l_{fus}} = 0{,}94$$

4°) Lors du changement d'état la température reste constante d'où un flux d'énergie constant avec l'extérieur tel que :

$$-xl_{fus} = \int \phi \mathrm{d}t = \phi \Delta t$$
$$\Leftrightarrow -x\rho V l_{fus} = -h(T_{273} - T_e)S\Delta t$$
$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{x\rho R l_{fus}}{3h(T_{273} - T_e)} = 21s$$

CCS11 – Effet de peau (2015)

1a)

- Loi d'ohm locale : $\vec{j} = \gamma\vec{E}$
- Les équations de Maxwell en ARQS magnétique :

$$\begin{cases} Maxwell - Gauss : \ div\,\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ Maxwell - Thomson : \ div\,\vec{B} = 0 \\ Maxwell - Faraday : \ \overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ Maxwell - Ampère : \ \overrightarrow{rot}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{j}\ car\ \varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} \ll \vec{j} \end{cases}$$

1b) Soit :

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{E}\right) = -\Delta\vec{E} + \overrightarrow{grad}\left(div\,\vec{E}\right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{rot}\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) = -\Delta\vec{E}$$

$$\Leftrightarrow -\mu_0\frac{\partial\vec{j}}{\partial t} = -\Delta\vec{E}$$

$$\Rightarrow \mu_0\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \Delta\vec{E}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial t} = D\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\ où\ D = \frac{1}{\mu_0\gamma}$$

C'est une équation de diffusion, dont le coefficient de diffusion est d'autant plus grand que la conductivité est faible.

1c) En remplaçant E dans l'équation de diffusion on obtient :

$$-i\omega = D(-k^2)$$

$$\Leftrightarrow \underline{k}^2 = \frac{i\omega}{D}$$

1d) $\underline{k}^2 = \frac{i\omega}{D}$ s'écrit aussi : $\underline{k}^2 = \frac{e^{\frac{i\pi}{2}}\omega}{D}$

$$\Rightarrow \underline{k} = \pm e^{\frac{i\pi}{4}}\sqrt{\frac{\omega}{D}} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\omega}{D}} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\sqrt{\mu_0\gamma\omega}$$

Or $\vec{E}$ s'écrit, $\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{i\left(\frac{x}{\delta}-\omega t\right)}$, posons alors :

$$\underline{k} = \pm\frac{1+i}{\delta}\ où\ \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\gamma\omega}}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 e^{i\left(\pm\frac{1+i}{\delta}x-\omega t\right)} = \vec{E}_0 e^{\pm\frac{x}{\delta}} e^{i\left(\pm\frac{x}{\delta}-\omega t\right)}$$

L'onde se propage suivant les x croissants donc on choisit : $\underline{k} = +\frac{1+i}{\delta}$ et on retrouve l'expression proposée :

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{i\left(\frac{x}{\delta}-\omega t\right)}$$

L'épaisseur de peau est une longueur caractéristique de pénétration de l'onde dans le métal. Plus la fréquence est élevée, plus l'épaisseur de peau est fine comme l'indique la loi de Lenz, le métal s'oppose à l'excitation des électrons en surface.

A 50Hz, $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}} = 1cm.$

1e) A haute fréquence, par exemple 500kHz, on a $\delta = 0{,}01\ cm$ donc la conduction électrique est effectué sur une très faible section donc la formule : $R = \frac{l}{\gamma S}$ voit la résistance « apparente » du fil fortement augmentée. Pour combler à ce problème on va donc « tresser » le fil afin de faire baisser cette résistance et donc l'échauffement dans le fil (Assemblage en parallèle des différents brins). Il faudra que les brins est une taille inférieure ou proche de l'épaisseur de peau afin que le système soit efficace.

2°)

a) Avec les hypothèses de l'énoncé on peut écrire en x=0 :

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_\imath} + \overrightarrow{E_r} = \overrightarrow{E_t} \\ \overrightarrow{B_\imath} + \overrightarrow{B_r} = \overrightarrow{B_t} \end{cases} \quad avec \quad \begin{cases} \overrightarrow{B_\imath} = \dfrac{\overrightarrow{k_\imath}}{\omega} \wedge \overrightarrow{E_\imath} \\ \overrightarrow{B_r} = \dfrac{\overrightarrow{k_r}}{\omega} \wedge \overrightarrow{E_r} \\ \overrightarrow{B_t} = \dfrac{\overrightarrow{k_t}}{\omega} \wedge \overrightarrow{E_t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{E_0} + \underline{r}\overrightarrow{E_0} = \underline{t}\overrightarrow{E_0} \\ k_i\left(\overrightarrow{E_0} - \underline{r}\overrightarrow{E_0}\right) = k_t \underline{t}\overrightarrow{E_0} \end{cases} avec \begin{cases} \underline{k}_i = \dfrac{\omega}{c} \\ \underline{k}_t = \dfrac{1+i}{\delta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \underline{r} = \underline{t} \\ 1 - \underline{r} = \dfrac{1+i}{\delta\omega} c\underline{t} = \dfrac{1+i}{\alpha}\underline{t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \underline{r} = \underline{t} \\ 2 = \left(1 + \dfrac{1+i}{\alpha}\right)\underline{t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{r} = \underline{t} - 1 \\ \underline{t} = \dfrac{2}{1 + \dfrac{1+i}{\alpha}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{r} = \dfrac{2}{1+\dfrac{1+i}{\alpha}} - 1 = \dfrac{1-\dfrac{1+i}{\alpha}}{1+\dfrac{1+i}{\alpha}} \\ \underline{t} = \dfrac{2}{1+\dfrac{1+i}{\alpha}} \end{cases} \text{où } \alpha = \frac{\delta\omega}{c}$$

On remarque que si le conducteur est parfait : $\gamma \to \infty \Rightarrow \alpha \to 0$ alors :

$$\begin{cases} \underline{r} = \dfrac{1-\dfrac{1+i}{\alpha}}{1+\dfrac{1+i}{\alpha}} \to -1 \\ \underline{t} = \dfrac{2}{1+\dfrac{1+i}{\alpha}} \to 0 \end{cases}$$

Donc l'onde est entièrement réfléchi et il va apparaître une onde stationnaire du côté du vide.

2b) Dans programme proposé on peut faire varier delta, omega et la position de l'interface par x_interface. Il est dommage que delta soit pas défini à partir de omega car on ne peut pas comparer réellement l'influence de omega et de la conductivité il faut donc rajouter une ligne avant delta.

On peut donc surtout modifier delta et voir la conséquence sur le milieu incident.

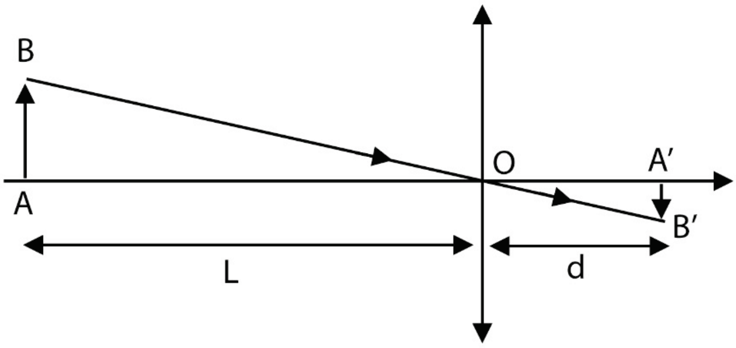
```
f=1e12
omega=2*np.pi*f
c=3e8
gamma=6e7
muo=4*np.pi*1e-7

def delta(W):
    return ((2/(muo*gamma*W))**0,5)
```

CCS12 – Appareil photo jetable (2015)

1°) Afin d'obtenir une image réelle sur la pellicule à partir d'un objet réel éloigné il faut utiliser une lentille convergente de courte focale.
Sur la photo on peut prendre : d=2cm et D=1cm.

2°) Soit :

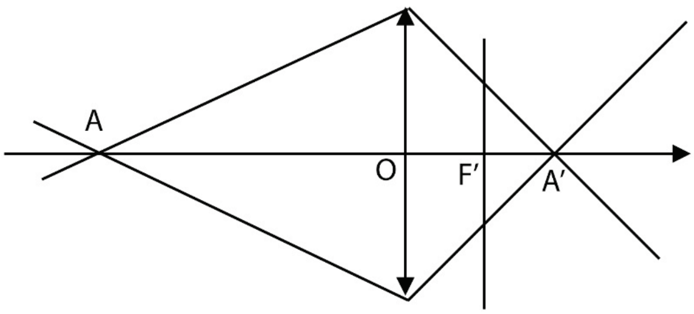
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{L} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{Ld}{L+d} = 2{,}00\ cm$$



Soit : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{d}{L} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{0{,}036}{1{,}80} = 0{,}02 \Rightarrow L = 1m$

Ainsi pour observer entièrement la personne sur 36mm de pellicule il faut au moins que la personne à photographier soit située à 1m. Donc on observe entièrement la personne sur la photographie.

3°) On a désormais d=f'=2cm.



On a d'après le schéma : $\tan\alpha = \frac{r}{\overline{F'A'}} = \frac{\frac{D}{2}}{\overline{OA'}}$

$$où\ \frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{lf'}{l-f'}$$

$$\Rightarrow r = \frac{D}{2}\left(\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OA'}}\right) = \frac{D}{2}\left(\frac{\overline{F'O}}{\overline{OA'}} + 1\right) = \frac{D}{2}\left(-\frac{l-f'}{l} + 1\right)$$

$$\Rightarrow r = \frac{Df'}{2l}$$

Plus l est grand et plus la tâche sera petite.

4°) Calculons la surface d'un grain :

$$s_{grain} = 24 * 36 * \frac{10^{-6}}{2.10^6} = 4{,}32\ 10^{-11} m^2$$

Afin d'avoir une image nette il faut que $s_{tâche} < s_{grain}$

$$\Rightarrow \pi r^2 < s_{grain}$$

$$\Rightarrow \pi \left(\frac{Df'}{2l}\right)^2 < s_{grain}$$

$$\Rightarrow l^2 > \frac{\pi D^2 f'^2}{4\ s_{grain}}$$

$$\Rightarrow l > l_{min} = \sqrt{\frac{\pi D^2 f'^2}{4\ s_{grain}}} = 17m$$

Sur cette pellicule, pour que l'image soit nette il faut se situer à 17m.

5°) Pour améliorer la netteté on peut reculer la pellicule afin de s'approche de A'. Ainsi :

$$\Rightarrow r' = \frac{D}{2}\left(\frac{\overline{M'A'}}{\overline{OA'}}\right) = \frac{D}{2}\left(\frac{\overline{M'O}}{\overline{OA'}} + 1\right) = \frac{D}{2}\left(-d\frac{(l-f')}{lf'} + 1\right)$$

$$\Rightarrow r' = \frac{D}{2}\left(\frac{d(f'-l) + lf'}{lf'}\right)$$

$$\Rightarrow r' = r\frac{\left(d + l - \frac{ld}{f'}\right)}{f'}$$

Pour $d = \frac{f' + \overline{OA'}}{2}$ on obtient : $r' = \frac{r}{2} < r$.

6°) Lorsqu'on imprime sur la photographie on a réalisé un grandissement de :

$$\gamma = \frac{15}{3{,}6} = 4{,}17$$

Si on observe à 30cm, on l'observe sous l'angle :

$$\theta = \frac{\gamma * r}{d_{observation}} = 4{,}2 * \frac{6{,}7.10^{-5}}{0{,}3} = 5{,}6.10^{-4} rad\ \ avec \Rightarrow r = \frac{Df'}{2l} = 4{,}0\ 10^{-5} m$$

Or : $\theta_{min} = 1' = \frac{1}{60}{}^\circ = 2{,}9.10^{-4} rad$

$$\Rightarrow \theta > \theta_{min}$$

L'œil verra les « tâches », l'image ne sera pas très nette.