

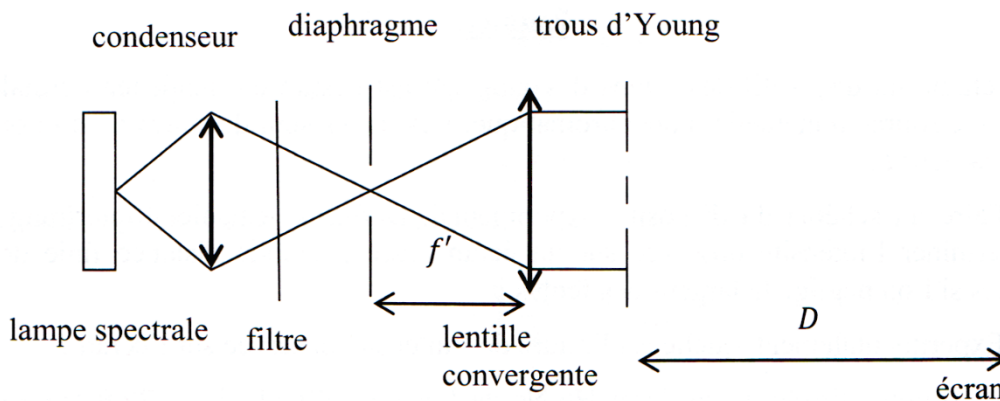
# CCP : Planche d'oral 2b

## CCP-109) Fentes d'Young (2016)

1) Le dispositif expérimental est constitué d'une source monochromatique (laser, lampe spectrale+filtre,...), des trous d'Young et d'un écran.

Dans le cas du laser, on peut directement éclairer les trous d'Young sans utiliser de lentille car le faisceau est quasi parallèle.

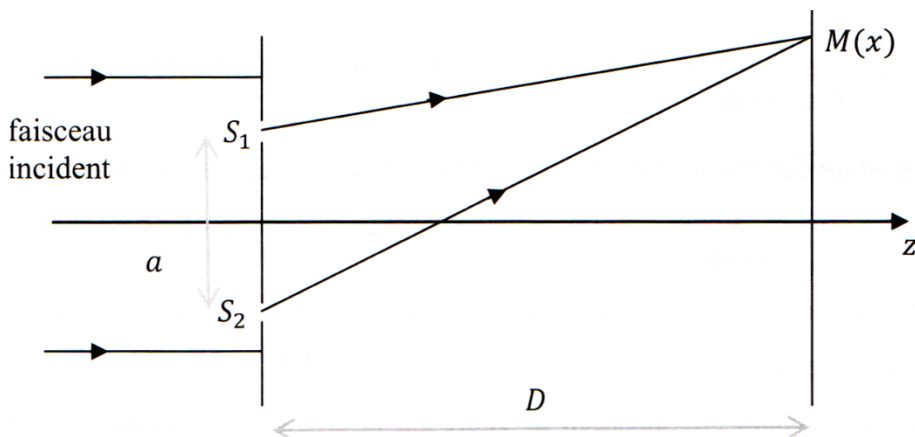
Dans le cas de la lampe spectrale, il faut fabriquer un trou source que l'on place au foyer d'une lentille convergente afin d'avoir un faisceau parallèle. On a donc le dispositif suivant :



L'interfrange correspond à la distance entre deux minima ou deux maxima d'intensité observée sur un écran. L'interfrange correspond donc à la période de l'éclairement.

On commence par calculer la différence de marche entre les deux rayons provenant des deux sources secondaires.

Pour cela on fait un schéma :



La différence de marche est égale à :

$$\delta = S_2M - S_1M.$$

On détermine chacune des distances :

$$S_2M = \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2}.$$

On suppose que  $x$  et  $a$  sont petits devant la distance  $D$ , donc on peut alors pratiquer un développement limité à l'ordre 1 :

$$S_2M = D \sqrt{1 + \left(\frac{a+2x}{2D}\right)^2}$$

$$S_2M = D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a+2x}{2D}\right)^2\right)$$

$$S_2M = D \left(1 + \frac{a^2 + 4ax + 4x^2}{8D^2}\right).$$

Pour obtenir  $S_1M$ , il suffit de changer  $a$  en  $-a$ , on obtient alors :

$$S_1M = D \left(1 + \frac{a^2 - 4ax + 4x^2}{8D^2}\right).$$

En faisant la différence, on a :

$$\delta = D \left(1 + \frac{a^2 + 4ax + 4x^2}{8D^2}\right) - D \left(1 + \frac{a^2 - 4ax + 4x^2}{8D^2}\right)$$

donc après simplifications :

$$\delta = \frac{ax}{D}.$$

On peut alors utiliser la formule de Fresnel pour obtenir l'intensité des deux sources cohérentes de même intensité :

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right).$$

En remplaçant l'expression de la différence de chemin optique, on obtient :

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\right).$$

On peut maintenant déterminer la positions des minima  $\mathcal{E} = 0$ , pour :

$$\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) = -1$$

$$\frac{2\pi ax}{\lambda D} = \pi + 2n\pi.$$

Les positions des minima sur l'écran sont donc :

$$x_n = \frac{\lambda D}{2a} + n \frac{\lambda D}{a}.$$

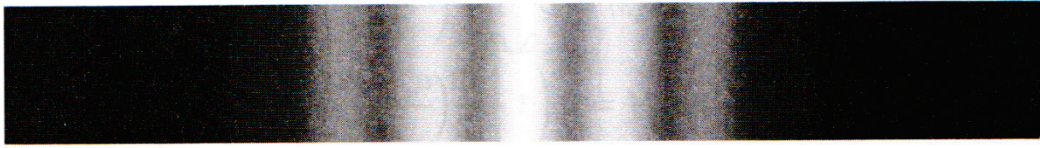
L'interfrange correspond à la distance entre deux minima consécutifs, c'est-à-dire :

$$i = x_n - x_{n-1}.$$

Donc en remplaçant, on obtient :

$$i = \frac{\lambda D}{a}.$$

2) La figure de diffraction observée avec les deux trous d'Young à l'allure suivante : on observe les interférences à deux ondes modulées par la figure de diffraction par une fente :



3) L'angle de diffraction est donné par :

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b}$$

On peut retrouver cette formule. Il suffit de calculer la transformée de Fourier de la fonction porte en fonction de la fréquence spatiale  $u$  soit :

$$\hat{t}(u) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j2\pi ux} dx.$$

Reste maintenant à effectuer le calcul :

$$\begin{aligned} \hat{t}(u) &= \frac{1}{j2\pi u} \left[ e^{j2\pi ux} \right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \\ \hat{t}(u) &= \frac{1}{j2\pi u} (e^{j\pi ub} - e^{-j\pi ub}) \\ \hat{t}(u) &= \frac{1}{j2\pi u} (2j \sin(\pi ub)) \\ \hat{t}(u) &= \frac{\sin(\pi ub)}{\pi u}. \end{aligned}$$

L'intensité diffractée par la fente est donc proportionnelle à  $|\hat{t}(u)|^2$ .

Cette intensité s'annule la première fois pour :

$$\begin{aligned} \pi ub &= \pi \\ u &= \frac{1}{b}. \end{aligned}$$

On a donc la fréquence spatiale qui est donnée en fonction de l'angle d'observation par :

$$\begin{aligned} u &= \frac{\sin \theta}{\lambda} \\ \frac{\sin \theta}{\lambda} &= \frac{1}{b} \end{aligned}$$

soit :

$$\boxed{\sin \theta = \frac{\lambda}{b}}$$

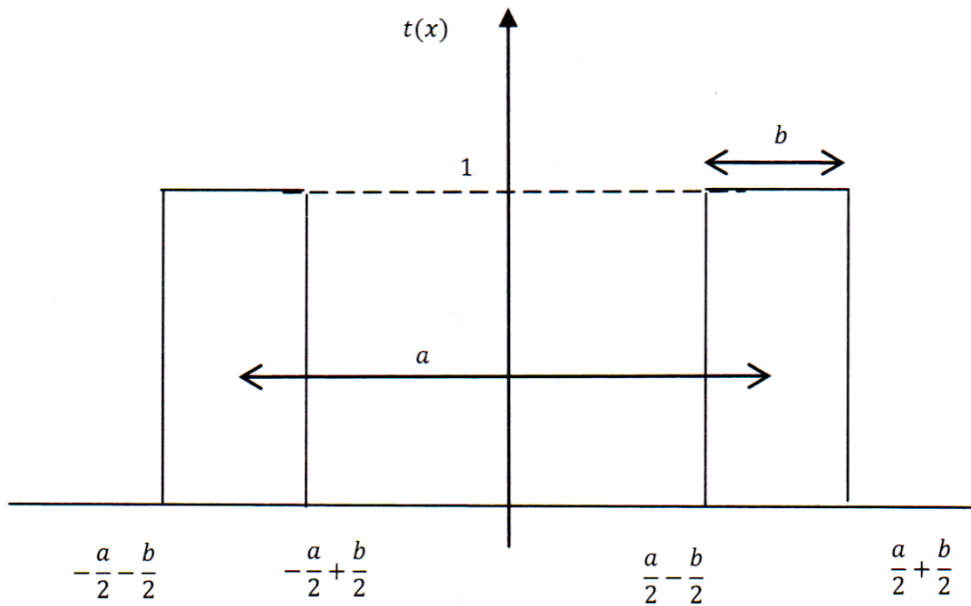
On peut refaire le calcul pour les fentes d'Young. Il faut calculer la transformée de Fourier des deux ouvertures soit :

$$\hat{t}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} t(x) \exp(j2\pi ux) dx.$$

Le facteur de transparence est donc  $t(x) = 1$  pour  $-\frac{a}{2} - \frac{b}{2} < x < -\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$  et  $\frac{a}{2} - \frac{b}{2} < x < \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ .

Il vaut 0 ailleurs.

On représente le facteur de transparence  $t(x)$  :



Le calcul donne :

$$\widehat{t}(u) = \int_{-\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{-\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \exp(j2\pi ux) dx + \int_{\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \exp(j2\pi ux) dx.$$

On intègre chaque terme et on obtient :

$$\begin{aligned} \widehat{t}(u) &= \frac{1}{2j\pi u} [\exp(j2\pi ux)]_{-\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{-\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} + \frac{1}{2j\pi u} [\exp(j2\pi ux)]_{\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \\ \widehat{t}(u) &= \frac{\exp(-j\pi ua)}{2j\pi u} (\exp(j\pi ub) - \exp(-j\pi ub)) \\ &\quad + \frac{\exp(j\pi ua)}{2j\pi u} (\exp(j\pi ub) - \exp(-j\pi ub)). \end{aligned}$$

On remarque que :

$$(\exp(j\pi ub) - \exp(-j\pi ub)) = 2j \sin(\pi ub)$$

En remplaçant, on obtient :

$$\hat{t}(u) = \frac{2j \sin(\pi ub)}{2j\pi u} (\exp(-j\pi ua) + \exp(j\pi ua))$$



$$\hat{t}(u) = \text{sinc}(\pi ub) (2 \cos(\pi ua)).$$

L'intensité est proportionnelle à  $|\hat{t}(u)|^2$ . L'intensité est donc égale à :

$$I = I_0 \text{sinc}^2(\pi ub) (2 \cos^2(\pi ua))$$

$$I = 2I_0 \text{sinc}^2(\pi ub) (1 + \cos(2\pi ua)).$$

On a donc bien la figure d'interférences à deux ondes modulée par la figure de diffraction à une fente de largeur  $b$ .

La largeur de la tache centrale correspond à la largeur de la tache de diffraction, c'est-à-dire :

$$\Delta L = \frac{2\lambda D}{b}.$$

On en déduit :

$$b = \frac{2\lambda D}{\Delta L}.$$

L'interfrange vaut :

$$i = \frac{\lambda D}{a}.$$

Soit :

$$a = \frac{\lambda D}{i}.$$

Reste à faire les applications numériques :

$$b = \frac{2 \times 632,8 \cdot 10^{-9} \times 2}{36 \cdot 10^{-3}}$$

$$b = 70,3 \mu\text{m}.$$

Et

$$a = \frac{632,8 \cdot 10^{-9} \times 2}{50 \cdot 10^{-6}}$$

$$a = 25 \text{ mm}.$$

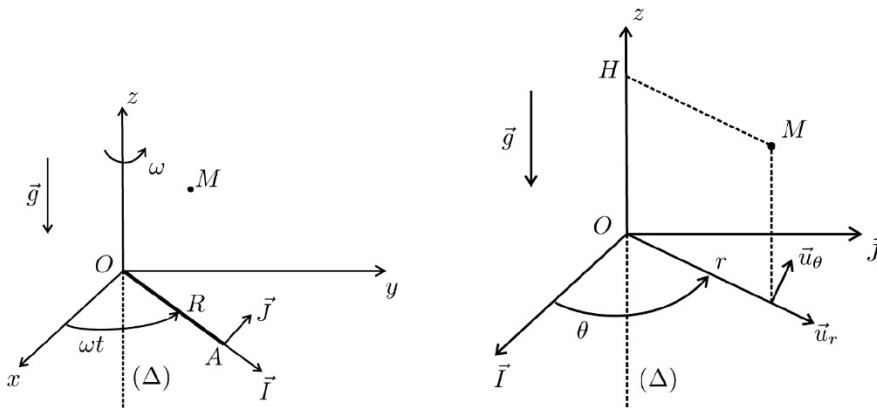
# CCP-110) Equilibre d'un fluide dans un RNG

1. Soit  $A$  un point de la surface extérieure du cylindre situé en  $z = 0$ . Ce point décrit un cercle de centre  $O$  à la vitesse  $R\omega\vec{J}$  dans le référentiel  $\mathfrak{R}_G = (O; \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z, t)$  autour de l'axe  $(\Delta) = (Oz)$ .

**Systeme :** Particule de fluide de volume  $d\tau$  située au point  $M$ .

**Référentiels :**  $\mathfrak{R}_G = (O; \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z, t)$  référentiel terrestre galiléen.

$\mathfrak{R} = (O; \vec{I}, \vec{J}, \vec{u}_z, t)$  référentiel lié au cylindre non galiléen. Le vecteur rotation instantané de  $\mathfrak{R}$  par rapport à  $\mathfrak{R}_G$  est  $\vec{\omega}_{\mathfrak{R}/\mathfrak{R}_G} = \omega\vec{u}_z$ . Pour repérer la position de  $M$  par rapport au cylindre, on utilise les coordonnées cylindriques. Soit  $\vec{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$ . La vitesse relative et l'accélération relative sont nulles puisque l'eau est en équilibre par rapport au cylindre.



## Bilan des forces :

- Poids :  $\vec{P} = (dm) \vec{g} = -(\rho d\tau) g \vec{u}_z$  en appelant  $\rho$  la masse volumique de l'eau.
- La résultante des forces de pression qui s'exercent sur les 6 faces du volume  $d\tau$  est  $-(\vec{\text{grad}} p) d\tau$ .
- Force d'inertie d'entraînement :  $\vec{f}_{ie} = (dm) \omega^2 \vec{HM} = (\rho d\tau) \omega^2 \vec{HM}$  puisque le point coïncidant avec  $M$  à l'instant  $t$  a une trajectoire circulaire uniforme autour de  $H$  projeté orthogonal de  $M$  sur l'axe  $Oz$ . Comme  $\vec{HM} = r\vec{u}_r$ , on a  $\vec{f}_{ie} = (\rho d\tau) \omega^2 r \vec{u}_r$ .
- Force d'inertie de Coriolis :  $\vec{f}'_{ie} = -2(dm) \vec{\omega}_{\mathfrak{R}/\mathfrak{R}_G} \wedge \vec{v}_r(M) = \vec{0}$  car la vitesse relative de  $M$  est nulle.

## Principe fondamental de la dynamique dans le référentiel $\mathfrak{R}$ :

La masse  $M$  est en équilibre par rapport au cylindre. On a donc :

$$m\vec{a}_r(M) = \vec{0} = (\rho d\tau) \vec{g} - (\vec{\text{grad}} p) d\tau + (\rho d\tau) \omega^2 r \vec{u}_r$$

soit :

$$\vec{0} = \rho \vec{g} - \vec{\text{grad}} p + \rho \omega^2 r \vec{u}_r$$

On projette cette équation dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  :

$$\begin{cases} 0 = -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho \omega^2 r \\ 0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \end{cases}$$

Comme  $\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$ , la pression ne dépend que de  $r$  et de  $z$ .

La différentielle s'écrit :  $dp = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ .

D'après les équations précédentes, on a :  $dp = \rho\omega^2 r dr - \rho g dz$ .

On peut intégrer cette équation :  $p = \rho\omega^2 \frac{r^2}{2} - \rho g z + A$  avec  $A$  une constante d'intégration.

2. En tout point de la surface libre, la pression de l'eau est égale à la pression atmosphérique :  $p = p_0$ . On a alors  $p_0 = \rho\omega^2 \frac{r^2}{2} - \rho g z + A$ , soit :

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + B$$

avec  $B$  une constante. On obtient l'équation d'une parabole.

3°) Or il y a conservation du volume donc :

$$\begin{aligned} V &= \pi R^2 h = \int_0^R 2\pi r z dr \\ \Leftrightarrow R^2 h &= \int_0^R 2r \left( \frac{\omega^2 r^2}{2g} + B \right) dr \\ \Leftrightarrow R^2 h &= \int_0^R 2r \left( \frac{\omega^2 r^2}{2g} + B \right) dr \\ \Leftrightarrow R^2 h &= \frac{\omega^2 R^4}{g} + BR^2 \Leftrightarrow B = h - \frac{\omega^2 R^2}{g} \\ \text{Donc : } z &= h + \frac{\omega^2}{2g} \left( r^2 - \frac{R^2}{2} \right) \end{aligned}$$

## CCP-111) Filtre et oscillogramme (2015)

1) On cherche à déterminer la nature du filtre. En observant l'oscillogramme, on constate que la tension de sortie est supérieure à la tension d'entrée.

On a donc un filtre actif.

On étudie le comportement en basse fréquence.

La fonction de transfert devient égale à :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0.$$

L'asymptote est donc :

$$g_{dB} = 20 \log H_0.$$

La phase est donc nulle en basse fréquence.

En haute fréquence, la pulsation tend vers l'infini et la fonction de transfert tend vers 0 et elle est équivalent à :

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{H_0\omega_0^2}{\omega^2}.$$

L'asymptote est donc égale à :

$$g_{dB} = 20 \log H_0 - 40 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right).$$

La phase vaut  $\varphi = -\pi$ .

Le filtre laisse passer les basses fréquences mais pas les hautes fréquences.

Pour la pulsation  $\omega = \omega_0$ , on a la fonction de transfert qui est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{jQ} = -j \frac{H_0}{Q}.$$

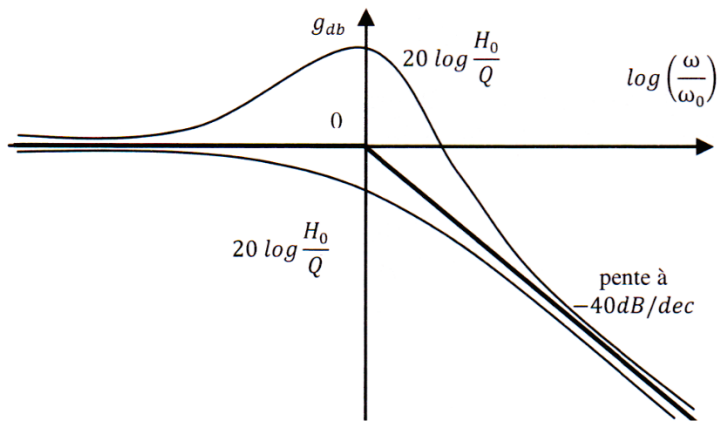
Le module est donc égal à :

$$|H| = \frac{H_0}{Q}.$$

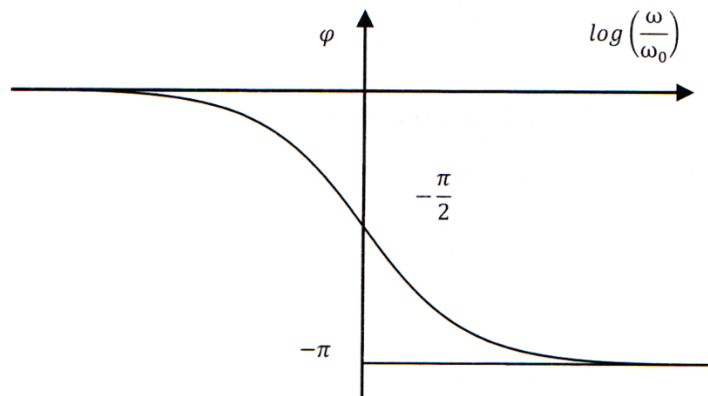
La phase vaut donc  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ .

On a donc affaire à un filtre passe bas ou passe bande suivant la valeur du coefficient  $Q$ .

Le diagramme de Bode est donc le suivant :



Le diagramme de Bode pour la phase est donc le suivant :



2) On remarque que l'oscillogramme est donné pour  $\omega = \omega_0$  car la phase vaut donc  $-\frac{\pi}{2}$ . On peut donc en déduire que :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

On lit la période sur l'oscillogramme et on trouve 3,2 carreaux. On en déduit que la période vaut  $T = 3,5$  ms. La pulsation  $\omega_0$  est donc égale à :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{3,2 \cdot 10^{-3}} \quad \boxed{\omega_0 = 1963 \text{ rad. s}^{-1}}$$

Le module de la fonction de transfert vaut :  $|H(j\omega)| = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(Q \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

En basse fréquence, on a donc  $|H(j\omega)| = H_0$ .

L'énoncé indique qu'en régime continu la tension de sortie est égale à la tension d'entrée donc la fonction de transfert en continu est égale à 1. On a donc :

$$\boxed{H_0 = 1}$$

Pour le coefficient  $Q$ , on lit sur l'oscillogramme que l'amplitude de la tension de sortie est de 3 carreaux et celle de la tension d'entrée est de 2 carreaux. On a donc :

$$|H| = \frac{H_0}{Q} = \frac{3}{2}$$

On trouve ainsi :  $\boxed{Q = \frac{2}{3}}$

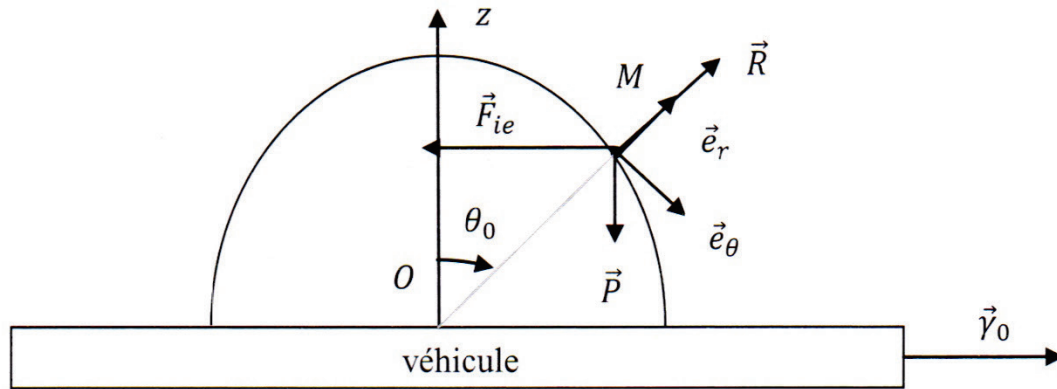


## CCP-112) Bille sur véhicule en translation (CCP-2015)

1) Le référentiel d'étude est le référentiel non galiléen lié au véhicule. Le système est la masse  $M$ .

Bilan des forces : poids  $\vec{P}$ , réaction du support  $\vec{R}$ , force d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie}$ .

On pense à faire un schéma afin de placer les différentes forces.



Il n'y a pas de force d'inertie de Coriolis car le référentiel est en translation.

On a donc la loi de la statique :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{ie} = 0.$$

La force d'inertie d'entraînement vaut :

$$\vec{F}_{ie} = -m\vec{\gamma}_0.$$

En projetant sur  $\vec{e}_r$  :

$$R - mg \cos \theta_0 - m\gamma_0 \sin \theta_0 = 0.$$

En projetant sur  $\vec{e}_\theta$  :

$$mg \sin \theta_0 - m\gamma_0 \cos \theta_0 = 0.$$

On trouve donc la position d'équilibre pour  $\theta_0 = \theta_E$  :

$$g \sin \theta_E - \gamma_0 \cos \theta_E = 0$$

donc :

$$\tan \theta_E = \frac{\gamma_0}{g}.$$

Il faut aussi s'assurer que cette position soit possible. Pour cela il faut que le contact ne soit pas rompu donc :

$$R > 0.$$

Le contact est rompu si  $R = 0$ .

Appelons  $\theta_i$  l'angle pour lequel le contact est rompu.

On a donc :

$$mg \cos \theta_i + m\gamma_0 \sin \theta_i = 0$$

$$g \cos \theta_i - \gamma_0 \sin \theta_i = 0$$

$$\tan \theta_i = \frac{g}{\gamma_0}.$$

On va procéder maintenant à une discussion en fonction de  $\gamma_0$  afin de comparer  $\theta_E$  et  $\theta_i$ .

Si  $\gamma_0 = g$  alors :

$$\theta_E = \theta_i = \frac{\pi}{4}.$$

Dans ce cas, l'angle d'équilibre est le même que celui pour lequel le contact est rompu. On a donc un équilibre relatif.

Si  $\gamma_0 > g$  alors :

$$\theta_E > \frac{\pi}{4} \text{ et } \theta_i < \frac{\pi}{4}.$$

Donc dans ce cas, il n'y a pas d'équilibre relatif et le point matériel décolle du support avant d'atteindre l'équilibre.

Si  $\gamma_0 < g$  alors :

$$\theta_E < \frac{\pi}{4} \text{ et } \theta_i > \frac{\pi}{4}.$$

Donc dans ce cas, la position d'équilibre existe bien.

2) On reprend la même question par une méthode énergétique.

La réaction étant perpendiculaire (pas de frottement) au support, elle ne travaille pas.

Le poids dérive de l'énergie potentielle suivante (on prend l'énergie potentielle nulle pour  $z = 0$ ) :

$$E_{pp} = mgz.$$

Pour la force d'inertie d'entraînement, on revient à la définition :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{ie} &= -\overrightarrow{\text{grad}} E_{pie} \\ -m\vec{\gamma}_0 &= -\overrightarrow{\text{grad}} E_{pie} \end{aligned}$$

Donc l'énergie potentielle ne dépend que de  $x$  car  $\vec{\gamma}_0$  est suivant le vecteur  $\vec{x}$ .

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{pie}}{\partial x} &= m\gamma_0 \\ E_{pie} &= m\gamma_0 x + \text{constante} \end{aligned}$$

On peut prendre la constante nulle pour  $x = 0$ .

Soit :

$$E_{pie} = m\gamma_0 x.$$

On en déduit l'énergie potentielle totale :

$$E_p = mgz + m\gamma_0 x.$$

On exprime ensuite  $x$  et  $z$  en fonction de  $R$  et  $\theta$ .

On a :

$$\begin{aligned} x &= R \sin \theta \\ z &= R \cos \theta \end{aligned}$$

en remplaçant, on obtient :

$$\begin{aligned} E_p &= m(gR \cos \theta + \gamma_0 R \sin \theta) \\ E_p &= mR(g \cos \theta + \gamma_0 \sin \theta). \end{aligned}$$

On a un équilibre pour l'énergie potentielle extrême :

$$\frac{dE_p}{d\theta} = 0.$$

On calcule la dérivée :

$$\frac{dE_p}{d\theta} = mR(-g \sin \theta + \gamma_0 \cos \theta).$$

Pour l'extremum, on trouve :

$$-g \sin \theta + \gamma_0 \cos \theta = 0$$

soit :

$$\tan \theta_E = \frac{\gamma_0}{g}.$$

On retrouve bien le même résultat. Ceci est rassurant.

3) On étudie maintenant la stabilité de l'équilibre. On détermine la dérivée seconde de l'énergie potentielle :

$$\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} = -mR(g \cos \theta + \gamma_0 \sin \theta).$$

Avec  $\theta$  compris entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$ , on a donc :

$$\cos \theta > 0 \text{ et } \sin \theta > 0.$$

Donc l'énergie potentielle est négative :

$$\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} < 0.$$

Ceci correspond à un maximum.

Donc l'équilibre est instable.



## CCP113) Effet Döppler (CCP-2015)

Le radar envoie un signal à la fréquence d'émission noté  $f_e = 10 \text{ GHz}$ . Comme la voiture se déplace à la vitesse  $V_o$ , la fréquence du signal reçu par la voiture est différente et notée  $f'$ . Ce signal est ensuite réfléchi par la voiture à la même fréquence  $f'$ . Comme la voiture se déplace, le signal reçu par le récepteur est encore modifié. On a donc affaire à un double effet Doppler et la fréquence de réception  $f_r$  est donnée par la formule de l'énoncé qui est :

$$f_r = \frac{1 + \frac{V_o}{c}}{1 - \frac{V_o}{c}} f_e.$$

La vitesse  $c$  correspond à la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide soit :

$$c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

On est donc dans le cas où  $\frac{V_o}{c} \ll 1$ , on peut donc simplifier l'expression en faisant un développement limité à l'ordre 1. On obtient donc :

$$f_r = \left(1 + \frac{V_o}{c}\right)^2 f_e$$

$$f_r = \left(1 + 2\frac{V_o}{c}\right) f_e.$$

Donc le signal émis est de la forme :

$$s_e = U_e \cos(2\pi f_e t).$$

Le signal reçu est de la forme :

$$s_r = U_r \cos(2\pi f_r t).$$

Un multiplieur procède à la multiplication de ces deux signaux soit :

$$s_e s_r = U_e \cos(2\pi f_e t) U_r \cos(2\pi f_r t)$$

$$s_e s_r = \frac{U_e U_r}{2} (\cos(2\pi(f_e + f_r)t) + \cos(2\pi(f_e - f_r)t)).$$

On obtient un signal qui est composé de deux fréquences qui correspondent à la somme des fréquences et à la différence des fréquences.

Lorsque ce signal passe dans un filtre passe bas, il ne reste plus que la basse fréquence qui correspond à la différence des fréquences.

*On peut utiliser un filtre RC pour obtenir le filtre passe bande. La fréquence de coupure vaut  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ . Il faut donc vérifier la condition suivante :*

$$f_e + f_r \gg \frac{1}{2\pi RC} \gg f' = |f_e - f_r|.$$

Le signal récupéré possède donc une fréquence  $f'$  qui est égale à :

$$f' = |f_e - f_r| = f_r - f_e$$

$$f' = 2\frac{V_o}{c} f_e.$$

On peut ainsi déterminer simplement la vitesse de la voiture qui est :

$$V_0 = c \frac{f'}{2f_e}$$

L'application numérique donne :

$$V_0 = 3.10^8 \frac{1333}{2 \times 10.10^9}$$

$$V_0 = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

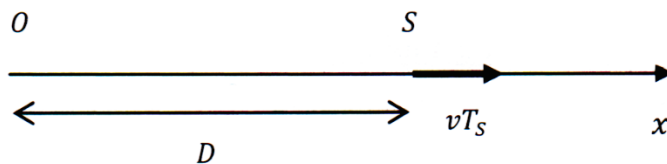
On convertit le résultat en  $\text{km.h}^{-1}$ . On a donc :

$$V_0 = 20 \times 3,6$$

$$V_0 = 72 \text{ km.h}^{-1}$$

L'effet Doppler est dû au mouvement relatif entre la source et le récepteur. On peut démontrer la formule dans le cas simple décrit ci-après.

L'observateur est fixe et est placé au niveau de l'origine du repère. La source se déplace selon l'axe  $Ox$ . On suppose que la source s'éloigne de  $O$  à la vitesse  $v$ .



À l'instant  $t = 0$ , la source émet un bip. Elle se trouve à la distance  $D$  de  $O$ . Le signal est reçu à l'instant :

$$t_0 = \frac{D}{c}$$

À l'instant  $t = T_S$ , la source émet le deuxième bip. Elle se trouve à la distance  $D + vT_S$  de  $O$ . Le signal est reçu à l'instant :

$$t_0 + T_0 = T_S + \frac{D + vT_S}{c}$$

Donc la période du signal reçu est  $T_0$

$$T_0 = T_S \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

La fréquence du signal reçu est donc en fonction de la fréquence du signal émis :

$$f_0 = \frac{f_S}{1 + \frac{v}{c}}$$

En supposant que  $\frac{v}{c} \ll 1$ , on a donc :

$$f_0 = f_S \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

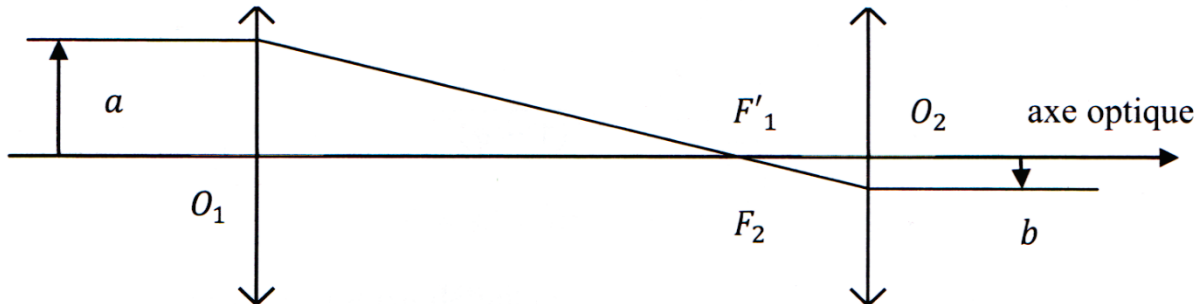
Lorsque la source s'éloigne, on trouve  $f_0 < f_S$  donc le son est plus grave. Lorsque la source se rapproche, il faut remplacer  $v$  par  $-v$  et la fréquence est plus élevée. On a donc bien un décalage vers les sons aigus.

Ici dans le cas du radar de la voiture, il y a un double effet Doppler car le signal est reçu par la voiture et réémis par cette dernière.



## CCP114 – Système afocal (2015)

1) Un rayon venant de l'infini parallèle à l'axe optique vient converger au foyer image de la première lentille. Pour avoir un système afocal, ce rayon doit ressortir parallèle à l'axe optique. Pour cela, il doit provenir du foyer objet de la seconde lentille.



Le foyer image  $F'_1$  est alors confondu avec le foyer objet de la deuxième lentille  $F_2$ . Donc la distance entre les deux lentilles est égale à la somme des distances focales.

$$\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2.$$

Donc :

$$f'_2 = \overline{O_1O_2} - f'_1.$$

On passe maintenant à l'application numérique (on peut garder tous les nombres en centimètres) :  $f'_2 = 55 - 50$

donc  $f'_2 = 5 \text{ cm.}$

2) On appelle  $a$  la distance entre l'axe optique et le rayon incident et  $b$  la distance entre l'axe optique et le rayon émergent.

On utilise le schéma pour résoudre cette question. Il suffit de prendre les deux triangles rectangles et on obtient :

$$\frac{a}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{b}{\overline{F'_1O_2}}.$$

On en déduit que :  $b = \frac{f'_2}{f'_1} a.$

Maintenant, on revient sur les surfaces :  $S = \pi a^2$  et  $S' = \pi b^2.$

Donc finalement :

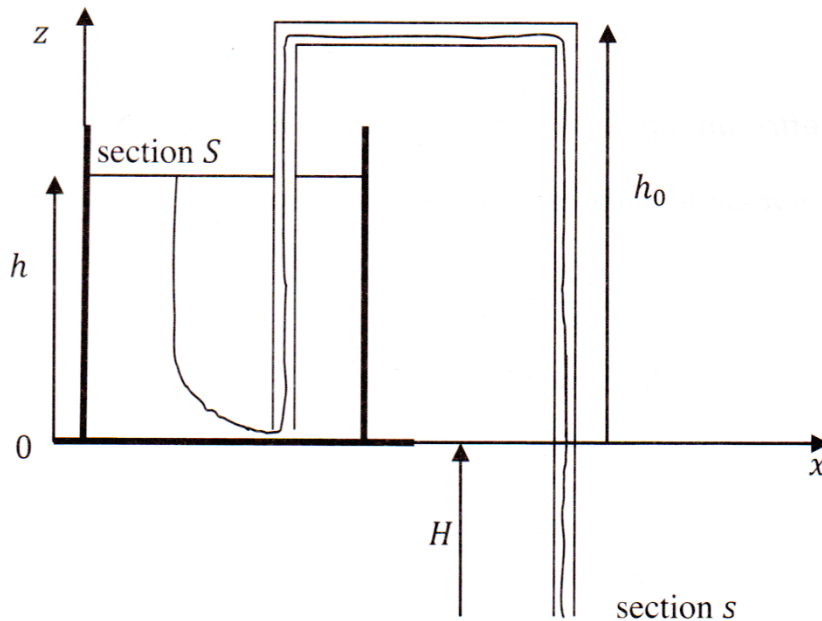
$$S' = S \left( \frac{f'_2}{f'_1} \right)^2.$$

Reste à faire l'application numérique :

$$\frac{S'}{S} = \left( \frac{5}{50} \right)^2 \quad \frac{S'}{S} = 0,01.$$

## CCP115 – Siphon (2015)

1) On fait un schéma du dispositif afin de visualiser le système. Il s'agit en fait d'un siphon.



2) Le débit volumique est donné par :

$$D = sv_0$$

où  $v_0$  est la vitesse de sortie du tube.

La relation de Bernoulli, pour le régime quasi-stationnaire, est donnée par :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P_0}{\mu} + gz = \text{constante.}$$

Pour déterminer cette vitesse, on utilise la relation de Bernoulli sur une ligne de courant allant de la surface de l'eau dans le récipient jusqu'à la sortie du tuyau (voir schéma). On a donc :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P_0}{\mu_0} + gh = \frac{v_0^2}{2} + \frac{P_0}{\mu_0} - gH.$$

La pression en sortie est aussi égale à  $P_0$ , la vitesse en surface est quasi nulle, donc en simplifiant, on trouve :

$$\frac{v_0^2}{2} = g(h + H)$$

soit :

$$v_0 = \sqrt{2g(h + H)}.$$

On a donc pour le débit volumique :

$$D = s\sqrt{2g(h + H)}.$$

3) On écrit maintenant la conservation du débit volumique sachant que la hauteur de fluide  $h$  varie lentement. On se place donc dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires.

Le débit est donné par :

$$D = -S \frac{dh}{dt}.$$

*Penser à mettre un signe «-» car la hauteur  $h$  diminue.*

Le débit est conservé car le fluide est incompressible, donc :

$$-S \frac{dh}{dt} = s \sqrt{2g(h+H)}.$$

On obtient donc l'équation différentielle vérifiée par  $h$  :

$$\boxed{\frac{dh}{dt} = -\frac{s}{S} \sqrt{2g(h+H)}}.$$

4) Afin de trouver la durée de vidange du réservoir, il faut intégrer cette équation différentielle. On a une équation à variables séparables, donc :

$$\frac{dh}{\sqrt{(h+H)}} = -\frac{s}{S} \sqrt{2g} dt.$$

En intégrant entre l'instant  $t = 0$  et l'instant  $t$  :

$$2 \left( \sqrt{(h(t)+H)} - \sqrt{(h(0)+H)} \right) = -\frac{s}{S} \sqrt{2g} t.$$

Pour avoir la vidange du récipient, on a  $h(t) = 0$ , soit :

$$2 \left( \sqrt{H} - \sqrt{(h+H)} \right) = -\frac{s}{S} \sqrt{2g} T.$$

D'où l'expression de la durée de vidange :

$$\boxed{T = \frac{2S}{s\sqrt{2g}} (\sqrt{H+h} - \sqrt{H})}.$$

## CCP116) Masses et poulie (2015)

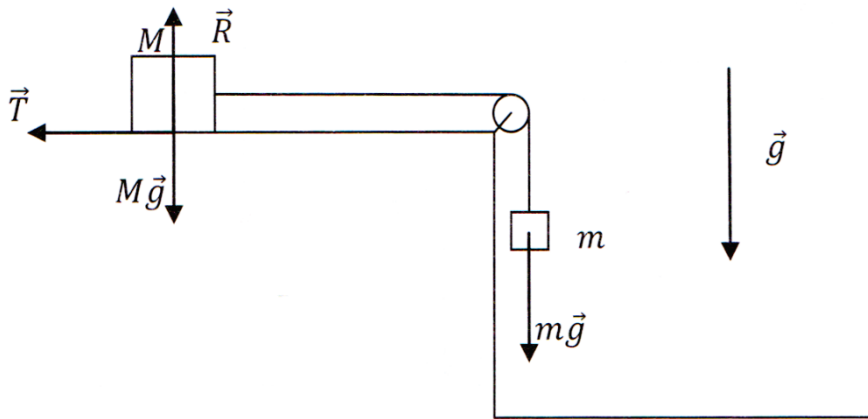
1) Dans cette première question, les deux masses se déplacent avec la même vitesse en module car le fil est inextensible.

On prend donc comme système l'ensemble des deux masses et le fil.

On est dans un référentiel galiléen.

On fait le bilan des forces extérieures sur ce système. Le système est soumis :

- au poids de la masse  $M$  :  $M\vec{g}$  ;
- au poids de la masse  $m$  :  $m\vec{g}$  ;
- à la force de frottement  $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$  qui a donc une composante normale et une composante tangentielle ;
- à la réaction de la poulie qui ne travaille pas (pas de frottement).



De plus comme la masse  $M$  a un mouvement horizontal, on a aussi :

$$M\vec{g} + \vec{N} = 0.$$

La loi de Coulomb donne la relation entre ces deux composantes. On a :

$$|T| = f|N|.$$

Donc :

$$|T| = fMg.$$

On va utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour le système qui est au repos à l'instant initial. Donc la variation d'énergie cinétique vaut :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(M + m)v^2 - 0.$$

Pour les forces intérieures, il y a la force de tension du fil qui ne travaille pas.

On calcule le travail de la composante tangentielle de la force de frottement pour le déplacement de la distance  $h$  :

$$W = -fMgh.$$

On calcule le travail de la force de pesanteur pour la masse  $m$  :

$$W' = mgh.$$

En remplaçant dans le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$$\frac{1}{2}(M + m)v^2 - 0 = mgh - fMgh.$$

On en déduit alors la vitesse du système juste avant que la masse  $m$  ne touche le sol :

$$v = \sqrt{\frac{2gh(m - fM)}{M + m}}$$

2) Maintenant la masse  $m$  est immobile sur le sol. On considère désormais le système constitué uniquement de la masse  $M$ .

Les forces appliquées sur cette masse sont toujours les mêmes, c'est-à-dire :

- le poids de la masse  $M$  :  $M\vec{g}$  ;
- la force de frottement  $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$ .

On a toujours :

$$|T| = fMg.$$

On applique donc le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant initial où la masse  $m$  touche le sol et l'instant final où la masse  $M$  s'arrête.

On a donc la variation d'énergie cinétique qui vaut :

$$\Delta E_c = 0 - \frac{1}{2}Mv^2.$$

La masse  $M$  se déplace d'une distance  $d - h$ .

Le travail de la force de frottement est donc égal à :

$$W = -fMg(d - h).$$

Donc :

$$0 - \frac{1}{2}Mv^2 = -fMg(d - h).$$

En remplaçant la vitesse, on trouve :

$$\frac{1}{2}M \frac{2gh(m - fM)}{M + m} = fMg(d - h)$$

$$Mmgh - fghM^2 = fMg(d - h)(M + m)$$

$$Mmh = f(M(d - h)(M + m) + hM^2)$$

$$mMh = f(M^2d + Mmd - M^2h - Mmh + hM^2).$$

On a donc l'expression du coefficient de frottement :

$$f = \frac{mh}{Md + md - mh}$$