

MQ1 – Équation de Schrödinger pour une particule libre

6.5. Approche ondulatoire de la mécanique quantique		
6.5.1. Amplitude de probabilité		
Fonction d'onde $\psi(x, t)$ associée à une particule dans un problème unidimensionnel. Densité linéique de probabilité de présence.	Normaliser une fonction d'onde. Relier qualitativement la fonction d'onde à la notion d'orbitale en chimie.	On fera le lien avec la 1s.
Principe de superposition. Interférences.	Relier la superposition de fonctions d'ondes à la description d'une expérience d'interférences entre particules.	
6.5.2. Équation de Schrödinger pour une particule libre		
Équation de Schrödinger.	Utiliser l'équation de Schrödinger fournie.	Celle-ci est donc donnée.
États stationnaires.	Associer les états stationnaires aux états d'énergie déterminée. Établir et utiliser la forme : $\Psi(x, t) = \varphi(x)e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$ pour la fonction d'onde d'un état stationnaire et l'associer à la relation de Planck-Einstein. Distinguer l'onde associée à un état stationnaire en mécanique quantique d'une onde stationnaire au sens usuel de la physique des ondes.	
Paquet d'ondes associé à une particule libre. Relation $\Delta k_x \Delta x \geq 1/2$	Utiliser l'équation de Schrödinger pour déterminer la partie spatiale $\varphi(x)$ des fonctions d'onde stationnaires décrivant une particule libre. Identifier la vitesse d'une particule libre et la vitesse du paquet d'ondes la décrivant. Exploiter l'inégalité de Heisenberg pour relier l'étendue spatiale et l'étendue spectrale du paquet d'ondes décrivant une particule libre.	
Courant de probabilité associé à une particule libre.	Utiliser l'expression admise du courant de probabilité associé à une particule libre et l'interpréter comme un produit densité*vitesse.	

I – Ondes ou particules

I-1) Interférences avec des ondes lumineuses

- Dualité onde-corpuscule
- Expérience d'interférences
- Aspect particulaire
- Aspect ondulatoire
- Conclusion

I-2) Interférences avec des ondes de matière

I-3) Principe de complémentarité

II – La fonction d'onde

II-1) Description de l'état d'une particule

II-2) Normalisation de la fonction d'onde

II-3) Interprétation probabiliste

II-4) Orbitale

II-5) L'équation de Schrödinger

- Postulat
- Principe de superposition

II-6) Interférences quantiques

- Expérience de Carnal/Mlynek
- Interprétation

II-7) Etats stationnaires de l'équation de Schrödinger

- a) Etat stationnaire en mécanique quantique
- b) Equation de Schrödinger indépendante du temps
- c) Fonction d'onde dans un état stationnaire
- d) Propriétés de $\varphi(x)$

III – Équation de Schrödinger pour une particule libre

III-1) Définition

III-2) Etats stationnaires

- a) Fonction d'onde
- b) Convention d'écriture
- c) Relation de dispersion

III-3) Inégalités de Heisenberg

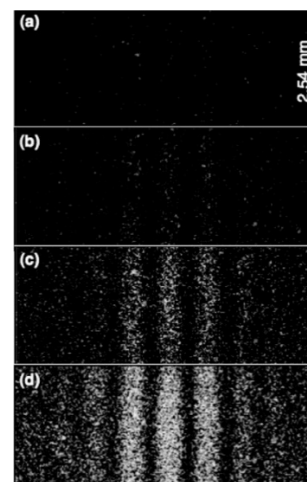
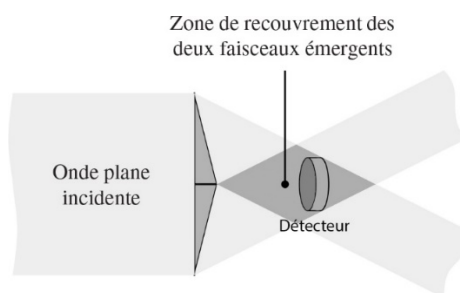
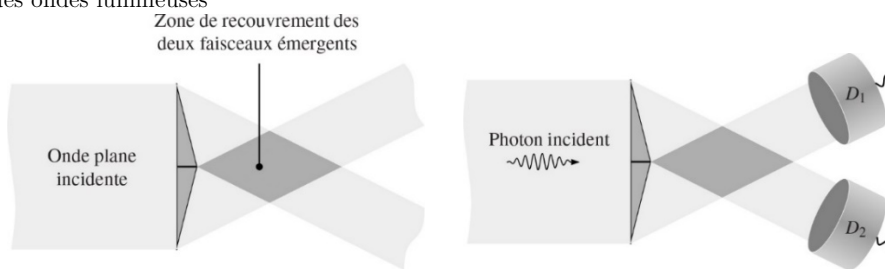
- a) Paquet d'ondes
- b) Inégalité d'Heisenberg spatiale
- c) Inégalité temporelle

III-4) Représentation par paquet d'ondes

- a) Sens physique de l'OPPH
- b) Structure en paquet d'ondes
- c) Structure initiale
- d) Structure à un instant t
- e) Quantité de mouvement moyenne

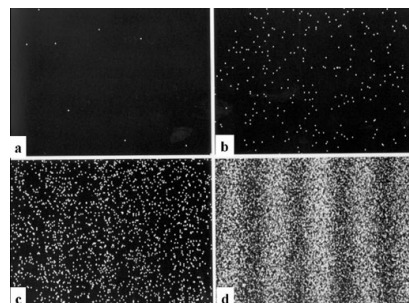
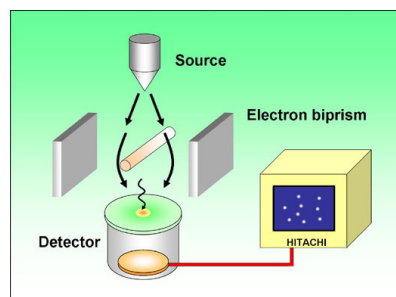
III-5) Courant de probabilité

I-1) Interférences avec des ondes lumineuses



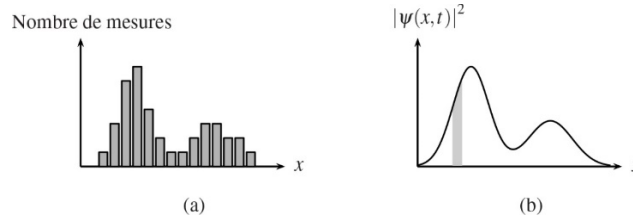
(a)= 10 clichés, (b) =100, (c) = 500 et (d) = 2000

I-2) Interférences avec des ondes de matière



(a)=8 électrons détectés, (b)=270, (c)=2000, (d)=60000

II-3) Interprétation probabiliste



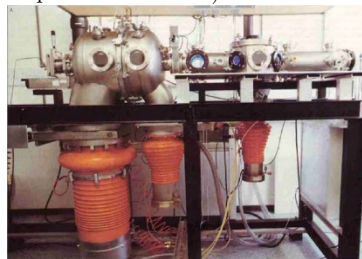
- (a) Exemple de distribution des positions de N particules quantiques identiques. La hauteur cumulée des barres de l'histogramme est égale au nombre N de particules
- (b) Densité de probabilité de présence correspondante. L'aire colorée correspond à la probabilité de présence $dP(x,t)$.

II-6) Interférences quantiques

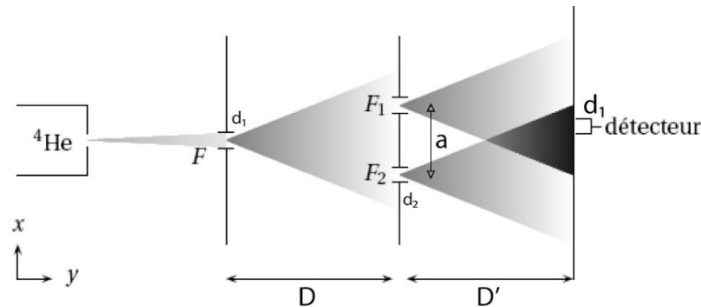
a) Expérience de Carnal/Mlynek

Prenons l'exemple d'une expérience d'interférométrie atomique réalisée par O. Carnal et J.Mlynek, de l'université de Constance en Allemagne en 1991. Ces deux physiciens utilisent un montage expérimental, analogue au dispositif optique des deux fentes d'Young. Les particules utilisées sont des atomes d'hélium : ils ont une masse faible, ce qui donne une grande longueur d'onde de de Broglie. La vitesse des atomes d'hélium peut être ajustée en modifiant la température du réservoir : les longueurs d'onde de De Broglie utilisées pour réaliser l'expérience sont :

- $\lambda = 0,56 \cdot 10^{-10} m$ (correspondant à une température de 295 K)
- $\lambda = 1,03 \cdot 10^{-10} m$ (correspondant à une température de 83 K).



La source atomique est située à gauche et la détection se fait à l'extrémité droite du tube supérieur. Les dispositifs de couleur orange sont des pompes à diffusion permettant d'obtenir un très bon vide dans l'enceinte.

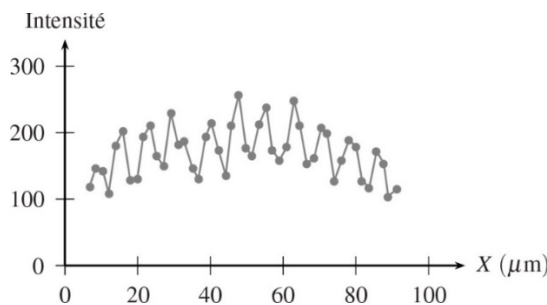


$$d_1 = 2\mu m, d_2 = 1\mu m, a = 8\mu m, D = D' = 64cm$$

Le flux d'atomes à la sortie du réservoir est d'environ 10^{22} atomes par seconde et par mètre carré. Une fois sortis du réservoir, les atomes passent à travers une première fente, de largeur $d_1 = 2\mu m$ pratiquée dans une feuille d'or.

La hauteur de la fente est de 4mm. Après un trajet d'une longueur $D = 64 cm$, les atomes passent à travers un dispositif de deux fentes, de largeur $d_2 = 1\mu m$, distantes de $a = 8\mu m$. Ces deux fentes, découpées dans une feuille d'or, font 2 mm de haut. Le parallélisme des deux fentes est ajusté de sorte que l'angle entre deux côtés parallèles des deux fentes est inférieur à 10^{-4} rad. Le parallélisme des fentes F, F_1 et F_2 est ajusté avec un angle résiduel inférieur à $5 \cdot 10^{-4}$ rad. Afin de limiter les collisions avec d'autres particules gazeuses, l'expérience est réalisée sous une pression réduite de $5 \times 10^{-5} Pa$.

Après le passage par les fentes F_1 et F_2 , la distribution des atomes est mesurée dans un plan situé à une distance $D' = 64 cm$ derrière le plan des deux fentes. Ces impacts sont localisés par un détecteur dont la partie sensible est une fente d'une largeur de $2\mu m$, pouvant être décalée par pas de $1,88\mu m$.



Un exemple de résultat expérimental est présenté sur la figure, qui révèle des franges d'interférence. La mesure de l'interfrange donne :

$$i_{exp} = 7,7 \pm 0,5 \mu m$$

qui est compatible avec la valeur théorique :

$$i_{théo} = \frac{\lambda D}{a} = 8,4 \mu m$$

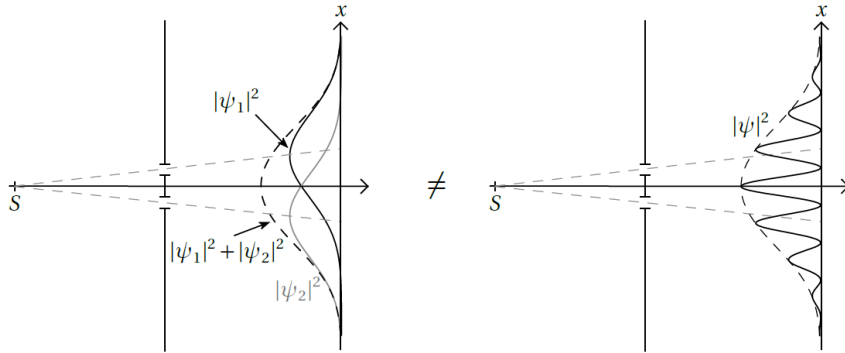
L'affaiblissement du signal du côté droit de la figure est lié à la largeur finie des fentes (effet de la diffraction). La tache centrale de la figure de diffraction a une largeur de l'ordre de :

$$\Delta X_{diff} = \frac{2\lambda D}{d_2} = 132 \mu m$$

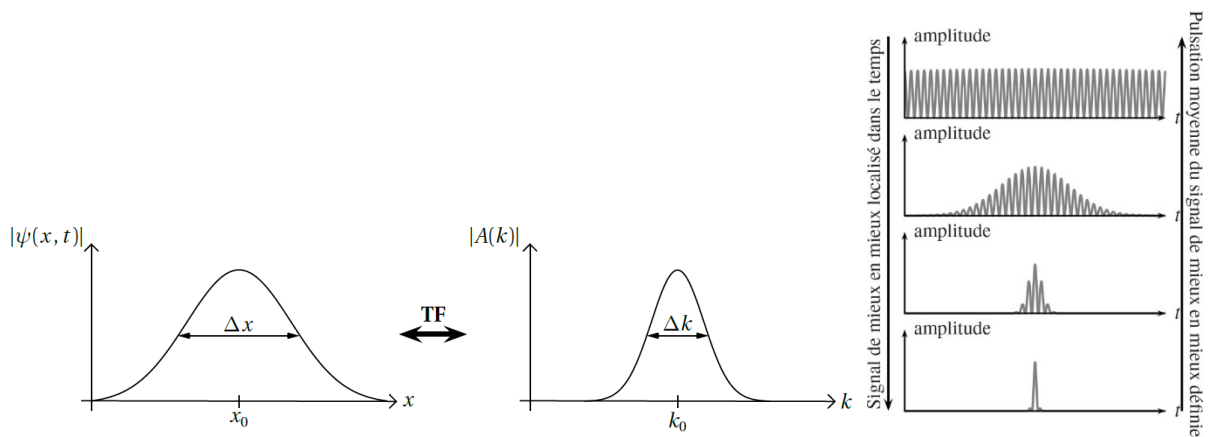
Enfin, on remarquera que la tache centrale de diffraction produite par la première fente F a une largeur égale à :

$$\Delta X_{diff} = \frac{2\lambda D}{d_1} = 66 \mu m$$

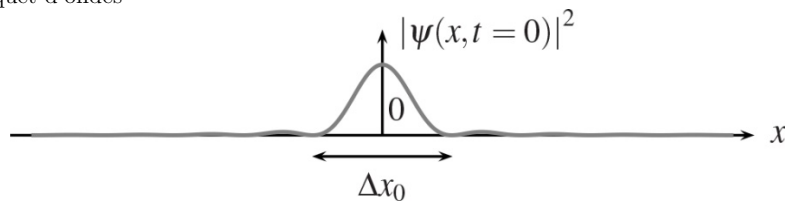
ce qui permet d'« éclairer » les deux fentes F1 et F2 de façon cohérente avec la même onde.



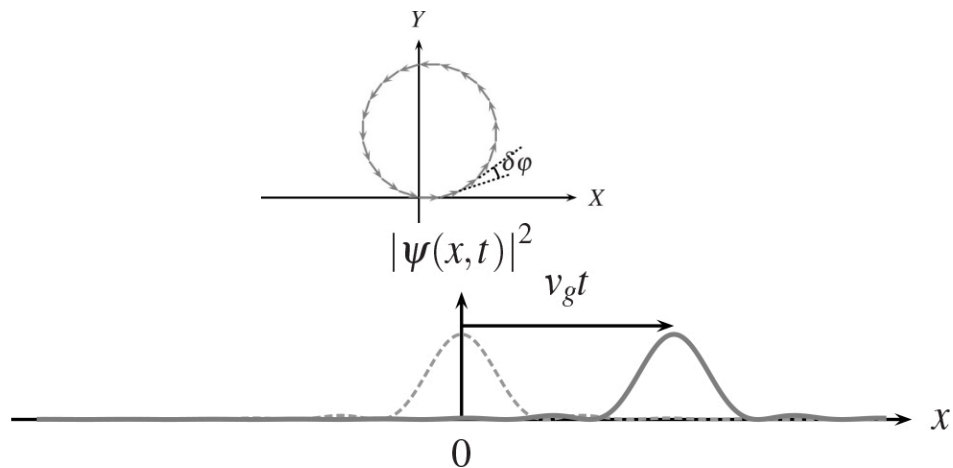
III-3) Inégalités de Heisenberg



III-4) Représentation par paquet d'ondes



Représentation de la densité de probabilité initiale pour N=100.



Représentation de la densité de probabilité à un instant t > 0 (trait plein) pour N=100.