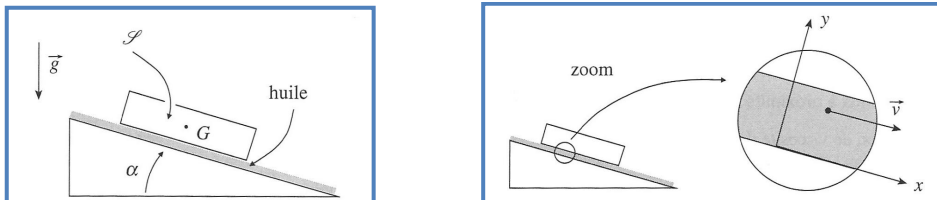


MF2 – Actions mécaniques d'un fluide en mouvement

A – Travaux dirigés

MF21 - Plan incliné

Le solide parallélépipédique S de masse M, et de centre d'inertie G glisse sur un plan incliné à vitesse constante v_0 , sous l'effet de son poids. Son glissement est facilité par une couche d'huile d'épaisseur constante e qui recouvre le plan incliné. L'huile est un fluide visqueux de viscosité $\eta = 1 \text{ Pl}$, incompressible. On néglige l'effet de la pesanteur sur l'huile et on considèrera l'écoulement homogène, incompressible et irrotationnel.

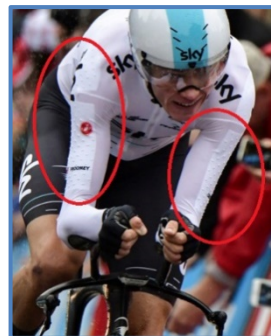


1. On étudie dans un premier temps la couche d'huile située sous le pavé.
 - a) Justifier que la vitesse d'une particule d'huile située sous le pavé est une fonction $\vec{v} = v(y)\vec{u}_x$.
 - b) On suppose que le champ des vitesses est de la forme $v(\mathbf{y}) = A\mathbf{y} + B$, en déduire A et B.
 - c) Exprimer alors la force \vec{F}_h exercée par l'huile sur le pavé, on note S la surface du pavé en contact avec l'huile.
2. On étudie désormais les actions qui agissent sur le pavé
 - a) Effectuer un bilan des actions mécaniques sur le pavé.
 - b) Déduire la vitesse v_0 en fonctions des divers paramètres du problème.
3. Critiquer le modèle proposé.

Rép : 1. a) Symétries et incompressible... b) $\vec{v} = \frac{v_0 y}{e} \vec{u}_x$ c) $\vec{F}_h = -\eta S \frac{v_0}{e} \vec{u}_x$ 2. a)... b) $v_0 = \frac{Mge \sin(\alpha)}{\eta S}$ 3. e=cste

MF22 – Coefficient de traînée d'un cycliste

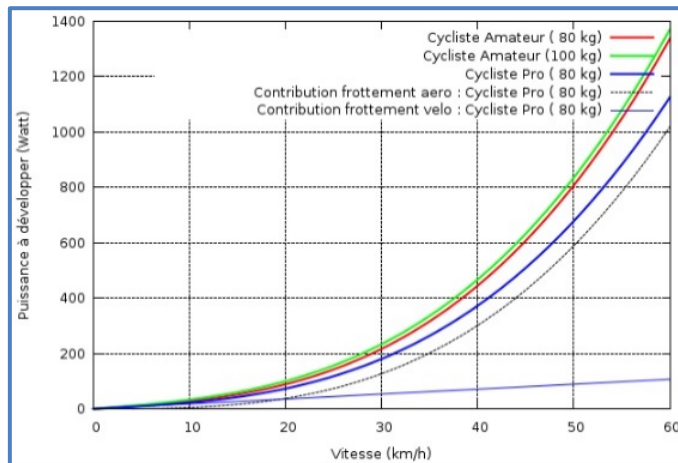
En cyclisme, différentes forces s'opposent à l'avancement du cycliste et de sa bicyclette et limitent sa vitesse de déplacement. À vitesse élevée 50 km h^{-1} , la traînée aérodynamique est la plus importante de toutes ces forces. Pour se représenter son importance, il faut savoir que 90% de la puissance produite par un cycliste sert à vaincre cette résistance. Durant les courses cyclistes, et plus particulièrement lors des épreuves de "Contre-la-montre", les différences de temps entre les athlètes peuvent être minimes. L'optimisation des paramètres aérodynamiques du cycliste et de sa bicyclette peuvent être déterminants pour augmenter la vitesse de déplacement pour une même production de puissance. La résistance aérodynamique est directement proportionnelle à l'aire frontale projetée du cycliste et de sa bicyclette : la maître couple A en m^2 , au coefficient de traînée C_x , à la masse volumique de l'air μ en kg m^{-3} et au carré de la vitesse d'écoulement du fluide sur le corps du cycliste (v_f , en m. s^{-1}) :



$$F_t = \frac{1}{2} \mu C_x A v_f^2$$

Le coefficient de traînée est utilisé pour modéliser les facteurs complexes de forme, de position et les flux d'air agissant sur le corps du cycliste en déplacement. Froome lors du prologue du tour de France (2017) présentait un C_x de 0,5 alors qu'en 1994 celui d'Indurain était de 0,65. (Usain Bolt en course a un C_x de 1,2).

- Déterminer l'ordre de grandeur du coefficient de traînée d'un cycliste. Comparer à la valeur du cycliste Froome. Quel est le gain de puissance d'un C_x de 0,15. (Rappel : $\eta_{\text{air}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pl}$)
- Quel est le rôle des microbilles appelés vortex utilisés sur la combinaison de Froome lors de ce prologue.



Rép : A l'aide du graphe et de la photo on trouve un C_x de 0,8. Les microbilles provoquent une chute de la traînée (balle de golf).

B – Exercices supplémentaires

MF23 – Parachutisme

La masse d'un parachutiste avec son équipement est de 120 kg. Le coefficient de traînée du parachute ouvert est de 1,2 et son diamètre de 6 mètres.

1. Quelle est la vitesse limite de descente du parachutiste ?
2. Ce parachutiste doit se poser sur l'aéroport de La Paz en Bolivie, à 4200 mètres d'altitude. Peut-il garder le même parachute ?

Rép : 1. $v_l = \sqrt{\frac{2mg}{\mu c_x S}} = 7,3 \text{ ms}^{-1}$

2. Non, car la masse volumique varie avec l'altitude.

MF24 – Trajectoire d'une balle

Deux forces déterminent la trajectoire d'un ballon de football : son poids $m\vec{g}$ et la force aérodynamique, qui contient deux composantes : la force de traînée, \vec{F}_t alignée avec la vitesse du ballon, et la force de portance \vec{F}_p orthogonale à la vitesse du ballon. On souhaite comparer les effets aérodynamiques ou les effets de la gravité qui déterminent la trajectoire de la balle.

1. Déterminer, par analyse dimensionnelle, la portée L_g d'un tir dans le champ de pesanteur terrestre, en fonction de U et de g . Calculer la valeur de L_g pour les différents sports de balle envisagés dans le tableau suivant :

Sport	Masse de la balle m (kg)	Diamètre $2R$ (cm)
Golf	$4,5 \times 10^{-2}$	4,2
Tennis	$5,7 \times 10^{-2}$	6,5
Football	0,44	21
Handball	0,45	19
Sport	Vitesse caractéristique U ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	Longueur du terrain L (m)
Golf	90	200
Tennis	70	24
Football	30	100
Handball	20	40

2.
 - a) Evaluer le nombre de Reynolds R_e pour chacun des cas envisagés dans le tableau. Conclure quant à l'expression de la force de traînée à utiliser.
 - b) On envisage le mouvement rectiligne d'une balle, de masse m et de diamètre $2R$ dans l'air en négligeant l'action de la pesanteur. Montrer que la vitesse de la balle décroît exponentiellement avec la distance parcourue. Mettre en évidence une distance de freinage aérodynamique L_a et l'exprimer en fonction de la masse m , du rayon R de la balle et de la masse volumique μ_a de l'air.
 - c) Evaluer la longueur de freinage aérodynamique L_a pour les différents cas envisagés.
3. En utilisant les données numériques du tableau et les longueurs caractéristiques calculées, comparer l'influence relative de la gravité et des effets aérodynamiques dans les différents sports envisagés.

Rép : 1. $L_g = \frac{U^2}{g}$ 2. a) Force quadratique b) $U(x) = U_0 e^{-\frac{x}{L_a}}$ c) $L_a(\text{golf}) = 120m$ 3. ...

MF25 – Vent favorable

En athlétisme, un record de sprint ne peut être validé que si le vent favorable est inférieur à $2\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. De quel facteur la force de traînée que l'air exerce sur un coureur de 100 mètres est-elle réduite si celui-ci bénéficie d'un vent favorable de deux mètres par seconde ? Commenter.

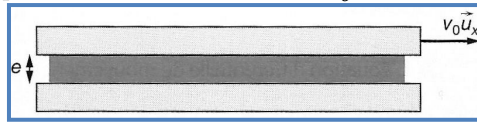
Données :

- Masse volumique de l'air : $\mu = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$
- Viscosité de l'air : $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Rép : Facteur de 1,6..

MF26 - Modélisation d'une lubrification

Un fluide newtonien est réparti sur une hauteur e entre deux plaques horizontales très longues. La plaque du dessous est immobile et celle du dessus possède la vitesse constante \vec{v}_0 . On travaille dans le plan (xOz) .

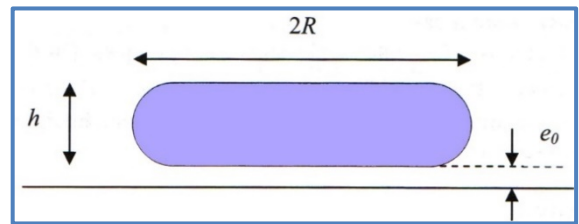


1. Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par l'écoulement ?
2. On suppose que $\vec{v}(M) = A\vec{z} + B$, en déduire le champ des vitesses.
3. Quelle est la composante horizontale de la force exercée par le fluide, par unité de surface, sur la plaque supérieure ?
4. Un bloc métallique parallélépipédique, de surface carrée de côté $a = 10 \text{ cm}$ et de masse $m = 1 \text{ kg}$, est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport à l'horizontale. Le plan incliné est lubrifié, c'est-à-dire enduit d'une huile de viscosité (dynamique) η . La plaque se met alors en mouvement. On suppose que l'écoulement de l'huile peut être modélisé de la même manière qu'au début de cet exercice, avec une épaisseur $e = 1 \text{ mm}$ d'huile. Le champ de pesanteur est noté $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. En déduire l'équation du mouvement du bloc.
5. Après un certain temps, la vitesse du bloc se stabilise à la valeur $v_f = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. En déduire la viscosité η de l'huile.
6. Quelle est la durée du régime transitoire ?

Rép : 1. ... 2. $\vec{v}(z) = v_0 \frac{z}{e} \vec{u}_x$ 3. $\vec{f}_s = -\eta \frac{v_0}{e} \vec{u}_x$ 4. $m \frac{dv}{dt} = -\eta \frac{v_0}{e} a^2 + mg \sin \alpha$ 5. $\eta = 1,4 \text{ P}$ 6. $\tau = 0,07 \text{ s}$

MF27 – Caléfaction

Une goutte d'eau posée sur une plaque chaude s'évapore en une fraction de seconde. Toutefois, si la température de la plaque est très supérieure à la température d'ébullition du liquide, on observe que le temps de vie de la goutte augmente fortement. La goutte est alors isolée thermiquement de la plaque par un film de sa propre vapeur : c'est le phénomène de caléfaction ou de Leidenfrost. Dans cet état, on observe également que les gouttes sont très mobiles et glissent sur le film de vapeur qui les protège. Nous nous intéressons tout d'abord à la forme d'une goutte en caléfaction. Nous admettrons que la goutte prend la forme d'un palet d'épaisseur h et de rayon R tel que $h \ll R$. Elle est séparée du substrat chaud par un film de sa propre vapeur d'épaisseur e_0 .



1. La tension superficielle d'un liquide est une grandeur caractéristique qui mesure le coût énergétique de création d'interface liquide/air. Cette grandeur est toujours positive et nous la noterons γ . L'énergie « potentielle » de surface associée à la forme d'une goutte liquide de volume Ω donné s'exprime par : $E_s = \gamma \Sigma$ où γ est la tension superficielle de l'eau et Σ l'aire de l'interface liquide/gaz de la goutte.
 - Quelle est la dimension de γ ? Proposer une expression de E_s en fonction de γ , h et Ω .
2. La forme de la goutte est dictée par une compétition entre tension superficielle qui tend à minimiser l'aire de l'interface eau/air et la gravité qui tend à aplatir la goutte.
 - Quelle est l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_g de la goutte ?
3. En déduire l'expression de l'énergie potentielle totale $E_p = E_p(\Omega, h, \gamma, \rho)$. En déduire l'épaisseur d'équilibre h_e de la goutte caléfiée en fonction de la longueur capillaire du liquide $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$. Donner une estimation numérique de l_c et de h_e .

Données : $\rho(\text{eau, liquide, } 100^\circ\text{C}) = 958 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et tension superficielle de l'eau à 100°C : $\gamma = 59 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$

Rép : 1. $E_s = 2\gamma \frac{\Omega}{h}$ 2. $E_{pg} = mgz_g = \rho \Omega g \frac{h}{2}$ 3. $h_e = \sqrt{\frac{4\gamma}{g\rho}} = 2 l_c = 5 \text{ mm}$