MC2 – Changement de référentiels

Le programme de mécanique de PC s'inscrit dans le prolongement du thème « **Mouvements et interactions** » et de la partie « **Statique des fluides dans un référentiel galiléen** » du thème « **Énergie : conversion et transfert** » du programme de PCSI. Il est constitué de trois parties relevant successivement de la mécanique du point ou des fluides.

Dans la première partie « **Changements de référentiel** », la cinématique des changements de référentiels n'est pas étudiée pour elle-même mais en vue d'applications en dynamique du point ou des fluides.

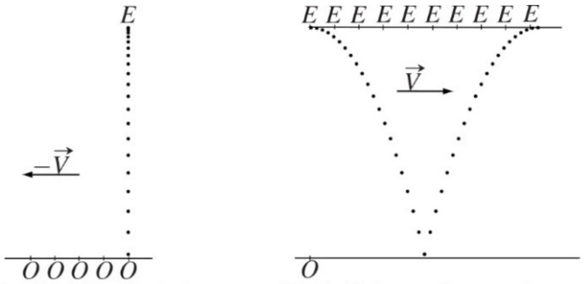
4.1. Changements de référentiel		
Référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre : transformation de Galilée, composition des vitesses.	Relier la transformation de Galilée et la formule de composition des vitesses à la relation de Chasles et au caractère supposé absolu du temps.	
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en translation par rapport à un autre : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement.	Exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement.	Cas simple mais à retenir pour le chapitre suivant sur la dynamique en RNG.
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement, accélération de Coriolis.	Exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement. Citer et utiliser l'expression de l'accélération de Coriolis.	Sources d'exercices, il faudra retenir « par cœur » les expressions.

I - Référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel

I-1) Exemple

Un observateur O se trouve, immobile, sur le quai de la gare. Un train passe à la vitesse constante $\vec{V}$ sur la voie rectiligne. Dans ce train, un enfant E joue à faire rebondir une balle.
Pour l'enfant, la trajectoire de la balle est rectiligne : la balle descend, rebondit sur le sol du train et remonte verticalement jusqu'à la main de l'enfant. La trajectoire de la balle vue par l'observateur O est complètement différente : il voit la balle suivre une trajectoire parabolique vers le bas puis parabolique vers le haut pour revenir dans la main de l'enfant.

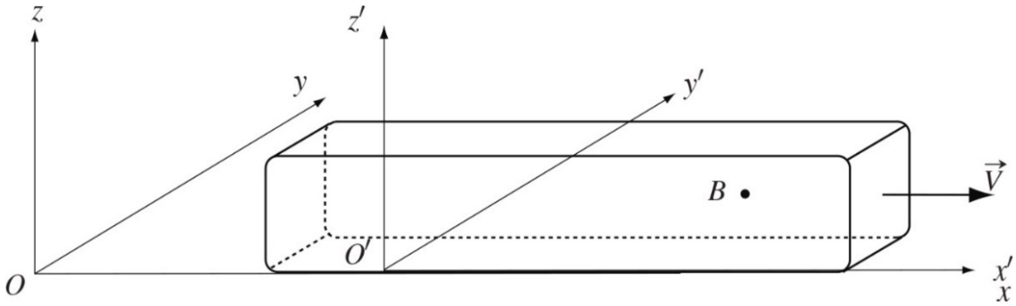
Chacun des deux, enfant et observateur, voit une trajectoire différente et attribue à la balle une vitesse différente. Pour l'enfant, le mouvement de la balle sera le même que si le train est immobile. Nous reviendrons plus loin sur ce fait.



Vu de l'enfant dans le train Vu de l'observateur sur le quai

I-2) Transformation de Galilée

Reprenons l'exemple du paragraphe précédent et associons un repère d'espace au quai de la gare et au train :



Le référentiel (O,x,y,z) est lié au quai, le référentiel (O',x', y', z') au train qui est animé de la vitesse $\vec{V} = \vec{V}\overrightarrow{u_x}$ par rapport au quai. La balle se trouve au point B. Imaginons que l'enfant dans le train et l'observateur sur le quai de la gare aient réglé leur montre à la même heure le matin. Au moment où le train passe en gare, les deux montres indiquent toujours la même heure : dans le cadre de la mécanique classique, le temps revêt un caractère absolu, il est le même dans tous les référentiels. Si on suppose que les points O et O' coïncident à l'instant initial, alors :

$$\overrightarrow{OO'} = Vt\,\overrightarrow{u_x}$$

Or : $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'B}$

D'où, en projection sur les trois axes :

$$\begin{cases} x = x' + Vt \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

Ces relations constituent la transformation de Galilée.

I-3) Composition des vitesses

Le vecteur vitesse de la balle pour l'observateur sur le quai de la gare est la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{OB}$, nous le noterons : $\vec{v}(B)|_R$ où R est le référentiel lié au quai. De même, le vecteur vitesse de la balle pour l'enfant dans le train est la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{O'B}$, nous le noterons : $\vec{v}(B)|_{R'}$ où R' est le référentiel lié au train.

Soit :

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'B}$$

$$\Rightarrow \frac{d\overrightarrow{OB}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'B}}{dt}$$

Or, dans notre cas, les vecteurs $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}$ *et* $\overrightarrow{u_z}$ sont des vecteurs fixes et indépendants du temps. Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{cases} \vec{v}(B)|_R = \dfrac{d\overrightarrow{OB}}{dt} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \dot{z}\,\overrightarrow{u_z} \\ \vec{v}(B)|_{R'} = \dfrac{d\overrightarrow{O'B}}{dt} = \dot{x}'\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}'\,\overrightarrow{u_y} + \dot{z}'\,\overrightarrow{u_z} \end{cases}$$

Puisque le train est en translation à la vitesse $\vec{V}$ par rapport au quai.

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}$$

D'où la formule de composition des vitesses :

$$\vec{v}(B)|_R = \vec{v}(B)|_{R'} + \vec{V}$$

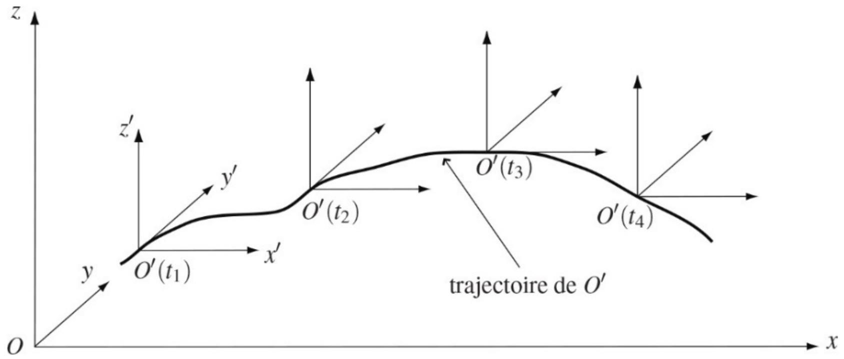
II - Référentiel en translation par rapport à un autre

II-1) Présentation du problème

Considérons maintenant deux référentiels R et R', en translation quelconque l'un par rapport à l'autre.

> Les deux référentiels sont en translation l'un par rapport à l'autre si les axes de R' gardent toujours une direction constante par rapport à ceux de R.

On peut alors les choisir parallèles à ceux de R. Le mouvement de R' par rapport à R est entièrement décrit par celui de son origine O' dans R.



Deux observateurs, l'un lié au référentiel R (c'est-à-dire assis et immobile dans le référentiel R), l'autre lié au référentiel R', observent le mouvement d'un point M.

La position du point M est repérée :

- Dans le référentiel R par le vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y} + z\,\overrightarrow{u_z}$$

- Dans le référentiel R' par le vecteur position :

$$\overrightarrow{O'M} = x'\,\overrightarrow{u_x} + y'\,\overrightarrow{u_y} + z'\,\overrightarrow{u_z}$$

Et le mouvement de O' dans R par :

$$\overrightarrow{OO'} = x_{O'}\,\overrightarrow{u_x} + y_{O'}\,\overrightarrow{u_y} + z_{O'}\,\overrightarrow{u_z}$$

D'où :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} \Rightarrow \begin{cases} x = x' + x_{O'} \\ y = y' + y_{O'} \\ z = z' + z_{O'} \end{cases}$$

II-2) Composition des vitesses

Pour les vitesses on a :

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} \Rightarrow \vec{v}(M)|_R = \vec{v}(O')|_R + \vec{v}(M)|_{R'}$$

Or pour une translation, tous les points liés au référentiel R' ont même vitesse dans le référentiel R, à savoir $\vec{v}(O')|_R$, que nous noterons $\vec{V}(t)$. Cette vitesse dépend a priori du temps.

La formule de composition des vitesses dans le cas où le référentiel R' est en translation à la vitesse $\vec{V}(t)$ par rapport au référentiel R s'écrit :

$$\vec{v}(M)|_R = \vec{v}(M)|_{R'} + \vec{V}(t) \text{ où } \vec{V}(t) = \vec{v}(O')|_R$$

II-3) Composition des accélérations

L'accélération de O' par rapport à R est :

$$\vec{a}(O')|_R = \left.\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_R$$

De la même façon, en dérivant par rapport au temps l'expression de composition des vitesses, nous obtenons la formule de composition des accélérations.

La formule de composition des accélérations dans le cas où le référentiel R' est en translation à la vitesse $\vec{V}(t)$ par rapport au référentiel R s'écrit :

$$\vec{a}(M)|_R = \vec{a}(M)|_{R'} + \vec{A}(t) \text{ où } \vec{A}(t) = \vec{a}(O')|_R$$

II-4) Point coïncident

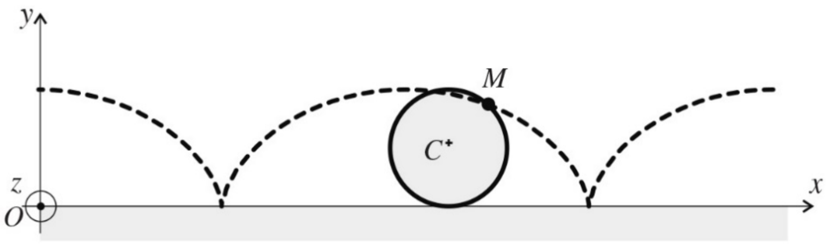
Considérons un point M en mouvement. On le notera temporairement M(t) pour bien souligner qu'il est en mouvement.

Si M(t) est un point mobile, on appelle point coïncidant à l'instant t_0 le point P(t), fixe par rapport à R', qui coïncide à l'instant t_0 avec M(t).

Autrement dit, $\vec{v}(P)|_{R'} = \vec{0}$ et $M(t_0) = P(t_0)$

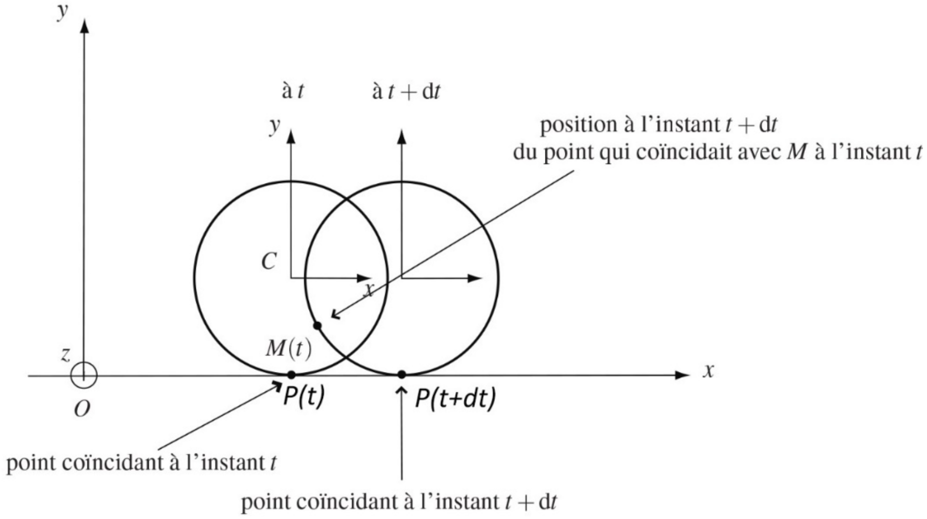
Le centre C d'une roue de vélo avance à la vitesse $\vec{v}$ par rapport au sol. Un point M de la périphérie de la roue est au contact avec le sol à l'instant t. On étudie son mouvement dans le référentiel R(O,x,y,z) lié au sol et dans le référentiel R'(C,x,y,z) en translation par rapport à R.

Dans R', la trajectoire du point M est un cercle. Dans R, elle est plus compliquée, c'est une cycloïde si la roue ne glisse pas sur le sol représenté en pointillés sur la figure suivante :



Trajectoire de la valve d'une roue de vélo

Représentons la situation à deux instants infiniment proches, t et t +dt :



On a choisi ici un point M particulier, le point de contact avec le sol. Le point coïncidant du point M à l'instant t est le point P(t) sur le sol, il est fixe dans le référentiel R'. Pour un observateur lié au sol, il est animé de la même vitesse que le centre de la roue.

La vitesse du point coïncidant est la vitesse de O' par rapport à R. On l'appelle vitesse d'entraînement et on la note $\overrightarrow{v_e}$. De même, l'accélération du point coïncidant est l'accélération de O' par rapport à R. On l'appelle accélération d'entraînement et on la note $\overrightarrow{a_e}$.

On définit les vitesses et accélérations d'entraînement tel que :

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_e} = \vec{v}(P)|_R = \vec{v}(O')|_R \\ \overrightarrow{a_e} = \vec{a}(P)|_R = \vec{a}(O')|_R \end{cases}$$

On nomme vitesse et accélération absolues les vitesses et accélérations dans R (fixe), et relatives dans R' (mobile).

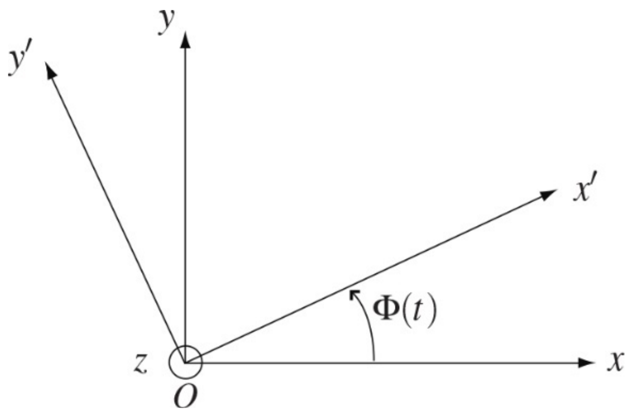
Pour un mouvement de ***translation*** quelconque on a donc :

$$\begin{cases} \vec{v}(M)|_R = \vec{v}(M)|_{R'} + \vec{v}_e \\ \vec{a}(M)|_R = \vec{a}(M)|_{R'} + \overrightarrow{a_e} \end{cases} \quad ou \quad \begin{cases} \overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} \\ \overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e} \end{cases}$$

III - Référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe

III-1) Présentation du problème

Le référentiel R' est maintenant en rotation autour d'un axe Δ, fixe dans le référentiel R. Comme tous les points de l'axe Δ sont fixes dans R' et dans R, on peut, sans perte de généralité, choisir le même point pour les origines O et O' des deux référentiels. Par ailleurs, il semble naturel de choisir un des axes des référentiels selon l'axe Δ. Nous choisirons Δ=(Oz) :



La rotation est uniforme si $\Omega = \frac{d\phi}{dt}$ est indépendant du temps. Un point M sera repéré par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$, que nous allons exprimer dans une base liée à R et dans une base liée à R'. Nous utiliserons un repérage cartésien :

- Dans le référentiel R par :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y} + z\,\overrightarrow{u_z}$$

- Dans le référentiel R' par :

$$\overrightarrow{OM} = x'\,\overrightarrow{u_{x'}} + y'\,\overrightarrow{u_{y'}} + z'\,\overrightarrow{u_{z'}}$$

Cependant, cette-fois ci, les vecteurs $\overrightarrow{u_{x'}}$ *et* $\overrightarrow{u_{y'}}$ dépendent du temps pour un observateur assis dans le référentiel R, tout comme les vecteurs $\overrightarrow{u_x}$ *et* $\overrightarrow{u_y}$ en dépendent pour un observateur assis dans R'.

Or :

$$\begin{cases} \overrightarrow{u_{x'}} = \cos(\phi)\,\overrightarrow{u_x} + \sin(\phi)\,\overrightarrow{u_y} \\ \overrightarrow{u_{y'}} = -\sin(\phi)\,\overrightarrow{u_x} + \cos(\phi)\,\overrightarrow{u_y} \end{cases}$$

III-2) Composition des vitesses

a) Expression de $\vec{v}(M)|_R$

Nous allons dériver l'expression du vecteur position dans la base associée à R' mais pour un observateur qui est assis dans le référentiel R, donc pour lequel les vecteurs $\overrightarrow{u_{x'}}$ et $\overrightarrow{u_{y'}}$ dépendent du temps.

$$\vec{v}(M)|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\left(x'\overrightarrow{u_{x'}} + y'\overrightarrow{u_{y'}} + z'\overrightarrow{u_{z'}}\right)}{dt}\right|_R$$

$$= \dot{x}'\overrightarrow{u_{x'}} + \dot{y}'\overrightarrow{u_{y'}} + \dot{z}'\overrightarrow{u_{z'}} + x'\left.\frac{d\overrightarrow{u_{x'}}}{dt}\right|_R + y'\left.\frac{d\overrightarrow{u_{y'}}}{dt}\right|_R + z'\left.\frac{d\overrightarrow{u_{z'}}}{dt}\right|_R$$

Or :

$$\begin{cases} \left.\dfrac{d\overrightarrow{u_{x'}}}{dt}\right|_R = \Omega\left(-\sin(\phi)\ \overrightarrow{u_x} + \cos(\phi)\ \overrightarrow{u_y}\right) = \Omega\overrightarrow{u_{y'}} \\ \left.\dfrac{d\overrightarrow{u_{y'}}}{dt}\right|_R = -\Omega\left(\cos(\phi)\overrightarrow{u_x} + \sin(\phi)\ \overrightarrow{u_y}\right) = -\Omega\overrightarrow{u_{x'}} \\ \left.\dfrac{d\overrightarrow{u_{z'}}}{dt}\right|_R = \vec{0} = \Omega\overrightarrow{u_{z'}} \end{cases}$$

Introduisons le vecteur rotation :

$$\vec{\Omega} = \Omega\overrightarrow{u_z}$$

$$Alors : \begin{cases} \left.\dfrac{d\overrightarrow{u_{x'}}}{dt}\right|_R = \Omega\overrightarrow{u_{y'}} = \Omega\left(\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_{x'}}\right) = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{u_{x'}} \\ \left.\dfrac{d\overrightarrow{u_{y'}}}{dt}\right|_R = -\Omega\overrightarrow{u_{x'}} = \Omega\left(\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_{y'}}\right) = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{u_{y'}} \\ \left.\dfrac{d\overrightarrow{u_{z'}}}{dt}\right|_R = \vec{0} = \Omega\overrightarrow{u_{z'}} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{u_{z'}} \end{cases}$$

Par conséquent :

$$\vec{v}(M)|_R = \dot{x}'\overrightarrow{u_{x'}} + \dot{y}'\overrightarrow{u_{y'}} + \dot{z}'\overrightarrow{u_{z'}} + x'(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{u_{x'}}) + y'(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{u_{y'}}) + z'\left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{u_{z'}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}(M)|_R = \dot{x}'\overrightarrow{u_{x'}} + \dot{y}'\overrightarrow{u_{y'}} + \dot{z}'\overrightarrow{u_{z'}} + \vec{\Omega} \wedge \left(x'\overrightarrow{u_{x'}} + y'\overrightarrow{u_{y'}} + z'\overrightarrow{u_{z'}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}(M)|_R = \vec{v}(M)|_{R'} + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM} \quad (1)$$

b) Vecteur rotation

Le vecteur rotation a pour module la vitesse angulaire de rotation et pour direction l'axe de rotation ainsi :

$$\vec{\Omega} = \Omega(t)\overrightarrow{u_\Delta}$$

Si on note :

- $\overrightarrow{\Omega}_{R''/R'}$ le vecteur rotation du référentiel R'' par rapport à R'.
- $\overrightarrow{\Omega}_{R'/R}$ le vecteur rotation du réferentiel R' par rapport à R.

Alors :

$$\overrightarrow{\Omega}_{R''/R} = \overrightarrow{\Omega}_{R''/R'} + \overrightarrow{\Omega}_{R'/R}$$

c) Vitesse d'entraînement

Le point coïncident (ou coïncidant) est le point, fixe dans R', qui coïncide avec le point M à l'instant t. Par définition, le point coïncident n'a pas de vitesse relative.

$$\vec{v}(P)|_{R'} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}(P)|_R = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM} \quad d'après\ (1)$$

On appelle la vitesse du point coïncident dans R, vitesse d'entraînement de M d'où :

La loi de composition des vitesses s'écrit :

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_e} + \overrightarrow{v_r} \text{ où } \begin{cases} \overrightarrow{v_a} = \vec{v}(M)|_R : vitesse\ absolue \\ \overrightarrow{v_r} = \vec{v}(M)|_{R'} : vitesse\ relative \\ \overrightarrow{v_e} = \vec{v}(P)|_R = \overrightarrow{v_a}(P) : vitesse\ relative \end{cases}$$

On retrouve la même formulation que pour un mouvement de translation mais on va voir que cela diffère pour l'accélération avec un terme complémentaire.

III-3) Composition des accélérations

a) Formule de composition

De même, nous allons dériver l'expression du vecteur vitesse de M dans R exprimé dans la base associée à R', toujours du point de vue d'un observateur assis dans le référentiel R :

$$\vec{a}(M)|_R = \left.\frac{d\vec{v}(M)}{dt}\right|_R$$

$$= \vec{a}(M)|_{R'} + \dot{x}' \left.\frac{d\overrightarrow{u_{x'}}}{dt}\right|_R + \dot{y}' \left.\frac{d\overrightarrow{u_{y'}}}{dt}\right|_R + \dot{z}' \left.\frac{d\overrightarrow{u_{z'}}}{dt}\right|_R + \left.\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\Omega} \wedge \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_R$$

$$= \vec{a}(M)|_{R'} + \vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)|_{R'} + \left.\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{v}(M)|_{R'} + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{a}(M)|_R = \vec{a}(M)|_{R'} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)|_{R'} + \left.\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$$

b) Accélération d'entraînement et de Coriolis

Le point coïncident (ou coïncidant) est le point, fixe dans R', qui coïncide avec le point M à l'instant t.

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{v}(P)|_{R'} = \vec{0} \\ \vec{a}(M)|_{R'} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}(P)|_R = \left.\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$$

On remarque que l'accélération absolue ne se réduit pas, lorsque la vitesse relative est non nulle, à la seule somme de l'accélération relative d'entraînement, car il reste le terme suivant que nous appelons accélération de Coriolis ou accélération complémentaire. D'où :

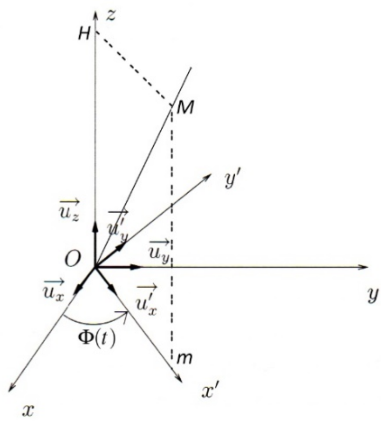
$$\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)|_{R'}$$

La loi de composition des accélérations s'écrit :

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c}$$

$$\text{où} \begin{cases} \overrightarrow{a_a} = \vec{v}(M)|_R : \textit{accélération absolue} \\ \overrightarrow{a_r} = \vec{v}(M)|_{R'} : \textit{accélération relative} \\ \overrightarrow{a_e} = \vec{a}(P)|_R = \overrightarrow{a_a}(P) : \textit{accélération relative} \\ \overrightarrow{a_c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)|_{R'} : \textit{accélération de Coriolis} \end{cases}$$

III-4) Rotation uniforme autour d'un axe fixe



Méthode 1 :

$$\overrightarrow{v_e} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM} = \vec{\Omega} \wedge \left(\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM}\right) = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{HM} = r\Omega\overrightarrow{u_{y'}}$$

Et : $\overrightarrow{a_e} = \underbrace{\left.\dfrac{d\vec{\Omega}}{dt}\right|_R}_{\vec{0}} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{a_e} = \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \left(\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM}\right)\right) = \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{HM}\right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{a_e} = -\Omega^2 \overrightarrow{HM} = -\Omega^2 r\, \overrightarrow{u_{x'}}$$

Méthode 2 :

On remarquera que le point coïncidant décrit une trajectoire circulaire uniforme de rayon r et de vitesse angulaire $\boldsymbol{\Omega}$. On retrouve donc les résultats :

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_e} = r\Omega\overrightarrow{u_{y'}} = r\Omega\overrightarrow{u_\theta} \\ \overrightarrow{a_e} = -\Omega^2\overrightarrow{HM} = -\Omega^2 r\,\overrightarrow{u_{x'}} = -\Omega^2 r\,\overrightarrow{u_\theta} \end{cases}$$

IV – Expressions

IV-1) Cas général

On peut démontrer que le mouvement le plus général d'un référentiel R' par rapport à un référentiel R peut être décomposé sous la forme :

- D'un mouvement de rotation instantanée autour d'un axe.
- D'un mouvement de translation le long de cet axe.

De cette décomposition on obtient les expressions générales suivantes :

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_e} = \left.\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_R + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M} \\ \overrightarrow{a_e} = \left.\dfrac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_R + \left.\dfrac{d\vec{\Omega}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right) \\ \overrightarrow{a_c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)|_{R'} \end{cases}$$

IV-2) Conclusion

Composition				
$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_e} + \overrightarrow{v_r}$			$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c}$	
	Translation	Rotation uniforme	Rotation (Hors-Programme)	Cas général (Hors-Programme)
$\overrightarrow{v_e}$	$\left.\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OO'}}{dt}\right\|_R$	$\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{HM}$	$\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$	$\left.\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OO'}}{dt}\right\|_R + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$
$\overrightarrow{a_e}$	$\left.\dfrac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right\|_R$	$-\Omega^2\overrightarrow{HM}$	$\left.\dfrac{d\vec{\Omega}}{dt}\right\|_R \wedge \overrightarrow{O'M}$ $+\vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right)$	$\left.\dfrac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right\|_R + \left.\dfrac{d\vec{\Omega}}{dt}\right\|_R \wedge \overrightarrow{O'M}$ $+\vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right)$
$\overrightarrow{a_c}$	$\vec{0}$	$2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)\|_{R'}$	$2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)\|_{R'}$	$\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)\|_{R'}$

Dans les calculs on utilisera (sans chercher à la redémontrer) l'expression de l'accélération de Coriolis, mais on préfèrera calculer $\overrightarrow{a_e}$ comme étant l'accélération absolue du point coïncident.