

EM5 – Champ magnétostatique

5.3. Magnétostatique		
Champ magnétostatique		
Équations locales de la magnétostatique et formes intégrales : flux conservatif et théorème d'Ampère.	Choisir un contour fermé et une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère.	On introduira l'outil de calcul : le théorème d'Ampère.
Linéarité des équations.	Utiliser une méthode de superposition.	
Propriétés de symétrie.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (rotation, symétrie plane) pour prévoir des propriétés du champ créé.	
Propriétés topographiques.	Justifier qu'une carte de lignes de champ puisse ou non être celle d'un champ magnétostatique. Repérer, sur une carte de champ magnétostatique, d'éventuelles sources du champ et leur sens. Associer l'évolution de la norme d'un champ magnétique à l'évasement des tubes de champ.	Il faudra faire le parallèle avec le champ électrostatique.
Exemples de champs magnétostatiques		
Modèle du câble rectiligne infini.	Déterminer le champ créé par un câble rectiligne infini.	Calcul classique...
Solénoïde long sans effets de bords.	Établir et citer l'expression du champ à l'intérieur d'un solénoïde long, la nullité du champ extérieur étant admise.	... des concours.
Inductance propre. Densité volumique d'énergie magnétique.	Établir les expressions de l'inductance propre et de l'énergie d'une bobine modélisée par un solénoïde long. Associer l'énergie d'une bobine à une densité volumique d'énergie magnétique.	On retrouvera cette notion de densité électromagnétique en EM et OD.
Dipôles magnétostatiques		
Moment magnétique d'une boucle de courant plane.	Relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique.	
Rapport gyromagnétique de l'électron. Magnéton de Bohr.	Construire en ordre de grandeur le magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle. Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent.	
Actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure : résultante et moment.	Utiliser les expressions fournies de la résultante et du moment des actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure. Décrire l'expérience de Stern et Gerlach et expliquer ses enjeux.	L'approche documentaire que l'on retrouve ici.
Énergie potentielle d'un dipôle magnétique rigide placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.	Utiliser l'expression fournie de l'énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ magnétostatique d'origine extérieure. Prévoir qualitativement l'évolution d'un dipôle rigide dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.	Analogie avec le champ électrostatique.

I – Equations locales et intégrales de la magnétostatique

I-1) Equations locales de la magnétostatique

- Équation de Maxwell Ampère
- Équation de Maxwell Thomson
- Linéarité des équations

I-2) Flux du champ magnétostatique

I-3) Circulation du champ magnétostatique

- Théorème d'Ampère
- Calcul de I_{int}

II – Propriétés de symétrie

II-1) Invariances

- Principe de Curie
- Invariance par translation
- Invariance par rotation

II-2) Symétries

- \vec{B} un vecteur axial
- Conclusion

III – Topographie de \vec{B}

III-1) Lignes de champ

III-2) Différences topographiques entre \vec{E} et \vec{B}

III-3) Exemple

IV – Exemples de champs magnétostatiques

IV-1) Méthode de calcul

IV-2) Câble rectiligne infini

IV-3) Fil infini

IV-4) Solénoïde infini

- Présentation
- Simulation numérique des lignes de champ
- Calcul de \vec{B}

IV-5) – Ecoulement tourbillonnaire

- Analogie magnétostatique
- Retour sur la tornade
- Retour sur le vortex

V – Densité volumique d'énergie magnétique

V-1) Inductance propre

V-2) Densité volumique d'énergie magnétique

VI – Moment magnétique

VI-1) Moment magnétique d'un dipôle

VI-2) Moment magnétique atomique

VI-3) Magnéton de Bohr

VI-4) Moment magnétique d'un aimant permanent

VII – Action d'un champ magnétique extérieur sur le dipôle magnétostatique

VII-1) Force subie dans un champ extérieur uniforme

VII-2) Analogie dipôle \vec{E} / dipôle \vec{B}

VIII – Expérience de Stern et Gerlach

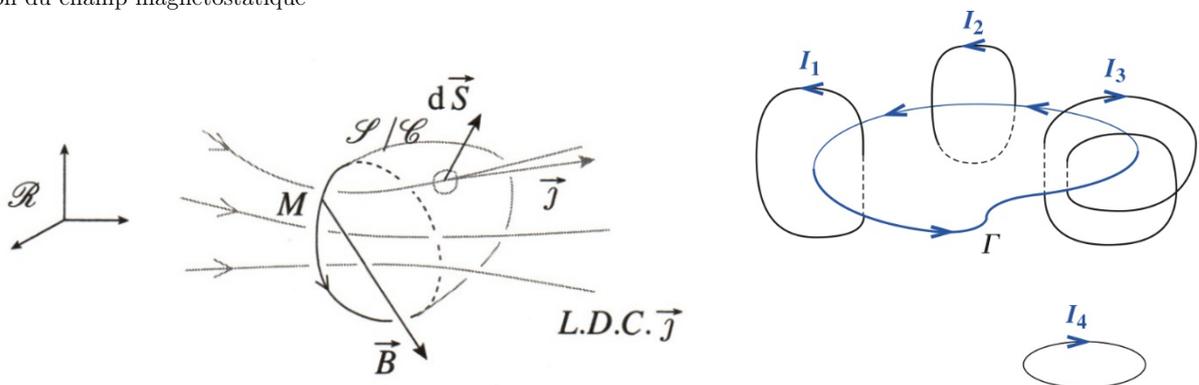
VIII-1) Présentation

- Résultats de l'expérience
- Données numériques sur l'expérience

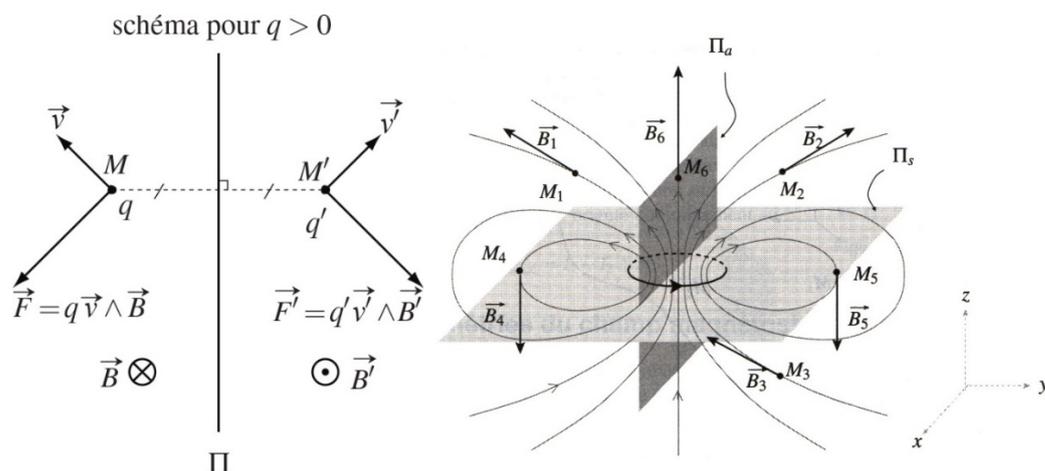
VIII-2) Déviation des particules

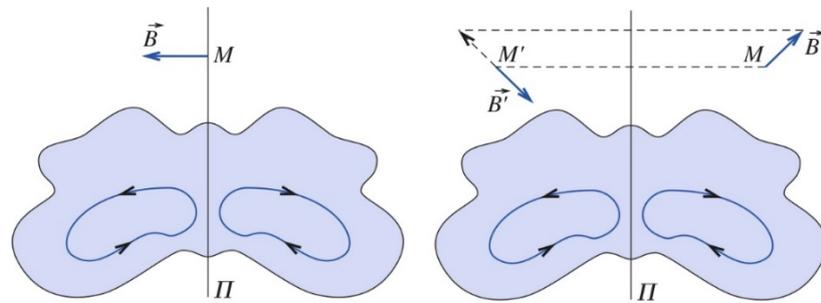
VIII-3) Introduction du spin

I-3) Circulation du champ magnétostatique



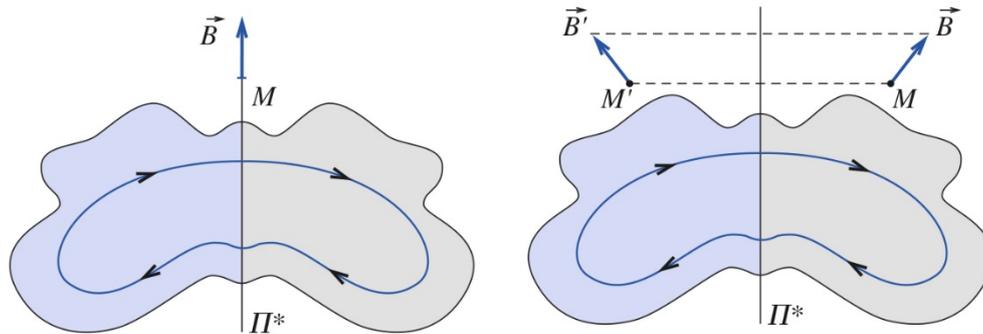
II-2) Symétries





Champ magnétique sur un plan de symétrie.

Champs en deux points symétriques.



Champ sur un plan d'antisymétrie.

Champs en deux points symétriques.

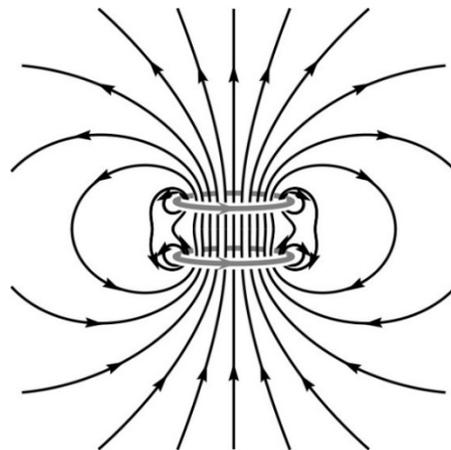
III-2) Différences topographiques entre \vec{E} et \vec{B}

\vec{E}	\vec{B}
Elles divergent (ou convergent) à partir d'une charge	Elles ne divergent jamais à partir d'un point
Elles ne se referment pas sur elles-mêmes.	Elles peuvent se refermer sur elles-mêmes ; Elles tournent autour des courants (dans le sens trigonométrique autour d'un courant positif) ;
Les lignes de champs se coupent en un point de champs nul	

Remarque :

- Dans un aimant les lignes de champ vont du pôle Nord au pôle Sud à l'extérieur de l'aimant.
- Loin des sources, les lignes de champ ont des comportements topographiques proches car leur divergence et rotationnel sont nuls.

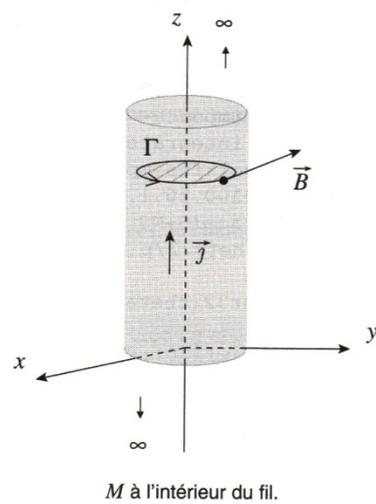
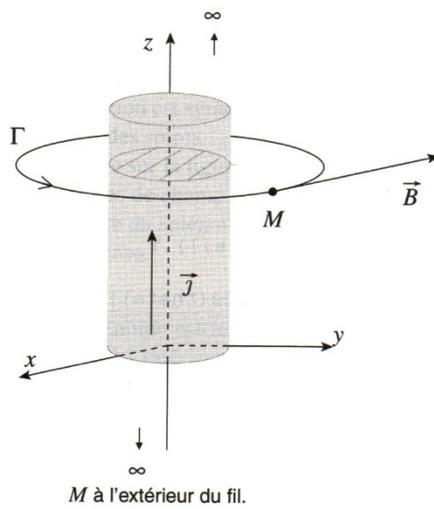
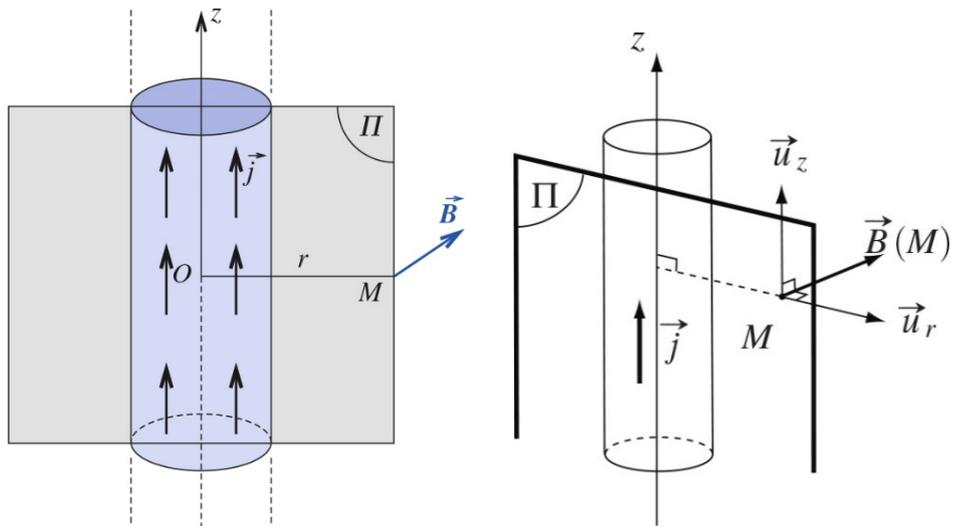
III-3) Exemple



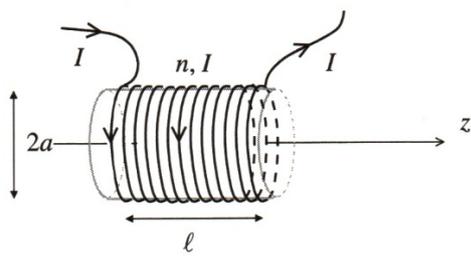
Soit la carte de champ de deux spires parcourues par des courants de même sens. On observe :

- Les lignes de champ s'enroulent autour des courants (Règle du tire-bouchon).
- Le plan parallèle aux spires et équidistant des deux est un plan de symétrie de la distribution de courants. Les lignes de champ coupent ce plan orthogonalement et sont antisymétriques de part et d'autre de ce plan.
- Le plan qui contient l'axe des spires est un plan d'antisymétrie. Les lignes de champ en un point de ce plan lui sont tangentes et sont symétriques de part et d'autre de ce plan.

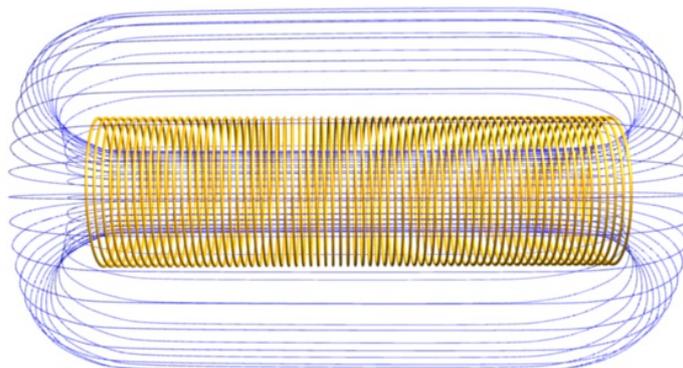
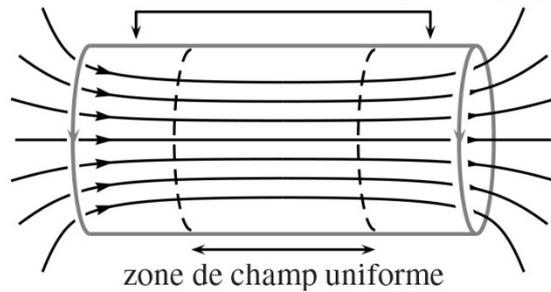
IV-2) Câble rectiligne infini

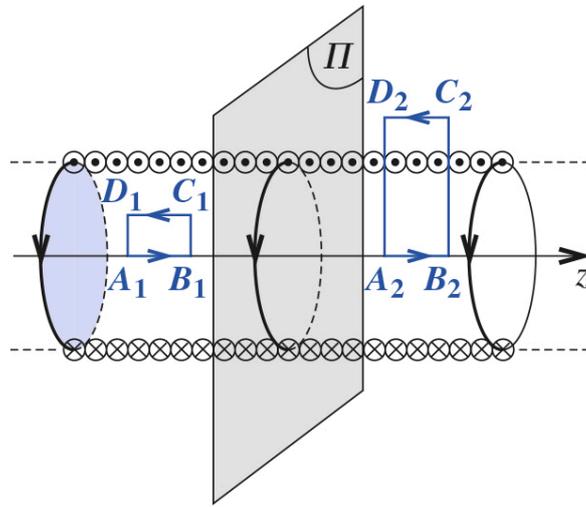


IV-4) Solénoïde infini



zones où les effets de bords ne sont plus négligeables

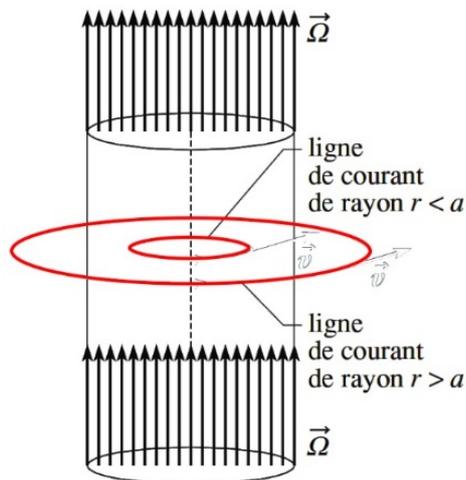
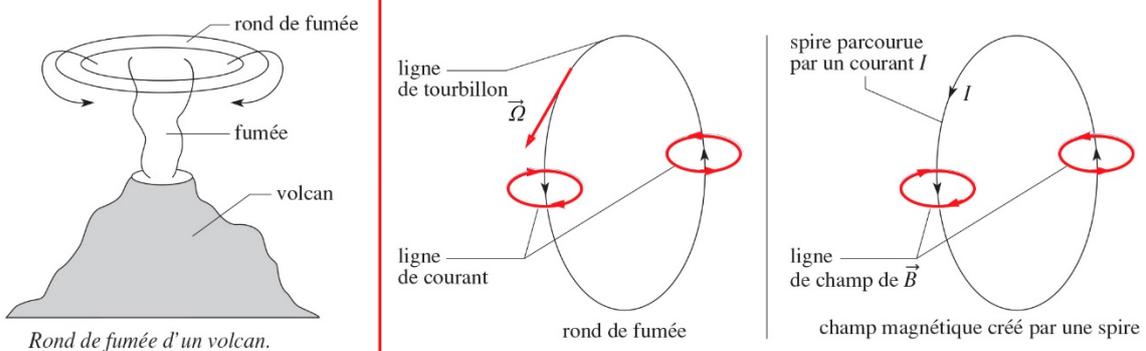




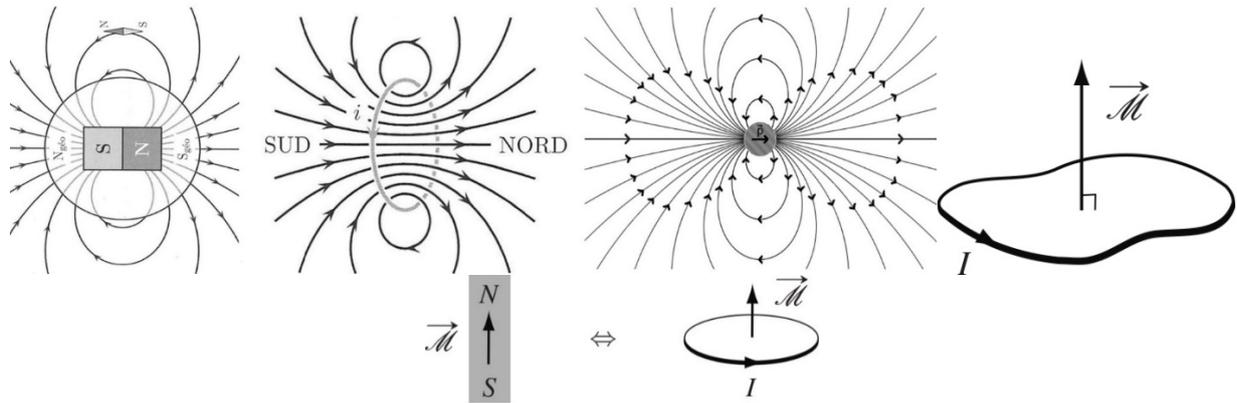
IV-5) – Ecoulement tourbillonnaire

	Magnétostatique	Ecoulement tourbillonnaire et incompressible
Tourbillonnaire	$\text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) = \vec{j}$	$\text{rot} \vec{v} = 2 \vec{\Omega} = \vec{\omega}$ vorticité
Incompressible	$\text{div} \vec{B} = 0$	$\text{div} \vec{v} = 0$
Théorème d'Ampère	$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} = I_{int}$	$\oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint_S 2 \vec{\Omega} \cdot d\vec{S}$
Champ	$\frac{\vec{B}}{\mu_0}$	\vec{v}
Sources	\vec{j}	$\vec{\omega} = 2 \vec{\Omega}$
Symétries	Les propriétés de symétrie de \vec{B} se retrouvent pour ce type d'écoulement. - Plan de symétrie des sources : \vec{v} est orthogonal. - Plan d'antisymétrie des sources : \vec{v} est dans ce plan	

Par exemple il y a analogie entre une spire de courant et un « rond de fumée ».



VI-1) Moment magnétique d'un dipôle



VI-4) Moment magnétique d'un aimant permanent

On peut distinguer trois types de milieux :

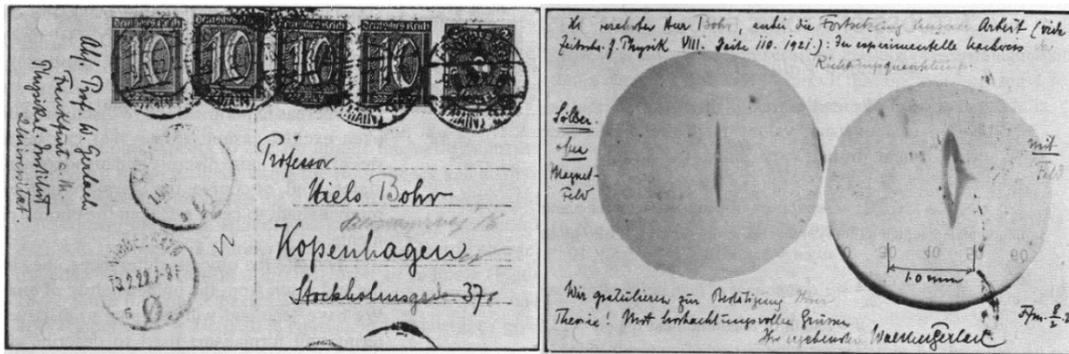
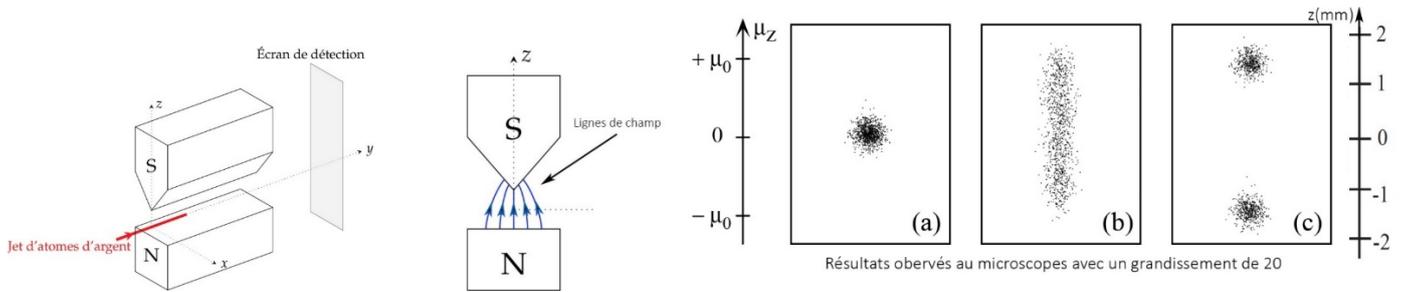
- Milieu ferromagnétique : matériaux magnétique possédant un moment dipolaire magnétique moyen non nul même en l'absence d'excitation magnétique : on peut donc les utiliser comme aimants permanents.
- Milieu diamagnétique : milieux ne possédant pas de moment magnétique microscopique.
- Milieu paramagnétique : milieux possédant des moments magnétiques microscopiques dont l'orientation est aléatoire.

Milieux paramagnétiques		Milieux ferromagnétiques
$\vec{B} = \vec{0}$	$\vec{B} \neq \vec{0}$	$\vec{B} = \vec{0}$
$\Rightarrow \vec{M} = \vec{0}$	$\Rightarrow \vec{M} \neq \vec{0}$	$\Rightarrow \vec{M} \neq \vec{0}$

VII-2) Analogie dipôle \vec{E} / dipôle \vec{B}

	dipôle \vec{E}	dipôle \vec{B}
Moment	$\vec{p} = q \vec{NP}$	$\vec{M} = I \vec{S}$
Potentiel ($r \gg a$)	$V(M) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	Hors-Programme
Champ créé ($r \gg a$)	$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3(\vec{p} \cdot \vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{p})$	$\vec{B}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3(\vec{M} \cdot \vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{M})$
Lignes de champ (et équipotentielles)		
Force subie dans un champ extérieur	$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \text{grad}) \vec{E}_{ext}$ $= \vec{0}$ si $\vec{E}_{ext} = \vec{cste}$	$\vec{F} = (\vec{M} \cdot \text{grad}) \vec{B}_{ext}$ $= \vec{0}$ si $\vec{B}_{ext} = \vec{cste}$
Couple subi dans un champ extérieur	$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$	$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}_{ext}$
Energie potentielle du dipôle	$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$	$E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}_{ext}$
Le couple tend à aligner le dipôle avec le champ extérieur et une résultante entraine le dipôle vers les zones de fort champ (si le champ est non-uniforme).		

VIII-1) Présentation

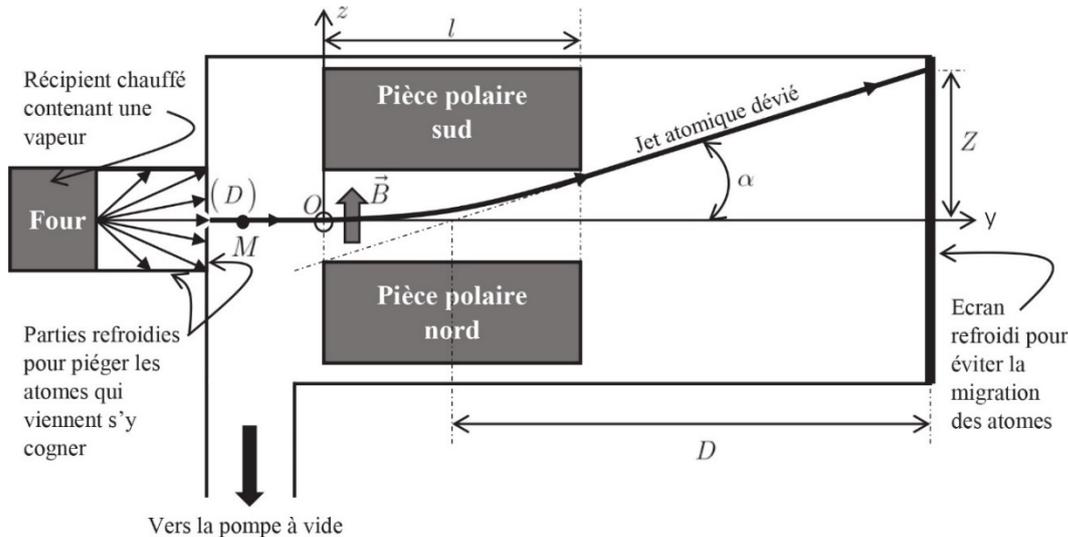


Traduction :

Cher Monsieur Bohr, Ci-joint la suite de notre travail concernant la preuve expérimentale de la quantification directionnelle.

- [À gauche] : argent [silber], sans champ magnétique [ohne magnet feld]
- [À droite] : avec champ [mit feld]

Nous vous félicitons pour la confirmation de votre théorie ! Avec mes salutations respectueuses. Bien à vous. Walther Gerlach.



Caractéristiques de l'expérience :

- Taille de la fente d'entrée : $b=1\text{mm}$; Longueur de l'électroaimant : $l=3,5\text{cm}$
- Distance entre le milieu de l'électroaimant et l'écran : $D=1,8\text{cm}$ (Echelle non respectée)
- Pression dans l'enceinte : $p=1,0\text{mPa}$
- Température du jet à la sortie du four : $T=1270\text{K}$
- Gradient de champ magnétique : $\frac{\partial B}{\partial z} = 500 \text{ T m}^{-1}$
- Argent : $M = 107 \text{ g. mol}^{-1}$, $Z = 47$, $R_{Ag} = 160 \text{ pm}$
- $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
- $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$