EM1 – Sources du champ électromagnétique

A – Travaux dirigés

EM11 – Modèle de Drüde

1°) Evaluer, pour un conducteur comme le cuivre, l'ordre de grandeur de la vitesse de dérive des électrons de conduction, dans un fil de section S=1mm², parcouru par un courant I=10A. La comparer à la vitesse d'agitation thermique d'un électron libre à la température T=300K.
2°) Evaluer le temps de relaxation τ du milieu. En assimilant τ à un temps de collision (temps moyen entre deux collisions successives d'une charge de conduction avec le réseau), évaluer le libre parcours moyen l des charges de conduction.
3°) Le champ électrique appliqué au milieu est sinusoïdal, de la forme :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\overrightarrow{E_0}}\, e^{j\omega t}$$

Montrer que le modèle précédent nous permet de définir une conductivité complexe $\underline{\gamma}$ en régime sinusoïdal établi.

4°) Dans quel domaine de fréquences sera-t-il possible d'assimiler la conductivité du milieu à sa valeur en régime permanent ?

Données :

- Electron : $m = 9{,}1\ 10^{-31} kg,\ q = -e = -1{,}6\ 10^{-19} C$
- Constantes : $N_a = 6{,}02\ 10^{23}\ mol^{-1}, k_B = 1{,}38\ 10^{-23} JK^{-1}$
- Cuivre : $M = 64 g.mol^{-1}, \mu = 8900 kg.m^{-3}\ et\ \gamma = 5{,}9\ 10^7\ S.m^{-1}$

Rép : 1°) $v \ll v_T$ 2°) l=3nm 3°) $\underline{\gamma} = -\frac{e\tau}{m}\frac{1}{1+j\omega\tau}$ 4°) $f \ll 6{,}4\ 10^{12} Hz$

B – Exercices supplémentaires

EM12 – Résistances

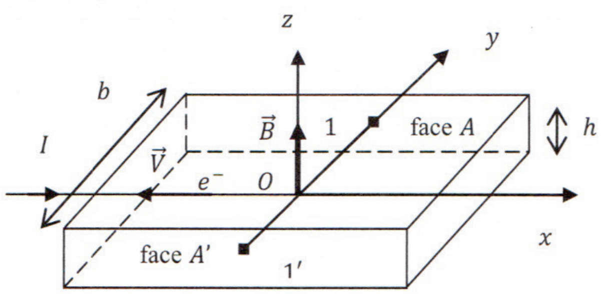
Un matériau conducteur, de conductivité γ rempli l'espace entre deux cylindres coaxiaux, de hauteur h et de rayons a et b respectivement. Un courant I circule dans le conducteur selon les rayons lorsque les cylindres sont soumis à une différence de potentiels U.

1°) Déterminer la résistance R de ce système en négligeant tout effet de bord.
2°) Proposer une analogie avec le phénomène de conduction thermique. Quelle est la résistance thermique correspondante ?

Rép : 1°) $R = \frac{1}{2\pi h\gamma}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$ 2°) $R_{th} = \frac{1}{2\pi h\lambda}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

EM13 – Effet Hall

On considère une plaque rectangulaire d'épaisseur h et de largeur b. Elle est réalisée dans un semi-conducteur de type N où la conduction électrique est assurée par des électrons mobiles dont le nombre par unité de volume est n. On notera e la charge élémentaire. La plaque est parcourue par un courant I, uniformément réparti sur la section de la plaque avec la densité volumique $\vec{j} = j\,\overrightarrow{u_x}\ avec\ j > 0$. Elle est alors placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = b\,\overrightarrow{u_z}$ avec B>0 créé par des sources extérieures. Le champ magnétique crée par le courant dans la plaque est négligeable devant $\vec{B}$.



On suppose qu'en présence du champ magnétique, le vecteur densité de courant est toujours égal à $\vec{j} = j\,\overrightarrow{u_x}$.

1°) Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}$ des électrons dans la plaque en fonction de $\vec{j}$, n et e. Montrer qu'en présence du champ magnétique il apparaît un champ électrique de Hall $\overrightarrow{E_H}$ tel que :

$$\overrightarrow{E_H} = \frac{1}{ne}\,\vec{j} \wedge \vec{B}$$

Exprimer les composantes de $\overrightarrow{E_H}$.

2°) On considère deux points 1 et 1' en vis-à-vis des faces A et A' de la plaque. Calculer la différence de potentiel $U_H = V(1) - V(1')$ appelée tension de Hall. Montrer que U_H peut s'écrire :

$$U_H = \frac{C_H}{h}\,IB$$

Exprimer la constante C_H puis faîtes l'application numérique. Donner la valeur de n la densité particulaire.

Données : Antimoiniure d'Indium, $C_H = 375\ 10^{-6}\ m^3C^{-1}\,; I = 0{,}1A\,; h = 0{,}3mm\,; B = 1T$.

3°) On veut établir la loi d'Ohm locale. Soit $\overrightarrow{E'} = E'\overrightarrow{u_x}$ la partie du champ électrique colinéaire à $\vec{j}$. On pose $\vec{j} = \sigma\overrightarrow{E'}$. Quelle caractéristique du matériau σ représente-t-elle ? Montrer qu'en présence du champ magnétique, on a :

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + C_H\,\vec{j} \wedge \vec{B}\right)$$

4°) Tracer dans un plan xOy de la plaque les vecteurs $\frac{\vec{j}}{\sigma}$, $\vec{E}$ et $C_H\,\vec{j} \wedge \vec{B}$ et les lignes équipotentielles en présence puis absence de champ magnétique.

Rép : 1°) $\overrightarrow{E_H} = -\frac{jB}{ne}\overrightarrow{u_y}$ 2°) $C_H = \frac{1}{ne}$ 3°) $\vec{E} = \overrightarrow{E'} + \overrightarrow{E_H}\ldots$ 4°) …

EM14 – Courant électrique dans un conducteur ohmique

On considère un fil de cuivre d'axe Oz, de longueur L et de section S et parcouru par un courant d'intensité I. On modélise le cuivre par un réseau cristallin constitué d'ions positifs fixes dans lequel des électrons de conduction se déplacent librement. On admet qu'un atome de cuivre libère en moyenne un électron de conduction. On appelle n le nombre d'atomes de cuivre par unité de volume et $\vec{v}$ la vitesse moyenne des électrons. On modélise l'agitation thermique des électrons et les collisions sur les ions du réseau et entre eux par une force de frottement égale à $-\frac{m\vec{v}}{\tau}$. Le champ électrique extérieur appliqué au cuivre est constant et vaut $\vec{E} = E\,\overrightarrow{u_z}$.

Données pour le cuivre :

- conductivité $= \gamma = 5{,}9 \times 10^7\ S.m^{-1}$; masse volumique $= \mu = 8{,}96 \times 10^3\ kg.m^{-3}$; masse molaire $= M = 63{,}5\ g.mol^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$.

Données pour un électron : $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$; $q = -e = -1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

1°) Déterminer en régime permanent la conductivité γ du cuivre en fonction de e, m, n et τ.

2°) Calculer n et la constante de temps τ.

3°) Déterminer la résistance du fil du cuivre en fonction de γ, L et S.

4°) Déterminer la densité volumique de puissance cédée par le champ électrique au métal. Quelle est la puissance cédée par le champ électrique au fil de cuivre ? Comment appelle-t-on cette puissance ?

Rép : 1°) $\gamma = \frac{ne^2\tau}{m}$ 2°) $\tau = 2{,}5\ 10^{-14}\ s$ 3°) $R = \frac{l}{\gamma S}$ 4°) Effet Joule