EM1 – Sources du champ électromagnétique

L'électromagnétisme a été abordé en classe de PCSI dans un domaine restreint (magnétostatique, induction électromagnétique et forces de Laplace) et sans le support des équations locales. Le programme de la classe de PC couvre en revanche tout le spectre des fréquences, des régimes stationnaires jusqu'aux phénomènes de propagation en passant par les régimes quasi-stationnaires et prend appui sur les équations locales (équation de conservation de la charge et équations de Maxwell). Le programme est découpé en parties indépendantes dont l'ordre de présentation relève de la liberté pédagogique du professeur.

De nombreuses approches sont possibles, y compris en fractionnant les parties. Les phénomènes de propagation sont étudiés essentiellement dans le cadre du thème « **Physique des ondes** » du programme : l'articulation entre les parties « **Électromagnétisme** » et « **Physique des ondes** » relève elle aussi de la liberté pédagogique.

Toute étude de distributions de courants superficiels est exclue. La modélisation superficielle d'une distribution de charges est strictement limitée à la modélisation du condensateur plan par deux plans infinis uniformément chargés : on fait remarquer la discontinuité du champ à la traversée d'une nappe de charges superficielles mais les relations de passage ne figurent pas au programme.

S'agissant des potentiels, on se limite à introduire le potentiel scalaire en électrostatique et à faire remarquer que le champ électrique ne dérive pas d'un potentiel scalaire en régime variable.

L'apprentissage de l'électromagnétisme contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en mécanique des fluides. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent.

L'étude de l'électromagnétisme n'est pas centrée sur les calculs de champs : ceux-ci se limitent donc à des calculs motivés par des applications pratiques d'intérêt évident. La recherche des lignes de champ d'un champ donné est traitée exclusivement à l'aide d'outils numériques.

La partie « **Sources du champ électromagnétique** » étudie les sources du champ électromagnétique dans l'approximation des milieux continus. Par ailleurs, il convient de souligner et d'exploiter les analogies formelles avec les autres théories de champs : diffusion de particules, diffusion thermique, gravitation, mécanique des fluides.

5.1. Sources du champ électromagnétique		
5.1.1. Description microscopique et mésoscopique des sources		
Densité volumique de charges. Charge traversant un élément de surface fixe et vecteur densité de courant. Intensité du courant.	Exprimer la densité volumique de charge et le vecteur densité de courant en fonction de la vitesse moyenne des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique. Relier l'intensité du courant et le flux du vecteur densité de courant.	
5.1.2 Conservation de la charge		
Équation locale de conservation de la charge.	Établir l'équation traduisant la conservation de la charge dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Citer et utiliser une généralisation admise en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence, son expression étant fournie. Exploiter le caractère conservatif du vecteur densité de courant en régime stationnaire ; relier cette propriété à la loi des nœuds de l'électrocinétique.	On retrouvera un bilan de charges.
5.1.3 Conduction électrique dans un conducteur ohmique		
Loi d'Ohm locale. Conductivité électrique.	Établir l'expression de la conductivité électrique à l'aide d'un modèle microscopique, l'action de l'agitation thermique et des défauts du réseau étant décrite par une force de frottement fluide linéaire. Discuter de l'influence de la fréquence sur la conductivité électrique. Établir l'expression de la résistance d'une portion de conducteur filiforme.	Le fameux modèle de Drude. Le résultat est valable pour les conducteurs cylindriques à section droite
Effet thermique du courant électrique : loi de Joule locale.	Exprimer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique.	$dP = \vec{j}.\vec{E}\,d\tau$

I - Modélisation d'une distribution de charge électrique

I-1) Charge quantifiée

On distingue donc les sources de champ électrique composées :

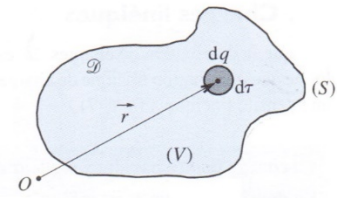
- De particules individuelles, par exemple le proton de charge +e servant de noyau à l'atome d'hydrogène ;
- D'ensembles à très grand nombre de particules, dont il est illusoire de vouloir considérer chacune séparément. Dans ce cas de distributions à très grand nombre de particules, on envisage une modélisation de même nature que celle qui a été adoptée pour décrire les fluides en thermodynamique. On parle alors de distribution continue de charge.

I-2) Distribution volumique

La densité volumique de particules n, exprimée en m^{-3}, est une variable définie en tout point M de la distribution. n(M) dépend des coordonnées de M, comme la température ou la pression dans un fluide, par exemple n(x,y,z) en coordonnées cartésiennes.

On considère un volume élémentaire dτ, dont les dimensions sont à la fois très supérieures à celles des particules et restent petites devant celles de la distribution. Il contient n.dτ particules, qui totalisent une quantité de charge n q dτ, si q est la charge électrique de chacune des particules. On définit alors la densité volumique de charge :

$$\rho = \frac{dq}{d\tau} = nq \ \ en\ Cm^{-3}$$

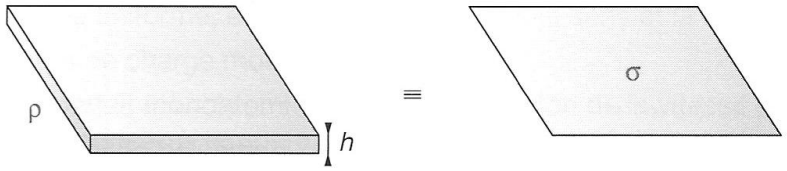


Dans le cas où les particules sont réparties en différentes espèces, électrons, anions, cations par exemple, on distingue la densité volumique n_k de chacune et la charge q_k qui caractérise chaque espèce. La densité volumique s'écrit alors :

$$\rho = \sum_k n_k q_k$$

I-3) Distributions surfacique et linéique

Certaines répartitions de charge prennent la forme de couches minces, dont l'épaisseur h est très inférieure aux autres dimensions du problème (largeur et longueur de la distribution, distance à laquelle on évalue le champ créé). On adopte alors un modèle dit surfacique :



Le paramètre décrivant cette distribution est la densité surfacique de charge σ, définie comme le rapport entre la quantité de charge dq présente sur un élément de surface et l'aire dS de celui-ci :

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

On se place dans le cas où la distribution réelle est une couche mince d'épaisseur h, contenant une densité volumique de porteurs de charge ρ uniforme. On cherche à relier les densités ρ et σ :

$$Soit\ dq = \sigma dS = \rho d\tau = \rho h\, dS$$

Donc : $\sigma = \rho h$ *si* h *est petit*

De même on définit la densité linéique de charges par :

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

où dl est l' élément de longueur qui contient la charge dq.

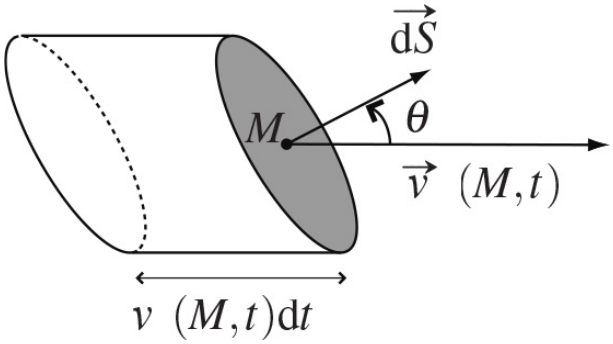
II- Densités de courant électrique

II-1) Intensité et débit

La grandeur quantitative permettant de caractériser un courant électrique est le débit de charge à travers une surface, appelé intensité électrique :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Dans le cas d'un déplacement d'ensemble de particules chargées, de densité volumique n, à la vitesse $\vec{v}$, on exprime le débit de particules à travers une surface dS :



À l'instant t, les particules qui vont traverser S pendant l'intervalle de temps $[t, t+dt]$ sont situées dans le cylindre s'appuyant sur dS, de longueur vdt situé en amont de la surface.

- Leur nombre est donc : $\delta N = nd\tau = n\,vdt\,dScos(\theta)$.
- La charge est donc : $\delta q = q\delta N = nq\,vdt\,dScos(\theta)$.
- Le débit de charges est : $di = \frac{\delta q}{dt} = nqvdScos(\theta)$.

Ce qui se présente comme un produit scalaire entre :

- Le vecteur $\overrightarrow{dS} = dS\vec{n}$ caractérisant la surface en aire direction et sens ;
- Un vecteur décrivant la migration des porteurs de charge :

$\vec{j} = nq\,\vec{v} = \rho\,\vec{v}$, appelé densité volumique de courant.

On obtient ainsi la relation : $di = \vec{j}.\overrightarrow{dS}$

La relation entre densité de courant et intensité du courant à travers une surface S passe par un calcul de flux :

$$i = \iint_S \vec{j}.d\vec{S}$$

qui est une intégrale à deux dimensions.

Dans le cas où les particules qui contribuent au courant électrique sont réparties en différentes espèces, anions et cations dans un électrolyte par exemple, on somme les contributions de chaque espèce. La densité volumique de courant est alors :

$$\vec{j} = \sum_k n_k q_k \overrightarrow{v_k} = \sum_k \rho_k \overrightarrow{v_k}$$

II-2) Expression volumique de la force de Lorentz

Dans une description en termes de densités volumiques de charge et courant, on peut proposer une écriture de la force de Lorentz pour un élément de volume dτ. Distinguons les différentes populations de particules chargées en indiçant par i leur charge q_i, vitesse $\vec{v}_i$ et densité volumique n_i. Pour chaque particule, la force de Lorentz prend l'expression :

$$\vec{F} = q_i\left(\vec{E} + \overrightarrow{v_i} \wedge \vec{B}\right)$$

On en déduit, par sommation sur toutes les particules présentes dans l'élément de volume dτ :

$$d\vec{F} = \sum_i n_i d\tau . q_i\left(\vec{E} + \overrightarrow{v_i} \wedge \vec{B}\right)$$

$$= \sum_i n_i q_i \vec{E} d\tau + \sum_i n_i q_i \left(\overrightarrow{v_i} \wedge \vec{B}\right) d\tau = \left(\rho\vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}\right)\mathrm{d}\tau$$

$$\text{car } \sum_i n_i q_i = \rho \; et \; \sum_i n_i q_i \overrightarrow{v_i} = \vec{j}$$

D'où la densité volumique de force de Lorentz :

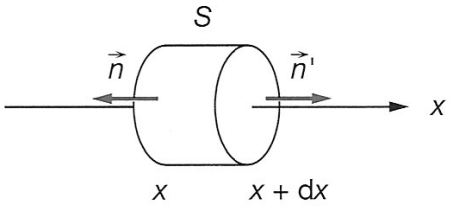
$$\overrightarrow{f_v} = \frac{d\vec{F}}{d\tau} = \rho\vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}$$

III - Bilan de charge électrique

III-1) Variation de charge dans un élément

On se place dans le cas d'un problème unidimensionnel, selon Ox, ce qui signifie que toutes les grandeurs intéressantes sont fonctions du point par la seule variable x et que la conduction a lieu selon cet axe.

De ce fait, la densité volumique de charge s'écrit ρ(x,t), la densité de courant $\vec{j} = j(x,t)\overrightarrow{u_x}$.



On raisonne sur un élément de longueur de conducteur de forme cylindrique, de section S, compris entre les abscisses $x \; et \; x + dx$. Chacune des faces est orientée selon une normale:

- $\overrightarrow{n'} = \overrightarrow{u_x}$ pour l'abscisse x + dx ;
- $\vec{n} = -\overrightarrow{u_x}$ pour l'abscisse x.

La quantité de charge comprise dans cet élément, à l'instant t, est définie à partir de la densité volumique à cet instant :

$$dq(t) = \rho(x,t)S\,dx$$

Sa variation au cours d'une durée élémentaire dt est donc :

$$\delta q(t+dt) - \delta q(t) = \rho(x,t+dt)S\,dx - \rho(x,t)S\,dx$$

$$\Leftrightarrow \delta q(t+dt) - \delta q(t) = \frac{\partial \rho}{\partial t} S\,dxdt$$

$$\Leftrightarrow dq = \frac{\partial \rho}{\partial t} S\,dxdt$$

III-2) Débit de charge entrant

La conduction du courant est à l'origine d'une migration des charges à travers les faces d'abscisses x et x + dx.

Durant dt, la quantité de charge qui entre par la face d'abscisse x est $\delta q = j(x,t)Sdt$, tandis que celle qui sort par la face d'abscisse $x + dx$ est $\delta q' = j(x + dx, t)Sdt$ d'où :

$$\delta q_x - \delta q'_{x+dx} = Sdt\big(j(x,t) - j(x+dx,t)\big) = -\frac{\partial j}{\partial x} S\, dxdt$$

$$\Leftrightarrow dq = -\frac{\partial j}{\partial x} S\, dxdt$$

III-3) Équation de conservation de la charge

D'où l'équation du bilan de charge électrique :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} S\, dxdt = -\frac{\partial j}{\partial x} S\, dxdt$$

qui se simplifie en :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0$$

On parle d'équation locale de conservation de la charge à une dimension, car il s'agit d'une équation valable en tout point et à chaque instant.

III-4) Cas général à trois dimensions

En géométrie quelconque, la densité de courant dépend des trois coordonnées x, y et z, et elle est orientée dans une direction quelconque :

$$\vec{j} = j_x\overrightarrow{u_x} + j_y\overrightarrow{u_y} + j_z\overrightarrow{u_z}$$

Le bilan de charge doit donc prendre en compte le débit à travers les différentes parois d'un élément de volume ; il faut de ce fait faire intervenir d'autres dérivées partielles spatiales. On admet à ce stade, que l'équation locale de conservation s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$$

Ici l'opérateur divergence est pertinent :

$$div\,\vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \quad \text{(en cartésiennes)}$$

Conservation de la charge à trois dimensions.

$$div\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

III-5) Conséquence en régime stationnaire

a) Propriété fondamentale

Dans le cas où les grandeurs intéressantes ne dépendent pas du temps, c'est-à-dire en régime stationnaire, la dérivée partielle temporelle est nulle :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow div\,\vec{j} = 0$$

Or d'après le théorème de Green-Ostrogradsky :

$$\iiint_V div\,\vec{j}\,d\tau = \oiint_S \vec{j}.\overrightarrow{dS} = 0$$

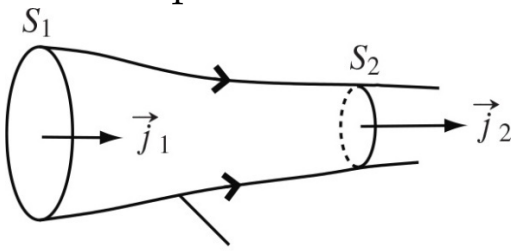
En régime stationnaire, le vecteur densité de courant est à flux conservatif.

b) Tube de courant

On appelle tube de courant l'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé.

Cet ensemble de lignes de courant définissent, à un instant donné, une espèce de canalisation fictive à l'intérieur de laquelle les charges

se déplacent. Comme, par définition, le vecteur $\vec{j}$ est tangent aux parois du tube de courant, les charges évoluent dans le tube de courant sans jamais en sortir par la surface latérale.



tube de courant

Par conséquent :

$$\oiint_S \vec{j}.\overrightarrow{\mathrm{dS}} = 0$$

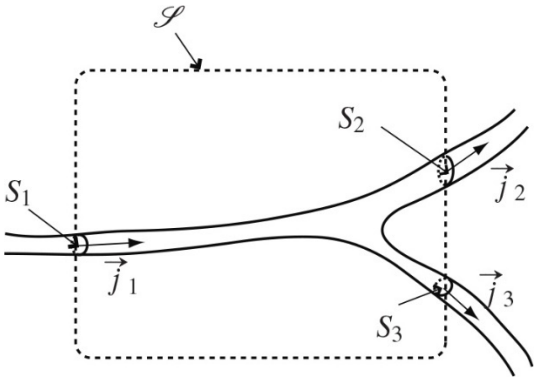
$$\Leftrightarrow \iint_{S_1} \vec{j}.\overrightarrow{\mathrm{dS_1}} + \iint_{S_2} \vec{j}.\overrightarrow{\mathrm{dS_2}} + \underbrace{\iint_{S_{Latérale}} \vec{j}.\overrightarrow{\mathrm{dS_{Lat}}}}_{=0} = 0$$

$$\Leftrightarrow \iint_{S_1} \vec{j}.\overrightarrow{\mathrm{dS_1}} = \iint_{S_2} \vec{j}.\overrightarrow{\mathrm{dS_1}}$$

$$\Leftrightarrow i = cste \text{ à } travers\ les\ sections\ du\ tube$$

L'intensité du courant est la même à travers toute section d'un même tube de courant, on parlera d'intensité du courant dans le tube. En particulier, si ce tube de courant coïncide avec un circuit filiforme, l'intensité du courant dans le fil est la même tout le long du fil, même si sa section varie.

c) Loi des nœuds



On considère un conducteur parcouru par un courant de densité

volumique $\overrightarrow{J_1}$, présentant un nœud, par conséquent :

$$\iint_{S_1} \overrightarrow{J_1}.\overrightarrow{\mathrm{dS_1}} + \iint_{S_2} \overrightarrow{J_2}.\overrightarrow{\mathrm{dS_2}} + \iint_{S_1} \overrightarrow{J_3}.\overrightarrow{\mathrm{dS_3}} = 0$$

En tenant compte du fait que la normale à $\overrightarrow{\mathrm{dS_1}}$ n'est pas dans le même sens que les deux autres on obtient :

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

ce qui est bien la loi des nœuds, vue en première année.

IV - Conducteur ohmique

IV-1) Loi d'Ohm locale

Lorsqu'un champ électrique est appliqué dans un milieu possédant des porteurs de charge mobiles (des particules chargées susceptibles de se déplacer), un courant électrique apparaît. Un tel milieu est qualifié de conducteur. On constate expérimentalement, pour une très grande variété de matériaux, que la densité de courant est proportionnelle au champ appliqué. La valeur de la constante de proportionnalité dépend du milieu considéré et de la température.

Un milieu conducteur de l'électricité vérifie la d'Ohm locale :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

La constante γ est appelée conductivité du milieu, c'est un scalaire s'exprimant en S.m^{-1}.

En guise d'ordre de grandeur, on retiendra la valeur de la conductivité du cuivre : $\gamma = 10^7 S.m^{-1}$

IV-2) Modèle de Drude

On considère individuellement une particule mobile de charge q et masse m, qui se déplace sous l'effet du champ électrique $\vec{E}$ constant :

- Spatialement (champ uniforme) ;
- Temporellement (régime stationnaire).

Si la force électrique était seule en jeu, la vitesse du porteur croîtrait aussi longtemps que le champ serait appliqué, ce qui n'est pas réaliste. On modélise donc l'interaction du porteur de charge avec le milieu par une force de frottement de la forme :

$$\overrightarrow{F_f} = -\lambda\vec{v}$$

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit alors :

$$\frac{m d\vec{v}}{dt} = -\lambda\vec{v} + q\,\vec{E}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\lambda}{m}\vec{v} = \frac{q}{m}\,\vec{E}$$

Une constante de temps $\tau = \frac{m}{\lambda}$ apparaît, qui représente l'ordre de grandeur de la durée nécessaire à l'amortissement du régime transitoire.

$$\Rightarrow \vec{v} = \left(\overrightarrow{v_0} - \frac{q}{\lambda}\vec{E}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{q}{\lambda}\vec{E}$$

En quelques fois la durée τ, la vitesse tend vers la limite :

$$\overrightarrow{v_{lim}} = \frac{q}{\lambda}\vec{E} = \mu\vec{E}$$

Le facteur de proportionnalité μ traduit la mobilité du porteur.

La densité de courant tient compte de l'assemblée des porteurs de charge, elle s'exprime en régime stationnaire par $\vec{j} = nq\vec{v}$ et tend donc vers une valeur proportionnelle au champ électrique :

$$\vec{j} = nq\overrightarrow{v_{lim}} = nq\frac{q}{\lambda}\vec{E} = \frac{nq^2}{\lambda}\vec{E} = \frac{nq^2\tau}{m}\vec{E} \Rightarrow \gamma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

Un milieu conducteur de l'électricité vérifie la d'Ohm locale :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \text{ où } \gamma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

Pour le Cuivre : $\gamma = 6.10^7 Sm^{-1} \Rightarrow \tau = 2.5\ 10^{14} s^{-1}$

Quel que soit le signe de la charge électrique, la conductivité est positive.

IV-3) Loi d'Ohm en régime variable

a) Régime non stationnaire

Si la durée caractéristique de variation du champ électrique $T \gg \tau$, l'électron réagira instantanément aux variations temporelles du champ électrique et le modèle précédent est valable.

La loi d'Ohm locale est valable pour des champs électriques de fréquence : $f \ll \frac{1}{\tau} \Leftrightarrow f < 10^{12} Hz$

b) Ordre de grandeur de v

Prenons l'exemple d'un fil de cuivre, de rayon r = 1 mm, parcouru par un courant d'intensité I = 1 A. Soit :

$$j = \frac{I}{\pi r^2} = 3\ 10^5 Am^{-2}$$

$$\Rightarrow v = \left|\frac{j}{ne}\right| = \frac{3.10^5}{1{,}6.10^{-19} * 8{,}5.10^{28}} = 2.10^{-5} m\ s^{-1}$$

Par conséquent :

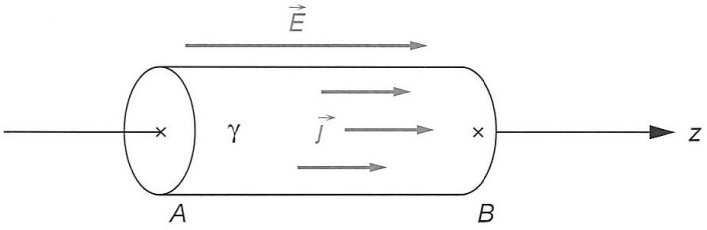
$$\frac{F_m}{F_e} = -\frac{evB}{-eE} = v\frac{B}{E} = \frac{vB}{j}\gamma = 2.10^{-5} * \frac{6.10^7}{3.10^5} B$$

$$\Leftrightarrow \frac{F_m}{F_e} \sim 0{,}004\ B$$

Vu les ordres de grandeur de B proche du tesla, on pourra donc négliger la composante magnétique de la force de Lorentz devant la composante électrique.

IV-4) Résistance d'un conducteur ohmique

On considère une portion de conducteur cylindrique d'axe Oz, de section S et longueur L, baignant dans un champ électrique uniforme et stationnaire $\vec{E} = E\,\overrightarrow{u_z}$. Le matériau conducteur présente une conductivité γ constante.



Le caractère uniforme du champ électrique s'impose à la densité de courant du fait de la loi d'Ohm d'où :

$$\vec{j} = \gamma E\,\overrightarrow{u_z} \Leftrightarrow \frac{I}{S} = \gamma \mathrm{E} \Leftrightarrow I = \gamma \mathrm{E} S$$

Grâce à l'uniformité du champ électrique, on a la relation simple suivante qui lie la différence de potentiel au champ électrique : $U = V(A) - V(B) = E * L$

(On reviendra sur cette formule dans le chapitre suivant)

Par conséquent : $R = \frac{U}{I} = \frac{L}{\gamma S}$

La résistance d'une portion de conducteur filiforme, de longueur L, de section droite S est :

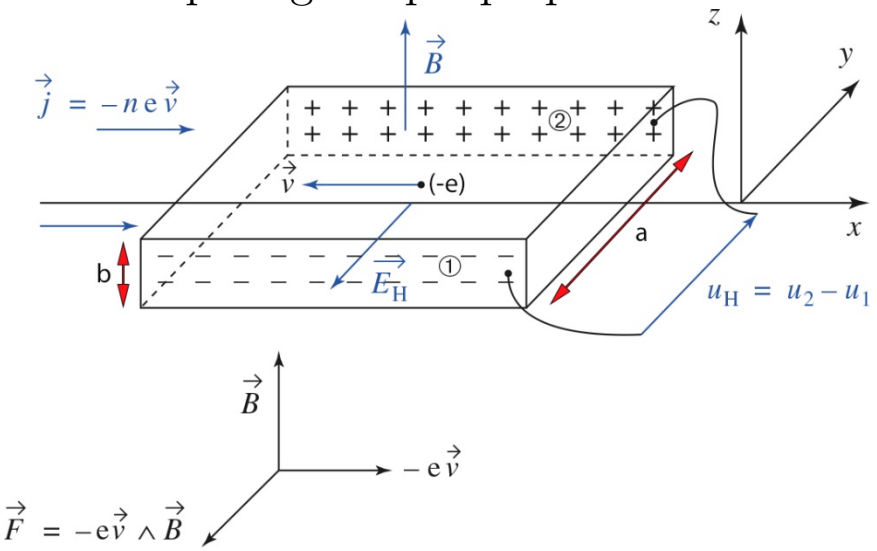
$$\mathrm{R} = \frac{L}{\gamma \mathrm{S}}$$

V – Effet Hall

V-1) Etude du régime transitoire

L'effet Hall a été découvert par Edwin Herbert Hall (1855-1938) en 1879, lors de sa thèse de doctorat.

On étudie ici le modèle classique qui permet d'expliquer cet effet. On considère un ruban conducteur, de section rectangulaire de largeur a et d'épaisseur b (dans la direction perpendiculaire au schéma). Un courant d'intensité I le parcourt et on soumet l'ensemble à un champ magnétique perpendiculaire au ruban.



On suppose que les porteurs de charges sont des électrons : ils sont animés d'un mouvement rectiligne de vitesse $\vec{v}$ dans le sens opposé à I par définition du sens conventionnel du courant.

Quand on applique le champ magnétique, les électrons subissent la force d'origine magnétique qui dévie leur trajectoire. Les électrons ont donc tendance à s'accumuler sur la face 1 de la plaque de métal créant une accumulation de charges négatives de ce côté et une accumulation de charges positives de l'autre. Il y a apparition d'un champ électrique $\overrightarrow{E_H}$ liée à ce déséquilibre.

Les électrons subissent alors l'action conjuguée de deux forces :

- L'une magnétique : $\overrightarrow{F_m} = -e\,\vec{v} \wedge \vec{B}$
- L'autre électrique : $\overrightarrow{F_H} = -e\,\overrightarrow{E_H}$

Tant que le module de F_H est inférieur au module F_m, la force résultante est dans le sens de la force magnétique et les électrons sont toujours déviés dans le même sens que précédemment ce qui va donc augmenter E_H.

Le système va donc tendre vers un régime permanent.

V-2) Régime permanent

Bilan des forces :

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_m} = -e\,\vec{v} \wedge \vec{B} \\ \overrightarrow{F_H} = -e\,\overrightarrow{E_H} \\ \overrightarrow{F_0} = -e\,\overrightarrow{E_0} = -eE_0\overrightarrow{u_x} \\ \overrightarrow{F_v} = -\alpha\vec{v} \end{cases}$$

Lorsque le régime permanent est atteint : $\overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_H} + \overrightarrow{F_0} + \overrightarrow{F_v} = \vec{0}$

Ainsi sur (Oy) on obtient :

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{E_H} = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -vB\,\overrightarrow{u_y}$$

Ce champ de Hall, engendre une tension de Hall telle que :

$$\vec{E}_H = -\overrightarrow{grad}(V_H) \Rightarrow \int_{V_H(0)}^{V_H(a)} dV_H = -\int_0^a \vec{E}_H.\overrightarrow{dl}$$

$$\Rightarrow U_H = V_H(a) - V_H(0) = -\int_0^a -vB.dy$$

$$\Rightarrow U_H = vBa > 0$$

Or : $v = \left|\frac{j}{nq}\right| = \frac{I}{neab} \Rightarrow U_H = \frac{1}{ne} I \frac{B}{b}$

$$\Rightarrow U_H = R_H \frac{IB}{b} \text{ où } R_H = \frac{1}{ne}$$

R_H est appelée constante de Hall du matériau. C'est une grandeur algébrique dépendant du signe des porteurs de charges. Ce modèle rend relativement bien compte de la réalité pour des métaux comme le cuivre ou l'or. Pour le cuivre on a :

$$R_H = +0{,}7.10^{-10} m^3 C^{-1}$$

Par contre, pour d'autres métaux comme le fer ou l'aluminium,

les valeurs expérimentales ne correspondent pas à celles du modèle, y compris au niveau du signe. Pour expliquer ces différences, il faut faire appel à l'effet Hall quantique : Klaus Von Klitzling (Prix Nobel 1985).

V-3) Sonde à effet Hall

On a : $V_H = R_H \frac{IB}{b}$, par conséquent la mesure de cette tension de Hall, permet d'obtenir une valeur expérimentale du champ magnétique.

C'est le principe des sondes à effet Hall que l'on utilise dans les teslamètres. La petite plaquette est fabriquée dans un matériau semi-conducteur. En effet, la densité volumique de porteurs de charges est beaucoup plus faible dans un semi-conducteur que dans un conducteur et la tension de Hall est donc plus grande.

V-4) Interprétation de la force de Laplace

L'effet Hall permet d'expliquer le mécanisme de transfert donnant lieu à la force de Laplace s'exerçant sur un conducteur parcouru par un courant I.

Le champ de Hall agit non seulement sur les porteurs de charges qui sont animés d'un mouvement mais également sur les charges fixes. L'action d'un champ magnétique sur des charges immobiles ne donne pas lieu à une force ; en revanche, un champ électrique induit une force sur toutes les charges qu'elles soient mobiles (électrons) ou non (protons par exemple).

Forces par unité de volume			
Charges	Influence de $\vec{E}$	Influence de $\vec{B}$	Résultante
Mobiles	$-ne(\overrightarrow{E_0} + \overrightarrow{E_H})$	$-ne\vec{v} \wedge \vec{B}$	$-ne\overrightarrow{E_0}$
Fixes	$+ne(\overrightarrow{E_0} + \overrightarrow{E_H})$	$\vec{0}$	$ne(\overrightarrow{E_0} + \overrightarrow{E_H})$

La densité de charges fixes est opposée à la densité de charges mobiles du fait de la neutralité électrique du conducteur. Par conséquent l'élément de volume dτ subit la force volumique :

$$\overrightarrow{dF} = \left[ne\left(\overrightarrow{E_0} + \overrightarrow{E_H}\right) - ne\overrightarrow{E_0}\right]d\tau$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{dF} = ne\overrightarrow{E_H}d\tau = -nd\tau e(\vec{v} \wedge \vec{B})$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{dF} = \vec{j}d\tau \wedge \vec{B}$$

Pour un conducteur filiforme : $\vec{j}d\tau = \text{jS dl u} = I\, d\vec{l}$

La force de Laplace subie par un élément de volume dτ d'un milieu conducteur s'écrit :

$$\overrightarrow{dF} = \vec{j}d\tau \wedge \vec{B}$$

La force de Laplace subie par un élément filiforme de longueur dl d'un conducteur s'écrit :

$$\overrightarrow{dF} = I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$$

VI -Puissance électrique dissipée par effet Joule

VI-1) Puissance cédée à une particule

Le champ électromagnétique créé par une distribution de charges et de courants agit sur une particule en mouvement par la force de Lorentz. La puissance de cette force traduit ainsi un transfert énergétique, du champ vers la particule, sur lequel nous nous pencherons ici.

Pour une particule portant la charge q et animée d'une vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel d'étude, la puissance de la force de Lorentz s'exprime selon :

$$P = \vec{F}.\vec{v} = q\left(\vec{E} + v \wedge \vec{B}\right).\vec{v} = q\vec{E}.\vec{v}$$

La puissance du terme magnétique de la force de Lorentz est nulle.

VI-2) Expression pour un élément de volume

On raisonne ici dans un élément de volume dτ contenant des particules chargées fixes par rapport au référentiel d'étude (quantité de charge $\rho_F d\tau$) et des particules mobiles à la vitesse $\vec{v}$ (quantité de charge $\rho_m d\tau$.

Concernant les charges fixes, leur vitesse est nulle donc la force de Lorentz ne travaille pas : dP = 0, par conséquent :

$$dP = \overrightarrow{f_v} d\tau . \vec{v} = \left(\rho_m \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}\right) d\tau . \vec{v}$$

$$\Leftrightarrow dP = \rho_m d\tau \vec{E} . \vec{v} \; car \; \vec{j} \; colinéaire \; à \; \vec{v}$$

$$Or \; \vec{j} = \rho_m \vec{v} \Rightarrow dP = \vec{j} . \vec{E} \; d\tau$$

La puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charges de $d\tau$ s'écrit :

$$dP = \vec{j} . \vec{E} \; d\tau \; ou \; \frac{dP}{d\tau} = \vec{j} . \vec{E}$$

VI-3) Dissipation par effet Joule

La formule permet de calculer la densité volumique de puissance cédée par le champ aux porteurs de charge :

$$\frac{dP}{d\tau} = \vec{j} . \vec{E} = \frac{j^2}{\gamma} = \frac{I^2}{S^2 \gamma}$$

En intégrant sur le volume considéré (S*L), on obtient l'expression de la puissance transférée aux particules mobiles :

$$P = \frac{I^2}{S^2 \gamma} SL = \frac{I^2}{S\gamma} L \Leftrightarrow P = RI^2 \; où \; R = \frac{L}{S\gamma}$$

La puissance dissipée par effet Joule s'identifie à la puissance cédée par le champ aux porteurs de charge du conducteur.