CN6 – Propagation du paquet d'ondes

Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, simuler la propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu dispersif et visualiser le phénomène d'étalement.

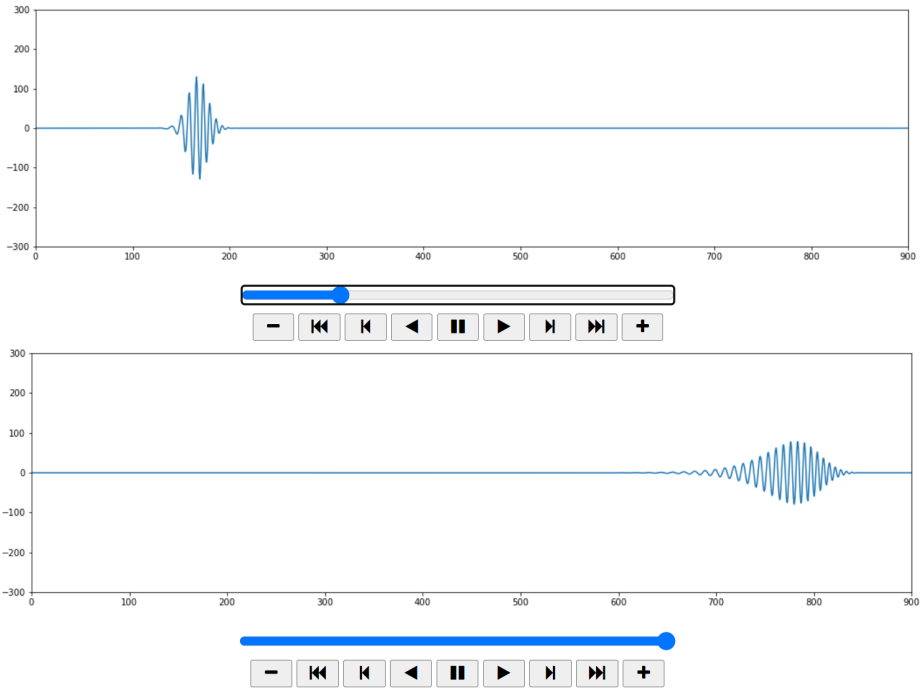
I – Etalement du paquet d'ondes dans un milieu dispersif

Une OPPH ne représente pas un modèle réaliste de propagation d'information. Un signal réaliste destiné à propager une information possède nécessairement une extension temporelle Δt limitée et l'analyse de Fourier montre alors qu'il est constitué de composantes de Fourier occupant une bande spectrale de largeur $\Delta\omega$ avec :

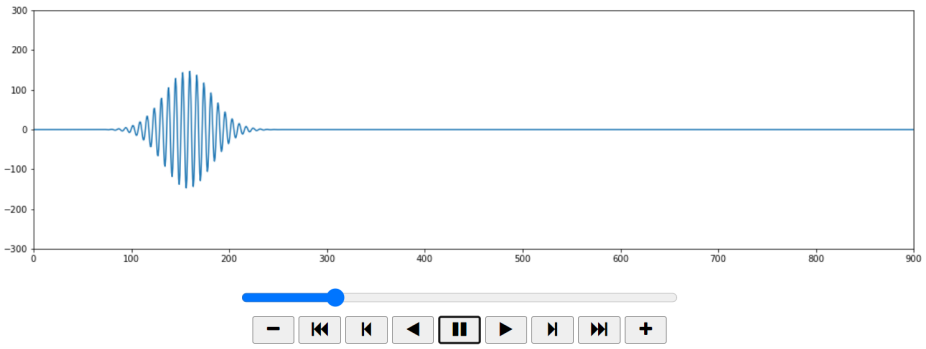
$$\Delta\omega\Delta t \sim 1$$

Un paquet d'ondes est un ensemble d'ondes planes progressives harmoniques se propageant dans la même direction $\vec{u}$ et dont l'extension spectrale $\Delta\omega$ est faible devant la pulsation moyenne ω_0 : $\Delta\omega \ll \omega_0$. À priori, les différentes composantes de Fourier se propagent avec des vitesses différentes si bien que le signal se déforme en se propageant. En revanche dans le cas des milieux non dispersifs et non absorbants pour lesquels $v_\varphi = v_g$ est indépendant de ω, le signal se translate au cours du temps. Dans un milieu faiblement dispersif et non absorbant, l'enveloppe d'un paquet d'ondes se propage sans se déformer à la vitesse de groupe. La déformation se limite au décalage entre l'onde moyenne et l'onde enveloppe, chacune d'elles ne se déformant pas. La simulation qui suit montre ce qui advient au-delà de cette approximation. Dans un milieu non absorbant mais dispersif, l'enveloppe du signal se déforme, ce qui est potentiellement gênant pour le transport de l'information puisque celui-ci est précisément assuré par l'enveloppe de l'onde.

- **Remarque 1** : paquet d'ondes à un instant donné puis à un instant ultérieur ; l'enveloppe s'élargit au cours du temps : on parle d'étalement du paquet d'ondes.



- **Remarque 2** : Conformément à la relation fondamentale de l'analyse de Fourier, un paquet d'ondes plus fin spectralement est aussi plus large temporellement. Ici $\Delta\omega$ est divisé par 3 par rapport à la situation de la figure 1.



II - Le code

```
# CN6  - Propagation du paquet d'ondes

%matplotlib inline
#Obligatoire sous jupyter pour avoir une fenêtre de contrôle de l'animation (notebook possible aussi)
# Appels courants + animations
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import animation,rc

# Discrétisation de la coordonnée spatiale
zmin,zmax,nz = 0,900,1500
Z=np.linspace(zmin,zmax,nz) #Sur Numpy on génère ainsi un tableau d'abscisses

# Discrétisation de la coordonnée temporelle
tmin,tmax,nt = 0,900,400
dt = (tmax-tmin)/nt

# On va calculer l'onde en faisant une somme discrète d'un grand nombre d'OPPH
# On définit ci-dessous les pulsations de chacune de ces OPPH
omega0 = 1 # pulsation centrale
deltaomega = 0.15/3 # largeur spectrale
nomega = 500 # nombre d'OPPH additionnées dans la superposition
omega = np.linspace(omega0-3*deltaomega,omega0+3*deltaomega,num=nomega)

# Spectre du paquet d'ondes
def s(w):
    return np.exp(-(w-omega0)**2/deltaomega**2)
# Relation de dispersion
def k(w):
    wp = 0.5
    return np.sqrt(w**2-wp**2) # c=1

def paquetdondes(z,t):
# En entrée, un tableau numpy contenant les coordonnées z,
# et un scalaire contenant la date t
# Cette fonction renvoie la valeur (complexe) du paquet d'ondes
# à la date t, en tous points, sous forme d'un tableau numpy de longueur len(z)
    h = np.zeros_like(z,dtype=complex) # il faut préciser que l'on veut un tableau de complexes
    for p in range(nomega):
        h=h+s(omega[p])*np.exp(1j*(omega[p]*t-k(omega[p])*z))
    return h
# Création de la figure
fig = plt.figure(figsize=(18,5))
line, = plt.plot([],[])
# Limites du tracé en abscisse et en ordonnée
plt.xlim(zmin,zmax)
plt.ylim(-300,300)
def animate(i):
    t = tmin+i*dt
    y = paquetdondes(Z,t)
    line.set_data(Z,y.real) # partie réelle
    return line,
# Animation
ani = animation.FuncAnimation(fig,animate,frames=nt,blit=True,interval=50,repeat=False)
plt.close()
rc('animation', html='jshtml')
ani
```