

## TH1 - Température de Mariotte

Soit un gaz de Van der Waals d'équation d'état molaire :  $\left(p + \frac{a}{v_m^2}\right)(V_m - b) = RT$

1. Montrer que dans le domaine des pressions pas trop élevées :  $pV_m = RT + p\left(b - \frac{a}{RT}\right)$
2. Pour une température dite de Mariotte  $T_M$  ce gaz se comporte comme un gaz parfait. Définir  $T_M$ .
3. Déduire alors l'allure des isothermes  $t_a = 20^\circ\text{C}$  pour  $H_2$  et  $N_2$  d'après les valeurs des tables :  $T_M(H_2) = 112\text{K}$  et  $T_M(N_2) = 400\text{K}$ . Comparer avec les résultats expérimentaux usuels en coordonnées Amagat.

## TH2 – Effusion d'un gaz

On considère deux compartiments de volume  $V_1$  et  $V_2$ , l'ensemble est maintenu à la température  $T$ . Entre les deux compartiments, un petit trou de section  $s$  a été pratiqué. Initialement on a  $N_a$  particules d'un gaz parfait dans  $V_1$ . On note  $N_1$  et  $N_2$  les nombres de particules dans les volumes  $V_1$  et  $V_2$  et on adopte le modèle suivant : les particules ont toutes le même module de vitesse  $v$  et leur vitesse est suivant l'une des directions  $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z, -\vec{u}_x, -\vec{u}_y, -\vec{u}_z$ .

1. Quel est le nombre  $dN_{1 \rightarrow 2}$  passant de  $V_1$  à  $V_2$  entre  $t$  et  $t + dt$  ?
2. En déduire les équations différentielles vérifiées par  $N_1$  et  $N_2$  en fonction de  $N_1, N_2, s, v$  et  $V = V_1 = V_2$ .
3. Établir les expressions de  $N_1$  et de  $N_2$  en fonction du temps.
4. Définir un temps caractéristique  $\tau$ .
5. Comment varie-t-il en fonction de la masse du gaz si on admet que  $v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$  ?
6. Quelle peut être l'application pratique de ce phénomène d'effusion gazeuse ?

## TH3 - Equilibre d'un piston

Un cylindre vertical fermé aux deux bouts est séparé en deux compartiments égaux par un piston homogène, se déplaçant sans frottement. La masse du piston par unité de surface est  $\sigma = 1360 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$ . Les deux compartiments contiennent un gaz parfait à la température  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ . La pression qui règne dans le compartiment supérieur est égale à  $P_H = 0,133 \text{ bar}$ . L'intensité de la pesanteur est  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

1. En écrivant que le piston est à l'équilibre, déterminer la pression, en bars, du gaz dans le compartiment du bas.
2. On porte les deux compartiments à  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ . De combien se déplace le piston ?

## TH4 - Ballon

Un ballon de volume constant, contenant de l'hélium, est lancé à la vitesse  $v$ . Déterminer la valeur de  $v$  pour que la température du gaz augmente de 1 degré lorsque la vitesse du ballon s'annule. (On supposera que l'énergie cinétique totale des molécules se conserve).

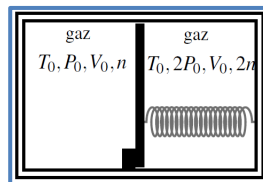
## TH5 - Le modèle du gaz parfait pour le gonflage d'une roue

Une Chambre à air de volume supposé constant  $V_c = 6 \text{ dm}^3$  contient initialement de l'air à  $p_0 = 1 \text{ bar}$ . On veut porter sa pression à  $p_1 = 5 \text{ bar}$  à l'aide d'une pompe à main, opération se déroulant à température constante de l'atmosphère ( $t_0 = 17^\circ\text{C}$ ). La pompe est constituée d'un cylindre de volume  $V_0 = 125 \text{ cm}^3$  dans lequel peut coulisser un piston. L'air est prélevé dans l'atmosphère à  $p_0$ , et refoulé dans la chambre à air à travers une valve qui permet de vider la totalité du cylindre. On donne la masse volumique de l'air  $\rho_0$  dans les conditions ( $t_0 = 17^\circ\text{C}$  et  $p_0 = 1 \text{ bar}$ ) :  $\rho_0 = 1,3 \text{ g} \cdot \text{dm}^{-3}$ .

1. Calculer le nombre de coups de pompe nécessaires pour gonfler la roue jusqu'à  $p_1$ .
2. Quelle est la pression dans la roue après  $k$  coups de pompe.
3. Quelle est la masse d'air contenue dans la roue à l'état final en fonction de  $\rho_0, V_c, p_0, p_1$  ?

## TH6 – Recherche d'un état final

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison étanche de surface  $S$ , mobile, diathermane et reliée à un ressort de constante de raideur  $k$ . Les deux compartiments contiennent chacun un gaz parfait. Dans l'état initial, le gaz du compartiment 1 est dans l'état  $(T_0, P_0, V_0, n)$ , le gaz du compartiment 2 dans l'état  $(T_0, 2P_0, V_0, 2n)$ , une cale bloque la cloison mobile et le ressort est au repos. On enlève la cale et on laisse le système atteindre un état d'équilibre.



1. Décrire l'évolution du système.
2. Écrire cinq relations faisant intervenir certaines des six variables d'état :  $V_1, V_2$  (volumes finaux des deux compartiments),  $P_1, P_2$  (pressions finales dans les deux compartiments),  $T_1, T_2$  (températures finales dans les deux compartiments).

## TH7 – Gaz de Van der Waals

Un gaz de Van der Waals possède une énergie interne :  $U = n C_{vm} T - \frac{n^2 a}{v} + U_0$ . On fait subir à ce gaz une détente de Joule-Gay Lussac qui le fait passer de  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 293\text{K}$  et  $V_1$  à  $V_2 = 2V_1 = 2L$ .

1. Appliquer le premier principe au système {Parois + Gaz}. En déduire que la détente est isoénergétique
2. Calculer la variation de température correspondante pour une mole sachant que  $C_{vm} = \frac{5}{2}R$  et que  $a = 0,13 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{m}^{-3}$ .

### TH8 - Evolution monobare brutale d'un gaz parfait

Une mole d'un gaz parfait de capacité thermique à volume constant  $C_{vm} = \frac{5}{2}R$  est contenue dans un cylindre vertical calorifugé comportant un piston mobile calorifugé de section  $S = 0,01m^2$  en contact avec une atmosphère extérieure à pression constante  $p_0 = 1bar$ . Initialement, le gaz est en équilibre et sa température vaut  $T_0 = 300K$  ;  $g = 9,81 m \cdot s^{-2}$ .

- On pose sur le piston une masse  $M = 102 kg$  et on laisse le système évoluer. Déterminer sa pression  $p_1$  et sa température  $T_1$  lorsqu'on atteint un nouvel état d'équilibre (1).
- L'état d'équilibre (1) étant atteint, on supprime la masse M et on laisse le système évoluer. Déterminer sa pression  $p_2$  et sa température  $T_2$  lorsqu'on atteint un nouvel état d'équilibre (2). Commenter.

### TH9 - Détente de Joule-Thomson d'un gaz réel

Un gaz a pour équation d'état  $p(V - nb) = nRT$  ( $b$  : covolume du gaz) et ce gaz suit la première loi de Joule.

- Déterminer la relation qui lie les capacités thermiques molaires à pression constante  $C_{pm}$ , et à volume constant  $C_{vm}$  à  $R$ . (Attention ce n'est pas un gaz parfait)
- Nous supposons dorénavant que le rapport  $\gamma$  entre les capacités thermiques molaires à pression constante et à volume constant est indépendant de la température  $T$ . Une mole de ce gaz subit une détente de Joule-Thomson de telle façon que  $\Delta H = 0$ , qui fait passer sa pression de  $p_1$  à  $p_2$ . Calculer la variation  $\Delta T$  correspondante.
- Calculer  $\Delta T$  pour  $p_1 = 1,0 \cdot 10^6 Pa$ ,  $p_2 = 10^5 Pa$ . Données :  $\gamma = 1,4$ ,  $b = 38 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot mol^{-1}$ .

### TH10 - Oscillations d'un piston dans un cylindre

Un piston de masse  $M_0$  peut coulisser sans frottement dans un cylindre de section  $S$  placé dans l'air à la pression  $P_0$ . Les parois du récipient et le piston sont athermanes. Le cylindre contient de l'air assimilable à un gaz parfait, à la température  $T_0$  ; à l'équilibre, le piston se trouve à une distance  $h$  du fond du récipient.

- Calculer à l'équilibre la pression  $p_1$  de l'air à l'intérieur du réservoir.
- On pose sur le piston une masse  $m < M_0$ .

Comment peut-on caractériser la transformation du gaz à l'intérieur du cylindre ? En déduire une loi  $P(x)$  donnant la pression du gaz en fonction de  $p_1$ ,  $h$ ,  $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$  et  $x$ , déplacement du piston par rapport à sa position initiale.

En étudiant le système {piston+masse  $m$ }, donner la loi d'évolution de  $x$  en fonction du temps. Caractériser le mouvement.

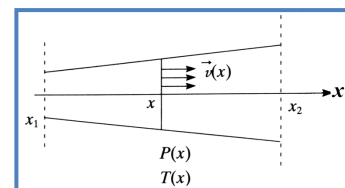
- Faire les A.N sachant que :  $h = 1m$ ,  $S = 0,1 m^2$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $P_0 = 1bar$ ,  $M_0 = 100kg$ ,  $m = 10 kg$ ,  $g = 10 m \cdot s^{-2}$ .

### TH11 - Etude d'une tuyère

On étudie l'écoulement d'un gaz dans une tuyère horizontale isolée thermiquement du milieu extérieur. En régime permanent, dans une section droite de la tuyère les vitesses d'écoulement sont égales et normales à la section. La pression et la température y sont uniformes et indépendantes du temps.

À l'entrée de la tuyère  $x = x_1$ ,  $p_1 = 3 bar$ ,  $T_1 = 300K$

À la sortie de la tuyère  $x = x_2$ ,  $p_2 = 1bar$ ,  $T_2 = 250K$ .



- Montrer que lorsqu'une mole de gaz passe de l'entrée à la sortie de la tuyère, on peut pour toute abscisse  $x$ , écrire  $H_m(x) + \frac{1}{2} M v^2(x) = cste$ .  $H_m(x)$  est l'enthalpie molaire du gaz à l'abscisse  $x$  et  $M$  est la masse molaire du gaz.
- Si on suppose  $v(x_1)$  négligeable, calculer  $v(x_2)$ .

Données :  $M = 32g \cdot mol^{-1}$  ;  $\gamma = 1,4$ . On supposera le gaz parfait.

- Le gaz sortant de la tuyère est utilisé pour actionner une turbine. A l'entrée de la turbine il a une pression  $p_2$ , une température  $T_2$  et une vitesse  $v_2$ . À la sortie, la pression et la température sont inchangées et la vitesse est nulle. Calculer le travail récupéré par la turbine par passage d'une mole de gaz.

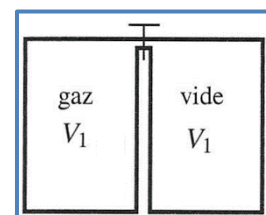
### TH12 - Détente de Joule/Gay-Lussac

On s'intéresse à  $n$  moles d'un gaz subissant une détente dans le vide. A l'instant initial le gaz occupe le volume  $V_1$  et est en équilibre interne à la température  $T_0$ . A l'instant final le gaz occupe un volume  $V_2 = 2V_1$  et possède une température  $T_f$ .

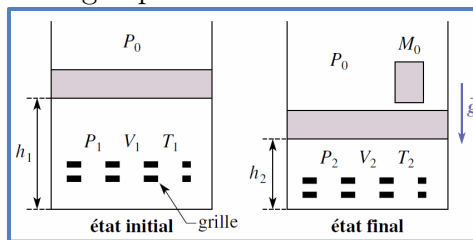
- On étudie le système {gaz+parois}. Montrer que la transformation du gaz se fait à énergie interne constante.
- On considère un GPM ; quelle est la variation de température  $T_f - T_0$  qui accompagne l'évolution ?
- On considère que l'argon est un gaz suivant l'équation de Van der Waals. L'énergie interne de ce gaz s'écrit :

$U = n C_{vm} T - \frac{n^2 a}{V} + U_0$  où  $U_0$  est une constante. Montrer que la mesure de  $T_f - T_0$  permet de déterminer  $a$ . Calculer  $a$  pour  $T_f - T_0 = -5,4K$ .

On précisera l'unité de  $a$ . La capacité thermique  $C_{vm}$  a la même valeur que celle du GPM associé.



## TH13 - Compression adiabatique d'un gaz parfait



De l'air, à la température  $T_1$ , est contenu dans un cylindre, aux parois athermanes (adiabatiques), fermé par un piston également athermane, de section  $S$  et de masse  $M$ . L'ensemble est placé dans l'air à la pression  $P_0$ . À l'équilibre, le piston se trouve à la distance  $h_1$  du fond du récipient.

On pose sur le piston une masse  $M_0$ . Le piston descend brutalement, oscille, et du fait de phénomènes dissipatifs internes au gaz finit par s'immobiliser à une distance  $h_2$  du fond du récipient. On peut accentuer ses phénomènes dissipatifs en mettant dans le cylindre des grilles qui provoquent des turbulences de l'air à leur voisinage, ce qui a pour effet d'accentuer encore la viscosité de l'air. Bien que l'air soit supposé visqueux, nous l'assimilerons néanmoins à un gaz parfait.

- Calculer le travail  $W$  échangé entre l'air contenu dans le récipient et le milieu extérieur, ainsi que l'état final  $(P_2, T_2, h_2)$  de l'air enfermé dans le cylindre. Calculer les valeurs numériques de  $W, T_2$  et  $h_2$ .

D.N:  $p_0 = 1 \text{ bar}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, S = 0,1 \text{ m}^2, M = 100 \text{ kg}, h_1 = 1 \text{ m}, T_0 = 300 \text{ K}, \gamma = 1,4$ .

- En repartant de l'état initial, on pose successivement sur le piston des masses  $m$  très petites. La masse totale des surcharges vaut  $M_0$ .
  - Quel est le but de rajouter des masses  $m$  très petites du point de vue de la transformation.
  - Calculer les nouvelles valeurs  $W', h'_2, T'_0, p_2$ . Faire l'A.N et comparer les résultats à ceux de la question 1.

## TH14 – Contact entre deux solides

Soit deux quantités de masse  $m$  d'un même solide de chaleur massique  $c$  supposée constante. A l'état initial, l'une des masses est à la température  $T_1$  et l'autre à la température  $T_2 < T_1$ . Ces deux masses sont mises en contact, l'ensemble étant supposé thermiquement isolé.

- Montrer que l'ensemble atteint une température finale d'équilibre et la calculer.
- Calculer la variation d'entropie du système ; commenter son signe.
- On suppose que  $T_1$  et  $T_2$  sont très proches l'une de l'autre, soit  $T_2 = T_1(1 + \varepsilon)$  ; exprimer  $\Delta S_{\text{système}}$  en fonction de  $m, c$  et  $\varepsilon$ . Commenter le résultat obtenu.

## TH15 - Entropie produite dans une résistante chauffante (résistor)

Un courant électrique de  $I = 5,00 \text{ A}$  circule dans une résistance chauffante, de résistance  $R = 44,0 \Omega$  pendant  $\tau = 1,00 \text{ h}$ . La puissance dissipée par effet Joule augmente la température du résistor de la valeur initiale  $T_i = 293 \text{ K}$  à  $T_f = 313 \text{ K}$ . La chaleur fournie permet de chauffer une chambre à la température de  $T_{th} = 293 \text{ K}$ .

Sachant que la capacité thermique du résistor est de  $5,00 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$ , Calculer pour la résistante chauffante :

- L'entropie échangée.
- La variation d'entropie du système.
- L'entropie créée.

## TH16 - Transformation polytropicque

Soit une quantité de matière constituée de  $n$  moles d'un gaz supposé parfait et de rapport  $\gamma$ . Ce gaz subit une évolution, dite polytropicque, que nous pouvons caractériser de la manière suivante : à partir d'un état initial  $(P_0, V_0, T_0)$ , le gaz évolue réversiblement vers un état final d'équilibre  $(P_1, V_1, T_1)$  de telle sorte que tout le long de la transformation la quantité  $PV^k = cte$ ,  $k$  est un coefficient réel, positif ou nul.

- Montrer que la différentielle de la fonction entropie  $dS$  peut se mettre sous la forme  $dS = \frac{ncdT}{T}$ . Exprimer  $C$  en fonction de  $R, \gamma$  et  $k$ . Calculer alors la variation d'entropie du gaz en fonction de  $n, R, k, \gamma, T_0$  et  $T_1$ .
- Calculer directement le travail reçu par le gaz au cours de la transformation et retrouver l'expression de  $C$  précédente.
- Dans chacun des cas suivants, indiquer quelle est l'évolution particulière observée et évaluer  $C$ .
  - $k = 0$
  - $k = \gamma$
  - $k = 1$
  - $k \rightarrow +\infty$
- Donner l'allure en diagramme  $(P, V)$  de chacune des transformations précédentes à partir du même point représentatif de l'état initial.

## TH17 - Mélange a énergie interne constante

Un cylindre, thermodynamiquement isolé, de volume total  $2V_0 = 20 \text{ L}$ , est séparé en deux compartiments par une paroi escamotable. A l'état initial, chaque compartiment à un volume  $V_0 = 10 \text{ L}$  et la température commune est de  $300 \text{ K} = T_0$ .

L'un des compartiments contient de l'hélium sous une pression  $P_1 = 10 \text{ atm}$ , l'autre contient de l'argon sous une pression de  $P_2 = 30 \text{ atm}$ , les deux gaz étant assimilables à des gaz parfaits, de même  $C_{vm}$  et  $C_{pm}$ .

On supprime la paroi : les deux gaz se mélangent. Lorsque la température et la pression sont uniformes, déterminer :

- Les paramètres de l'état final càd  $T_f, P_f$ , et les pressions partielles  $p'_1, p'_2$ .
- La variation d'entropie du système global entre état initial et final.

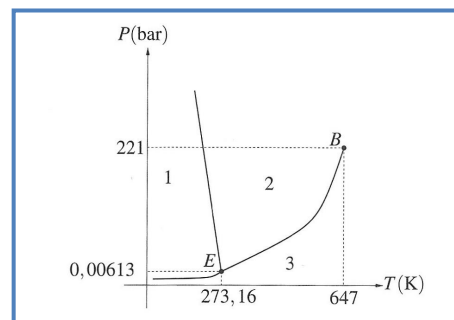
## TH18 - Le paradoxe de Gibbs

- Considérons deux gaz parfaits diatomiques différents par la nature des molécules qui les constituent. Une mole de chacun de ces gaz est contenue dans un réservoir de volume  $V$  à la température  $T$ . Les deux gaz sont séparés par une paroi amovible à l'ensemble est isolé du milieu extérieur. On retire la paroi et on atteint l'établissement d'un nouvel équilibre.
  - Rappeler l'expression de l'entropie d'un gaz parfait sous la forme :  $dS = nR \left( \alpha \frac{dT}{T} + \beta \frac{dV}{V} \right)$  où l'on précisera les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $\gamma$
  - Calculer la variation d'entropie du système. Commenter le résultat obtenu.
- On suppose que les deux gaz sont maintenant identiques et on s'intéresse à l'évolution précédente.
  - Montrer alors, en utilisant un raisonnement statistique, que la variation d'entropie correspondante est nulle.
  - Qu'obtient-on en appliquant la relation trouvée au (1). Expliquer pourquoi le résultat n'est pas utilisable dans le cas d'un seul gaz.

## TH19 - Étude de quelques transformations d'un corps

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'eau dont le diagramme des phases est donné par :

- Reproduire ce diagramme et le compléter en donnant les domaines d'existence des différentes phases et en définissant les points caractéristiques.
- Définir la pression de vapeur saturante et préciser de quel(s) paramètre(s) elle dépend.
- Comment appelle-t-on le passage de la vapeur au liquide ?
- Représenter le diagramme donnant la pression en fonction du volume pour la transformation correspondante. On définira les domaines et on tracera les courbes de rosée et d'ébullition.



- Soit une enceinte cylindrique diathermane de volume initial  $V$ , ce volume pouvant être modifié en déplaçant sans frottement un piston. L'ensemble est maintenu sous la pression atmosphérique à la température  $T = 373$  K. A cette température la pression de vapeur saturante vaut 1,0 bar. La vapeur d'eau sèche et saturante sera considérée comme un gaz parfait. On néglige le volume occupé par la phase liquide devant le volume occupé par la vapeur, ainsi le volume de la phase gazeuse est égal au volume total de l'enceinte. Le cylindre étant initialement vide, on introduit, piston bloqué, une masse  $m$  d'eau. Déterminer la masse maximale  $m_{max}$  d'eau qu'on peut introduire pour que l'eau soit entièrement sous forme vapeur. On donnera sa valeur en fonction de  $R, T, V, P_s$  la pression de vapeur saturante et  $M_{eau}$  la masse molaire de l'eau.
- On considère que la masse d'eau introduite est inférieure à  $m_{max}$ . Dans quel état se trouve l'eau ?
- Pour obtenir l'équilibre entre les phases liquide et vapeur de l'eau, faut-il augmenter ou diminuer le volume ? Déterminer le volume limite  $V_{lim}$ , à partir duquel on a cet équilibre.
- La masse  $m$  d'eau introduite est telle qu'on a l'équilibre entre les phases liquide et vapeur. Déterminer la fraction massique d'eau sous forme vapeur.

## TH20 - Étude de l'air humide

L'air humide est un mélange d'air sec et de vapeur d'eau, les caractéristiques de l'air humide étant liées aux proportions de chacun des constituants. Dans ce problème, on étudie l'air humide sous la pression atmosphérique  $P = 1,013 \cdot 10^5$  Pa en supposant que l'air sec et la vapeur d'eau se comportent comme des gaz parfaits. On donne la masse molaire de l'air sec  $M_a = 29$  g · mol<sup>-1</sup>, celle de l'eau  $M_v = 18$  g · mol<sup>-1</sup>, la capacité thermique massique de l'air sec  $c_{pa} = 1006$  J · K<sup>-1</sup> · kg<sup>-1</sup>, celle de l'eau sous forme de gaz  $c_{pv} = 1923$  J · K<sup>-1</sup> · kg<sup>-1</sup>, la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau  $l = 2500$  kJ · kg<sup>-1</sup> et les pressions de vapeur saturante de l'eau en fonction de la température :

$\theta$ (°C)	0,0	5,0	10	15	20	25	30	40	45
$P_{vs}$ (Pa)	610	880	1227	1706	2337	3173	4247	7477	9715

On définit la pression partielle  $P_a$  de l'air sec dans un volume  $V$  d'air humide à la température  $T$  comme la pression de l'air sec dans le même volume et à la même température. On fait de même pour la pression partielle de la vapeur d'eau  $P_v$ . Compte tenu de l'hypothèse que les deux sont assimilés à des gaz parfaits, la pression  $P$  de l'air humide vérifie  $P = P_a + P_v$ .

- Soit  $m_a$  la masse d'air sec contenue dans le volume  $V$  d'air humide à la température  $T$ . Montrer qu'on peut écrire  $P_a V = m_a R_a T$  où  $R_a$  est une constante à exprimer en fonction de  $R$  et  $M_a$ . Donner sa valeur numérique.
- Montrer qu'il en est de même pour la vapeur d'eau.
- On définit l'humidité spécifique  $\omega$  de l'air humide à la température  $T$  comme le rapport de la masse de vapeur d'eau contenue dans le volume  $V$  d'air humide à la masse d'air sec contenue dans ce même volume. Établir qu'elle s'exprime sous la forme  $\omega = A \frac{P_v}{P - P_v}$  en donnant l'expression et la valeur numérique de la constante  $A$ .
- La sensation de se trouver dans un air sec ou humide est liée au degré hygrométrique ou humidité relative  $\varepsilon = \frac{P_v}{P_{vs}}$ . Calculer les masses  $m_a$  d'air sec et  $m_v$ , de vapeur d'eau d'un mètre cube d'air humide à 15°C et de degré hygrométrique 0,85.
- Un air humide tel que  $\varepsilon = 1$  ne peut plus accepter d'eau sous forme vapeur. L'eau supplémentaire se présente alors sous forme de gouttelettes d'eau suffisamment fines pour rester en suspension formant ainsi un brouillard. Tracer précisément la courbe représentative de l'air humide saturé dans le diagramme de Carrier donnant  $\omega$  en fonction la température  $\theta$ . Indiquer, en la justifiant, la zone de brouillard sur ce diagramme.
- La température de rosée est la température de l'air humide saturé en humidité. On peut la mesurer par un hygromètre à condensation : on place dans l'air humide une petite surface dont on fait varier la température jusqu'à l'apparition sur celle-ci de condensat (rosée ou buée), la température de la surface est alors celle du point de rosée. Calculer le degré hygrométrique d'un air humide à une température de 30°C dont la température de rosée est égale à 10°C.

## TH21 - Le cycle de Lenoir

Un des premiers moteurs deux temps à combustion interne fonctionne de la manière suivante :

- L'air et le carburant sont admis dans le cylindre; à la fin de la phase d'admission, l'air se trouve dans l'état  $A(p_1, V_1, T_1)$ .
- La combustion du carburant (phase d'explosion) provoque une augmentation brutale de la pression à volume constant et fournit un transfert thermique  $Q_1$  ; à la fin de la phase, les gaz résiduels sont dans l'état  $B(p_2, V_1, T_2)$ .
- Ils se détendent ensuite de manière adiabatique jusqu'à l'état  $C(p_1, V_2, T_3)$ , les paramètres étant en permanence connus (état d'équilibre thermodynamique interne).
- Enfin, les gaz s'échappent du cylindre à la pression constante  $p_1$  et un nouveau cycle recommence.

En négligeant la quantité de matière de carburant liquide, on assimilera l'air et les gaz brûlés à un gaz parfait dont le coefficient  $\gamma$  (rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant) vaut  $\gamma = 1,4$ .

1. Représenter, dans le diagramme de Clapeyron, le cycle de transformations ABCA des gaz (air ou gaz brûlés) dans le cylindre.
2. Calculer le travail  $W$  échangé par une mole de gaz au cours d'un cycle en fonction de  $R$  (constante des gaz parfaits),  $\gamma$  et des températures  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .
3. On définit le rendement d'un moteur par :  $r = -\frac{W_{cycle}}{Q_{>0}}$  où  $Q_{>0}$  représente les transferts thermiques positifs. Calculer le rendement  $r$  de ce moteur, d'abord en fonction de  $\gamma$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ , puis en fonction de  $a = \frac{V_2}{V_1}$  et  $\gamma$ .
4. Calculer  $r$  pour  $a = 4$ .

## TH22 - Cycle diesel

Une mole de gaz parfait subit les transformations réversibles suivantes :

- état (1) → état (2) : Compression adiabatique
- état (2) → état (3) : Dilatation à pression constante
- état (3) → état (4) : Détente adiabatique
- état (4) → état (1) : Refroidissement à volume constant.

Chaque état est défini par la pression  $P_i$ , la température  $T_i$  et le volume  $V_i$  ( $i$  variant de 1 à 4).

On appelle  $\gamma$  le rapport des chaleurs molaires  $\frac{c_{pm}}{c_{vm}}$ .

On définit  $a = \frac{V_1}{V_2}$  &  $b = \frac{V_1}{V_3}$ .

1. Représenter sommairement le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
2. Donner les expressions de la pression, du volume et de la température pour les états (2), (3) et (4), en fonction de  $P_1, V_1, T_1, a$  et  $b$ .
3. Calculer les travaux et chaleurs échangés pour toutes les transformations subies. Préciser notamment le sens des échanges.
4. Proposer une expression pour le rendements d'un moteur fonctionnant suivant ce cycle, en fonction des travaux et chaleurs échangés. Donner l'expression du rendement  $\eta$  en fonction de  $\gamma$ ,  $a$  et  $b$ . Données numériques :  $\gamma = 1,4, a = 9, b = 3$ .

## TH23 - Le cycle d'Ericsson

De l'air supposé parfait parcourt, dans le sens 1-2-3-4, un cycle d'Ericsson constitué de

- 1 → 2 : une transformation isotherme ( $p_2 > p_1$ )
- 2 → 3 : une détente isobare
- 3 → 4 : une transformation isotherme ( $T_3 > T_1$ )
- 4 → 1 : une compression isobare

Ce cycle fut appliqué par Ericsson à des moteurs à air destinés à la propulsion navale.

1. Exprimer le travail ainsi que le transfert thermique reçus par le fluide au cours des quatre étapes du cycle, en fonction de  $T_1, T_3, p_1$  &  $p_2$ .
2. Exprimer le rendement du cycle en fonction de  $\gamma, \frac{T_3}{T_1} = a$  &  $\frac{p_2}{p_1} = b$ .

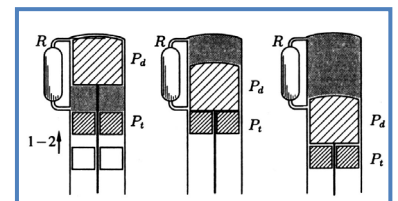
## TH24 - Le moteur de Stirling

Ce moteur, inventé par l'ingénieur (et pasteur) R. Stirling en 1816, a fonctionné pour la première fois en 1818. La caractéristique principale de ce moteur est que, contrairement aux autres, il forme un système fermé : comme dans un réfrigérateur, le fluide, de l'air par exemple, est contenu dans une enceinte fermée et chauffée par une source thermique extérieure. La combustion est donc externe, ce qui autorise tous les types de combustibles, notamment les déchets forestiers, animaux et industriels. On comprend, dès lors, l'engouement actuel pour ce moteur écologique qui fait l'objet de recherches actives depuis une quinzaine d'années.

On peut schématiser le fonctionnement du moteur de Stirling en considérant une enceinte close comportant deux pistons : un piston de déplacement  $P_d$  et un piston de travail  $P_t$ .

Le cycle comporte deux isothermes ( $T_2 < T_1$ ) et deux isochores ( $V_A < V_B$ ) ; il est décrit en quatre étapes :

- a) Le fluide occupant un volume  $V_B$  est comprimé de façon isotherme par  $P_t$  jusqu'au volume  $V_A$  : il reçoit du travail et fournit de la chaleur au milieu extérieur.
- b) Le piston  $P_d$  descend alors et impose au fluide de traverser une zone de récupération de chaleur  $R$  (échangeur thermique). Le fluide est ainsi chauffé à volume constant  $V_A$ .
- c) Les deux pistons descendent ensemble, ce qui permet au fluide de se détendre de façon isotherme, en fournissant du travail et en recevant de la chaleur.
- d) Enfin  $P_d$  remonte seul, obligeant ainsi le fluide à traverser une nouvelle fois  $R$  mais de haut en bas et en cédant de la chaleur. Ce dernier se refroidit alors à volume constant.
  1. Représentez dans un diagramme de Clapeyron le cycle subi par le fluide.
  2. Calculer les échanges thermiques lors des quatre étapes.
  3. Expliquer pourquoi les échanges thermiques qui ont lieu dans le régénérateur ne sont pas à prendre à compte dans le calcul du rendement. En déduire le rendement d'un tel moteur en fonction du rapport  $\frac{T_2}{T_1}$ . Conclure.



## TH25 - Le moteur diesel suralimenté turbocompressé (tdi)

En 1892, l'ingénieur allemand Rudolf Diesel dépose un brevet pour le principe d'un moteur à combustion interne par introduction progressive de fuel dans de l'air porté, par une forte compression, à une température supérieure au point d'inflammabilité du combustible. Aucun dispositif d'allumage n'est alors nécessaire et il est possible d'atteindre des taux de compression beaucoup plus importants, ce qui permet d'améliorer considérablement les rendements moteurs.

La suralimentation consiste à introduire dans les chambres de combustion une plus grande quantité d'air en réalisant une aspiration doublée d'une compression. Lorsque cette compression initiale est réalisée grâce à un dispositif utilisant la force motrice des gaz d'échappement, on parle de moteur diesel suralimenté, turbocompressé.

Dans ce problème, on considère un moteur diesel utilisant pour carburant un fuel de pouvoir calorifique  $Q_m = 41,0 \text{ kJ}$  par mole de mélange admis dans les cylindres. L'air sera considéré, comme un gaz parfait, dont le rapport  $\gamma$  des capacités thermiques est indépendant de  $T$ .

Le mélange (air+fuel), ainsi que les gaz brûlés seront considérés comme ayant des propriétés physiques identiques à l'air. En particulier, on ne tiendra pas compte de la variation du nombre de moles due à l'injection du fuel et à sa combustion.

- Le piston, de volume  $V_1$ , est alimenté, en début de cycle avec de l'air comprimé à l'aide d'un système turbocompresseur à la pression  $p_1$ , à la température Celsius  $t_1$ .

Calculer le nombre de moles d'air admises dans le piston en début de cycle.

Calculer les capacités thermiques  $C_p$  &  $C_v$  de l'air initialement admis dans le piston.

Données :  $V_1 = 4,50 \text{ L}$  ;  $t_1 = 47,0^\circ\text{C}$  ;  $p_1 = 1,50 \text{ bar}$  ;  $\gamma = \frac{7}{5}$

- Après cette admission, le cycle commence par une compression adiabatique supposée quasistatique, caractérisée par un rapport volumétrique  $a = \frac{V_1}{V_2} = 13$ .

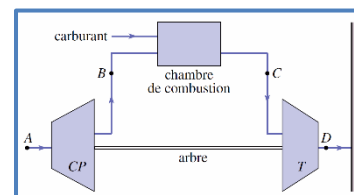
Calculer la pression  $P_2$  ainsi que la température Celsius  $t_2$  en fin de compression.

- Calculer la variation d'énergie interne subie par le gaz au cours de cette compression, ainsi que le travail reçu  $W_{12}$ .
- Dans la phase suivante du cycle, la combustion interne sera considérée comme une transformation isobare. Pour cette transformation, calculer la chaleur  $Q_{23}$  reçue par le gaz du fait de la combustion ainsi que les variations d'enthalpie et d'énergie interne subies par le gaz.
- Calculer la température Celsius  $t_3$  atteinte en fin de combustion, ainsi que le volume  $V_3$  occupé, par le gaz ayant subi cette dilatation isobare. Calculer le paramètre  $b = \frac{V_3}{V_2}$  que l'on appelle rapport volumétrique de combustion.
- Les gaz brûlés subissent ensuite une détente adiabatique quasi statique qui les conduisent à la pression  $P_4$  et la température centigrade  $t_4$  lorsque le piston est revenu au volume initial  $V_4$ . Calculer  $P_4$  et  $t_4$ .
- Représenter le cycle en coordonnées de Clapeyron.
- Donner l'expression littérale du rendement énergétique de ce moteur en fonction des paramètres  $a, b$  et  $\gamma$ . Calculer numériquement ce rendement.

## TH26 – Turbine à gaz

Le cycle d'un moteur à turbine simplifié peut se schématiser de la façon suivante.

- Dans l'état A, l'air est pris dans les conditions atmosphériques ( $P_0, T_0$ ).
- Il passe ensuite dans le compresseur (CP), où il subit une compression que l'on suppose isentropique.
- À la sortie du compresseur, il est dans l'état B ( $P_B = aP_0, T_B$ ) et entre dans la chambre de combustion, où le carburant est injecté, et s'enflamme. Pour simplifier, on considère que la combustion interne est équivalente à un apport extérieur d'énergie par transfert thermique, et que la composition chimique du fluide n'est pas modifiée. La combustion, isobare, amène le fluide à l'état C.
- Le gaz subit dans une turbine (T) une détente que nous supposons isentropique, jusqu'à la pression initiale  $P_0$  (état D). Il entraîne la partie mobile de la turbine et lui fournit du travail mécanique. Le compresseur est entraîné par la turbine qui est montée sur le même arbre.



On suppose que l'énergie cinétique du gaz est négligeable dans les états A, B, C et D. L'air est assimilé à un gaz parfait, dont le rapport des capacités thermiques  $\gamma$  est indépendant de la température.

- Justifier l'approximation consistant à assimiler la combustion interne à un apport extérieur de chaleur.
- Peut-on considérer que l'évolution du fluide est cyclique ?
- Tracer le cycle du fluide, en coordonnées (P, V).
- Exprimer le rendement du moteur en fonction des températures, puis du taux de compression  $a$ .

## TH27 – Congélation d'une masse d'eau

Une masse  $m = 1 \text{ kg}$  d'eau liquide, à la température initiale  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ , est placée dans un congélateur. Après un certain temps, l'eau est sortie du congélateur sous forme de glace à la température  $t_2 = -10^\circ\text{C}$ . On assimile le congélateur à une machine thermique idéale effectuant des cycles réversibles entre le milieu extérieur de température constante  $t_c = 25^\circ\text{C}$  et l'intérieur du congélateur « réduit » à la seule masse  $m$  d'eau. Au cours d'un cycle, le fluide frigorigère n'effectue des transferts thermiques qu'avec le milieu extérieur (la source chaude) et l'eau (la source froide).

Données :

- Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_l = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ , capacité thermique massique de la glace :  $c_g = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Enthalpie massique de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$  (à la pression atmosphérique) :  $L = 334 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Puissance électrique du moteur :  $P = 50 \text{ W}$

On supposera que le moteur restitue intégralement, sous forme mécanique, l'énergie électrique qu'il reçoit. On notera qu'à  $0^\circ\text{C}$  correspond  $T_0 = 273 \text{ K}$ .

- Faire un schéma symbolique du dispositif (sources et fluide frigorigère) en représentant de façon claire :
  - Les échanges thermiques  $Q_1$  entre l'eau et le fluide frigorigère ;
  - Les échanges thermiques  $Q_2$  entre le milieu extérieur et le fluide frigorigère ;
  - Le travail d'origine électrique  $W$  reçu par le fluide frigorigère.
- Exprimer  $Q_1$  en fonction des données. Faire l'application numérique.
- Établir, en le justifiant brièvement, un bilan énergétique.
- Établir, en le justifiant brièvement, un bilan entropique. En déduire la valeur de  $Q_2$ . Faire l'application numérique.
- En déduire la durée  $\tau$  pendant laquelle l'eau est restée dans le congélateur. Faire l'application numérique en exprimant  $\tau$  en minutes.

## TH28 - Chariot entraîné

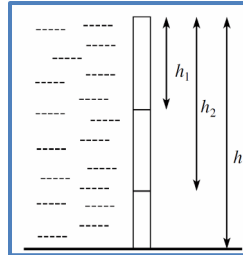
Un chariot cubique, rempli d'un liquide de hauteur  $H$  au repos, de profondeur et de largeur  $L$ , se déplace sur le sol avec une accélération constante :  $\vec{a}_e = a \vec{e}_x$ .

- Notons  $\vec{a}_r$  l'accélération relative du fluide par rapport au chariot et l'accélération du fluide par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen  $\vec{a}_t$ . On démontre alors que :  $\vec{a}_t = \vec{a}_e + \vec{a}_r$ . Faire un bilan des forces sur la particule de fluide, puis démontrer qu'une particule de fluide vérifie la relation :

$$\rho (\vec{a}_e + \vec{a}_r - \vec{g}) = \overline{\text{grad}p}$$

- En déduire la loi vérifiée si le fluide est au repos dans le référentiel lié au chariot.
- Quelle est l'expression  $z = f(x)$  de la surface libre du liquide. On prendra comme origine la base-gauche du chariot et la hauteur d'eau pour  $x=0$  sera notée  $z=H$ .

## TH29 - Poussée et centre de poussée sur un mur de barrage



- Calculer les longueurs  $h_1$  et  $h_2$  en fonction de  $h$ , assurant l'égalité des forces horizontales de poussée sur les trois éléments du mur de barrage ci-contre. (L'axe Oz est vertical descendant et l'origine est pris en haut)
- On se propose de calculer la position des centres de poussée pour chaque portion de paroi.

- Calculer directement le moment de la force par :

$$\vec{M}_{0,k} = \vec{OC}_k \wedge \vec{F}_k \text{ où } k = \{1,2,3\}$$

Où  $C_k$  est le centre de poussée.

- Calculer le moment de la force de chaque paroi en sommant les moments élémentaires.

$$\vec{M}_{0,k} = \int_{h_k}^{h_{k+1}} \vec{OM} \wedge d\vec{F} \text{ où } k = \{1,2,3\}$$

- En déduire le centre de poussée  $z_{c1}$  de la paroi 1.

## TH30 - Stabilité de l'atmosphère

- Donner l'expression de la vitesse de libération sur la terre et sur mercure. En effectuant l'application numérique on obtient comme valeurs :  $11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  &  $4,26 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- On va essayer par une méthode assez simpliste d'expliquer la stabilité de l'atmosphère sur la terre et sur Mercure.
  - Donner l'expression de la vitesse quadratique moyenne  $u^*$  en fonction de  $k_B$ ,  $T$ , et  $m$  où  $m$  est la masse des particules considérées.
  - Exprimer  $u^*$  en fonction de la masse molaire des particules.
  - L'atmosphère terrestre étant constitué d'environ 1 molécule de  $O_2$  pour 4 molécules de  $N_2$ , donner la masse molaire moyenne d'une « particule » d'air terrestre.
  - Avec ses hypothèses on obtient pour  $T = 300 \text{ K}$ ,  $u^*(\text{air}) = 510 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . L'atmosphère de Mercure est constituée principalement d'hydrogène ; sa température étant de  $700 \text{ K}$  on obtient  $u^*(H_2) = 4,16 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Expliquer alors pourquoi les scientifiques ont longtemps pensé que Mercure était totalement dépourvue d'atmosphère. Que pensez-vous de la stabilité de l'atmosphère terrestre ? Peut-on expliquer la faible présence de dihydrogène dans l'atmosphère terrestre par ce modèle ?
  - Critiquer le modèle proposé.

## TH31 - Océan en équilibre isotherme

Considérons un océan en équilibre isotherme. La masse volumique de l'eau varie avec la pression selon la loi :

$$\rho = \rho_0 (1 + a(p - p_0)) \text{ où } a = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}.$$

La profondeur est notée  $z$ . Pour  $z = 0, p = p_0 = 1 \text{ bar}$ , &  $\rho = \rho_0 = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

- Donnez la loi  $p(z)$  dans l'océan dans ce modèle.
- Que devient cette loi pour de faibles profondeurs.
- Quelle est l'erreur relative pour  $z=1000 \text{ m}$  entre les deux expressions de  $p(z)$  obtenues précédemment. Conclure.

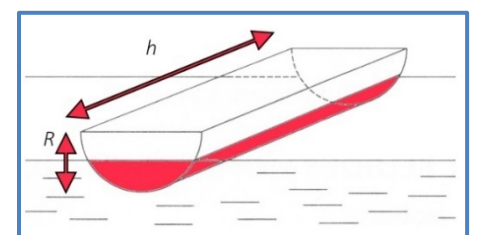
## TH32 - Oscillations d'un demi-cylindre flottant

Un demi-cylindre de rayon  $R$ , et de longueur  $h$ , flotte à la surface d'un liquide de masse volumique  $\rho$ .

1°) A l'équilibre le cylindre est enfoncé de  $\frac{R}{2}$  dans le liquide. Démontrer alors que sa masse volumique  $\mu$  peut s'écrire  $\mu = a\rho$  où  $a$  est une constante.

2°) Démontrer que la période des petites oscillations verticales de l'objet peut s'écrire  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  et  $\omega_0 =$

$$\sqrt{\frac{g}{R\gamma}} \text{ où } \gamma \text{ est une constante.}$$



### TH33 - Expérience de J.Perrin

Le physicien français Jean Perrin a réalisé au début du siècle une expérience permettant de déterminer le nombre d'Avogadro. Cette détermination lui a valu, ainsi qu'à ses autres travaux, le prix Nobel en 1926. Il prépara, dans un récipient plein d'eau, une suspension de petites sphères de latex de rayon  $a = 0,212 \mu\text{m}$ . Il observa ensuite au microscope optique la répartition statistique de ces sphères en fonction de l'altitude  $z$ .

L'expérience est réalisée à la température  $T = 293\text{K}$  constante. La masse volumique de l'eau est  $\rho = 1,003 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  et celle du latex  $\mu = 1,194 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . On donne  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ;  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

1. Par analogie avec une atmosphère gazeuse, montrer que le nombre de sphères par unité de volume peut se mettre sous la forme :

$$n(z) = n(0)e^{-\frac{z}{H}}$$

2. Exprimer le nombre d'Avogadro en fonction de  $a$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $T$ ,  $g$ ,  $R$ ,  $N(0)$ ,  $N(z)$  et  $k_B$ . Jean Perrin mesura  $N(0) = 100$  et  $N(90\mu\text{m}) = 17$ . En déduire une estimation de la valeur numérique de  $N_A$ .

### TH34 - Atmosphère en équilibre

Le référentiel terrestre est supposé galiléen. Le champ de pesanteur, d'intensité supposée uniforme  $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ , est dirigé suivant l'axe vertical ascendant Oz, et de sens opposé. Tous les mouvements étudiés s'effectuent suivant cet axe vertical. Les gaz ont les propriétés du gaz parfait. La constante des gaz parfaits est notée R. La masse molaire moyenne de l'air est notée  $M_e$ , sa pression P, sa température T et sa masse volumique  $\mu$ . On désigne par  $P_0, T_0$  et  $\mu_0$  les valeurs de P, T et  $\mu$  au niveau du sol (où  $z = 0$ ).

#### I) Atmosphère isotherme

On s'intéresse à l'équilibre de l'atmosphère, dont on adopte dans un premier temps un modèle isotherme, de température uniforme  $T_0$ . On prendra  $T_0 = 288 \text{ K}$ .

1. Exprimer la masse volumique de l'air en fonction de P, R,  $T_0$  et  $M_e$ .
2. Ecrire la condition d'équilibre statique de l'air. En déduire l'expression de la pression  $P(z)$  en fonction de  $P_0$ , de la hauteur barométrique  $H = \frac{RT_0}{M_e g}$  et de l'altitude  $z$ .
3. En prenant pour l'air une composition molaire de 20% en  $O_2$  et de 80% en  $N_2$ , calculer la valeur numérique de H. A quelle altitude  $z_{50}^{iso}$  la pression est-elle égale à  $\frac{P_0}{2}$  ?

#### II) Équilibre polytropique

Le modèle d'atmosphère isotherme précédent n'est pas réaliste ; aussi, s'intéresse-t-on à l'équilibre polytropique : l'expérience montre que, jusqu'à une altitude d'environ 10 km, la température de l'air vérifie une loi linéaire du type :

$$T = T_0 (1 - \alpha z) \text{ où } \alpha = \frac{1}{z_0} > 0$$

La valeur expérimentale  $z_0 \approx 33 \text{ km}$  justifie ce développement dans les dix premiers kilomètres de l'atmosphère.

4. Montrer que l'on peut écrire  $P(z) = P_0 (1 - \alpha z)^\beta$  et  $\mu(z) = \mu_0 (1 - \alpha z)^{\beta-1}$  où l'on donnera l'expression de  $\beta$  en fonction de H et de  $z_0$ .
5. À quelle altitude  $z_{50}^{iso}$  la pression est-elle égale à  $\frac{P_0}{2}$  ? Comparer cette valeur à celle obtenue à la question 3. Ce résultat était-il prévisible ?